

# 95 ĐỀ THI VÀO 10 KHÔNG CHUYÊN

## MÔN TOÁN

### CÓ ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHI TIẾT

#### **PHẦN 1. 95 ĐỀ THI VÀO 10 HỆ KHÔNG CHUYÊN**

#### **MỤC LỤC**

Đề số 1. Sở GD và ĐT Đak Lak. Năm học 2013 - 2014 .....	3
Đề số 2. Sở GD và ĐT Đồng Nai. Năm học: 2013-2014 .....	6
Đề số 3. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học 2013 - 2014 .....	10
Đề số 4. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học 2013 - 2014 .....	16
Đề số 5. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học 2013 - 2014 .....	19
Đề số 6. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học 2013 - 2014 .....	22
Đề số 7. Sở GD và ĐT Lào Cai. Năm học 2013-2014 .....	25
Đề số 8. Sở GD và ĐT Long An. Năm học 2013 - 2014 .....	28
Đề số 9. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học 2013-2014 .....	32
Đề số 10. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học 2013-2014 .....	38
Đề số 11. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học 2013 - 2014 .....	41
Đề số 12. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2013-2014 .....	45
Đề số 13. Sở GD và ĐT TH.HCM. Năm học 2013-2014 .....	49
Đề số 14. Sở GD và ĐT Bắc Giang. Năm học 2013 - 2014 .....	53
Đề số 15. Sở GD và ĐT Bình Định. Năm học 2014-2015 .....	59
Đề số 16. Sở GD và ĐT Bình Phước. Năm học 2014-2015 .....	63
Đề số 17. Sở GD và ĐT Cà Mau. Năm học: 2014-2015 .....	68
Đề số 18. Sở GD và ĐT Đak Lak. Năm học: 2014-2015 .....	71
Đề số 19. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2014-2015 .....	75
Đề số 20. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học: 2014-2015 .....	79
Đề số 21. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học: 2014-2015 .....	85
Đề số 22. Sở GD và ĐT Hòa Bình. Năm học: 2014-2015 .....	89
Đề số 23. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2014-2015 .....	93
Đề số 24. Sở GD và ĐT Kon Tum. Năm học: 2014-2015 .....	97
Đề số 25. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học: 2014-2015 .....	101
Đề số 26. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2014-2015 .....	105
Đề số 27. Sở GD và ĐT Ninh Bình. Năm học: 2014-2015 .....	109

Đề số 28. Sở GD và ĐT Phú Thọ. Năm học: 2014-2015 .....	114
Đề số 29. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học: 2014-2015 .....	117
Đề số 30. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2014-2015 .....	121
Đề số 31. Sở GD và ĐT Tây Ninh. Năm học: 2014-2015.....	125
Đề số 32. Sở GD và ĐT Thái Bình. Năm học: 2014-2015.....	129
Đề số 33. Sở GD và ĐT Thái Nguyên. Năm học: 2014-2015.....	134
Đề số 34. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2014-2015.....	138
Đề số 35. Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế. Năm học: 2014-2015.....	141
Đề số 36. Sở GD và ĐT Tiền Giang. Năm học: 2014-2015.....	145
Đề số 37. Sở GD và ĐT TP.HCM. Năm học: 2014-2015 .....	150
Đề số 38. Sở GD và ĐT Tuyên Quang. Năm học: 2014-2015 .....	154
Đề số 39. Sở GD và ĐT Vũng Tàu. Năm học: 2014-2015.....	158
Đề số 40. Sở GD và ĐT An Giang. Năm học: 2014-2015 .....	162
Đề số 41. Sở GD và ĐT Bắc Giang. Năm học: 2015-2016.....	166
Đề số 42. Sở GD và ĐT Bắc Ninh. Năm học: 2015-2016.....	170
Đề số 43. Sở GD và ĐT Vũng Tàu. Năm học: 2015-2016.....	176
Đề số 44. Sở GD và ĐT Bến Tre. Năm học: 2015-2016.....	181
Đề số 45. Sở GD và ĐT Bình Định. Năm học: 2015-2016.....	185
Đề số 46. Sở GD và ĐT Bình Dương. Năm học: 2015-2016.....	189
Đề số 47. Sở GD và ĐT Bình Thuận. Năm học: 2015-2016.....	192
Đề số 48. Sở GD và ĐT Cần Thơ. Năm học: 2015-2016.....	195
Đề số 49. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2015-2016 .....	199
Đề số 50. Sở GD và ĐT Đồng Nai. Năm học: 2015-2016.....	203
Đề số 51. Sở GD và ĐT Hải Dương. Năm học: 2015-2016.....	207
Đề số 52. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học: 2015-2016.....	211
Đề số 53. Sở GD và ĐT Hà Nam. Năm học: 2015-2016 .....	216
Đề số 54. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học: 2015-2016.....	219
Đề số 55. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học: 2015-2016.....	223
Đề số 56. Sở GD và ĐT Hòa Bình. Năm học: 2015-2016 .....	226
Đề số 57. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2015-2016.....	230
Đề số 58. Sở GD và ĐT Khánh Hòa. Năm học: 2015-2016.....	234
Đề số 59. Sở GD và ĐT Kiên Giang. Năm học: 2015-2016 .....	238
Đề số 60. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học: 2015-2016 .....	242
Đề số 61. Sở GD và ĐT Long An. Năm học: 2015-2016 .....	245
Đề số 62. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2015-2016.....	251

Đề số 63. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2015-2016 .....	255
Đề số 64. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2015-2016 .....	259
Đề số 65. Sở GD và ĐT Ninh Thuận. Năm học: 2015-2016.....	263
Đề số 66. Sở GD và ĐT Phú Thọ. Năm học: 2015-2016 .....	267
Đề số 67. Sở GD và ĐT Quảng Bình. Năm học: 2015-2016 .....	272
Đề số 68. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học: 2015-2016 .....	275
Đề số 69. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2015-2016 .....	279
Đề số 70. Sở GD và ĐT Sơn La. Năm học: 2015-2016 .....	283
Đề số 71. Sở GD và ĐT Tây Ninh. Năm học: 2015-2016.....	286
Đề số 72. Sở GD và ĐT Thái Bình. Năm học: 2015-2016.....	291
Đề số 73. Sở GD và ĐT Thái Nguyên. Năm học: 2015-2016.....	296
Đề số 75. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2015-2016.....	300
Đề số 76. Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế. Năm học: 2015-2016.....	304
Đề số 77. Sở GD và ĐT Tiền Giang. Năm học: 2015-2016.....	308
Đề số 78. Sở GD và ĐT TP.HCM. Năm học: 2015-2016.....	313
Đề số 79. Sở GD và ĐT Trà Vinh. Năm học: 2015-2016 .....	316
Đề số 80. Sở GD và ĐT Vĩnh Long. Năm học: 2015-2016 .....	319
Đề số 81. Sở GD và ĐT Vĩnh Phúc. Năm học: 2015-2016.....	324
Đề số 82. Sở GD và ĐT Bình Dương. Năm học: 2016-2017 .....	327
Đề số 83. Sở GD và ĐT Cần Thơ. Năm học: 2016-2017.....	331
Đề số 84. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2016-2017 .....	336
Đề số 85. Sở GD và ĐT Hải Dương. Năm học: 2016-2017 .....	340
Đề số 86. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học: 2016-2017.....	345
Đề số 87. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học: 2016-2017 .....	351
Đề số 88. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học: 2016-2017.....	355
Đề số 89. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2016-2017 .....	359
Đề số 90. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2016-2017 .....	364
Đề số 91. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2016-2017 .....	368
Đề số 92. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2016-2017 .....	372
Đề số 93. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2016-2017 .....	378
Đề số 94. Sở GD và ĐT HCM. Năm học: 2016-2017.....	381
Đề số 95. Sở GD và ĐT Yên Bái. Năm học: 2016-2017.....	387

## Đề số 1. Sở GD và ĐT Đak Lak. Năm học 2013 - 2014

### Phần A. Đề

**Câu 1:** (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức:  $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$

2) Chứng minh rằng:  $\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = x - y$  ; với  $x > 0; y > 0$  và  $x \neq y$

**Câu 2:** (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$$

2) Giải phương trình:  $\frac{x}{x-1} + \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = 0$

**Câu 3:** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 + 2(m+1)x + m^2 = 0$  (m là tham số)

1) Tìm m để phương trình có nghiệm.

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  sao cho:  $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 13$

**Câu 4:** (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của đường tròn. M là một điểm trên đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại P, Q

1) Chứng minh rằng: tứ giác APMO nội tiếp

2) Chứng minh rằng :  $AP + BQ = PQ$

3) Chứng minh rằng :  $AP \cdot BQ = AO^2$

4) Khi điểm M di động trên đường tròn (O), tìm các vị trí của điểm M sao cho diện tích tứ giác APQB nhỏ nhất

**Câu 5:** (1,0 điểm)

Cho các số thực x, y thỏa mãn:  $x + 3y = 5$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = x^2 + y^2 + 16y + 2x$$

### Phần B. Đáp án

**Câu 1:** (1,5 điểm)

$$1) A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$2) \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y$$

**Câu 2:** (2,0 điểm)

$$1) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x + 4(1 - 2x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ -5x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

2) ĐK:  $x \neq 1, x \neq 3$

$$\frac{x}{x-1} + \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x-1} + \frac{2}{(x-1)(x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

Vì  $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$  (không TMĐK),  $x_2 = 2$  (TMĐK)

Vậy phương trình có một nghiệm là  $x = 2$

**Câu 3:** (2,0 điểm)

$$1) \text{ Phương trình có nghiệm khi } \Delta' = (m+1)^2 - m^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{2}$$

$$2) \text{ Phương trình có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ khi } m \geq \frac{-1}{2} \text{ (theo câu 1). Theo Vi-ét ta có}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

Khi đó

$$x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 x_2 = 13$$

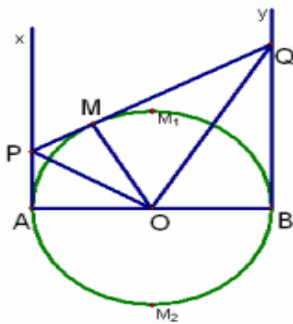
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 7m^2 = 13$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 9 (*)$$

Vì  $\Delta' = 16 - 27 = -11 < 0 \Rightarrow (*)$  vô nghiệm

Vậy không tồn tại giá trị nào của  $m$  để phương trình  $x^2 + 2(m+1)x + m^2 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 x_2 = 13$



**Câu 4:** (3,5 điểm)

1) Xét tứ giác APMQ, ta có:

$$\angle OAP = \angle OMP = 90^\circ \text{ (vì PA, PM là tiếp tuyến của (O))}$$

Vậy tứ giác APMO nội tiếp.

2) Ta có  $AP = MP$  ( $AP, MP$  là tiếp tuyến của  $(O)$ )

$BQ = MQ$  ( $BQ, MQ$  là tiếp tuyến của  $(O)$ )

$$\Rightarrow AP + BQ = MP + MQ = PQ$$

3) Ta có  $OP$  là phân giác góc  $AOM$  ( $AP, MP$  là tiếp tuyến của  $(O)$ )

$OQ$  là phân giác góc  $BOM$  ( $BQ, MQ$  là tiếp tuyến của  $(O)$ )

Mà góc  $AOM +$  góc  $BOM = 180^\circ$  (hai góc kề bù)  $\Rightarrow \angle POQ = 90^\circ$

Xét  $\triangle POQ$ , ta có:  $\angle POQ = 90^\circ$  (cmt),  $OM \perp PQ$  ( $PQ$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $M$ )

$$\Rightarrow MP \cdot MQ = OM^2 \text{ (hệ thức lượng)}$$

Lại có  $MP = AP; MQ = BQ$  (cmt),  $OM = AO$  (bán kính)

$$\text{Do đó } AP \cdot BQ = AO^2$$

4) Tứ giác  $APQB$  có:  $AP \parallel BQ$  ( $AP \perp AB, BQ \perp AB$ ), nên tứ giác  $APQB$  là hình thang vuông

$$\Rightarrow S_{APQB} = \frac{(AP + BQ)AB}{2} = \frac{PQ \cdot AB}{2}$$

Mà  $AB$  không đổi nên  $S_{APQB}$  đạt GTNN

$\Leftrightarrow PQ$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow PQ = AB \Leftrightarrow PQ \parallel AB \Leftrightarrow OM \perp AB$

$\Leftrightarrow M$  là điểm chính giữa cung  $AB$ . Tức là  $M$  trùng  $M_1$  hoặc  $M$  trùng  $M_2$  (hình vẽ) thì  $S_{APQB}$  đạt GTNN là

$$\frac{AB^2}{2}$$

**Câu 5:** (1,0 điểm)

Ta có  $x + 3y = 5 \Rightarrow x = 5 - 3y$

Khi đó  $A = x^2 + y^2 + 16y + 2x = (5 - 3y)^2 + y^2 + 16y + 2(5 - 3y) = 10y^2 - 20y + 35$

$= 10(y - 1)^2 + 25 \geq 25$  (vì  $10(y - 1)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ )

Dấu “=” xảy ra khi  $\begin{cases} x = 5 - 3y \\ 10(y - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy GTNN của  $A = 25$  khi  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

## Đề số 2. Sở GD và ĐT Đồng Nai. Năm học: 2013-2014

Phần A. Đề

### Câu 1: (1,75 điểm)

- 1) Giải phương trình  $2x^2+5x-3=0$
- 2) Giải phương trình  $2x^2-5x=0$
- 3) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4x+5y=7 \\ 3x-y=-9 \end{cases}$$

### Câu 2: (1,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}$  (với  $a \in R, a \geq 0$  và  $a \neq 1$ )

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tính giá trị biểu thức A tại  $a=2$ .

### Câu 3: (2,0 điểm)

Cho hai hàm số  $y=-2x^2$  có đồ thị là (P),  $y=x-1$  có đồ thị là (d).

- 1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- 2) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho.

### Câu 4: (1,0 điểm)

- 1) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn
- 2) Cho  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $:2x^2-5x+1=0$ . Tính  $M=x_1^2+x_2^2$

### Câu 5: (1,25 điểm)

Một xưởng có kế hoạch in xong 6000 quyển sách giống nhau trong một thời gian quy định, biết số quyển sách in được trong một ngày là bằng nhau. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã in nhiều hơn 300 quyển sách so với số quyển sách phải in trong kế hoạch, nên xưởng in xong 6000 quyển sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Tính số quyển sách xưởng in được trong 1 ngày theo kế hoạch.

### Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), bán kính R,  $BC=a$ , với a và R là các số thực dương. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Các góc CAB, ABC, BCA đều là góc nhọn.

- 1) Tính OI theo a và R.
- 2) Lấy điểm D thuộc đoạn AI, với D khác A, D khác I. Vẽ đường thẳng qua D song song với BC cắt cạnh AB tại điểm E. Gọi F là giao điểm của tia CD và đường tròn (O), với F khác C. Chứng minh tứ giác ADEF là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- 3) Gọi J là giao điểm của tia AI và đường tròn (O), với J khác A. Chứng minh rằng  $AB.BJ=AC.CJ$

## Phần B. Đáp án

### Câu 1:

1) Giải phương trình  $2x^2+5x-3=0$

Ta có :  $\Delta = 5^2 - 4.2.(-3) = 49 > 0$

Nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt :  $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = -3$

2) Giải phương trình  $2x^2-5x=0$

$\Leftrightarrow x(2x-5)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt  $x = 0; x = \frac{5}{2}$

3) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x+5y=7 \\ 3x-y=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+5y=7 \\ 15x-5y=-45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x=-38 \\ 4x+5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ 4.(-2)+5.y=7 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

Đáp số:  $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

### Câu 2:

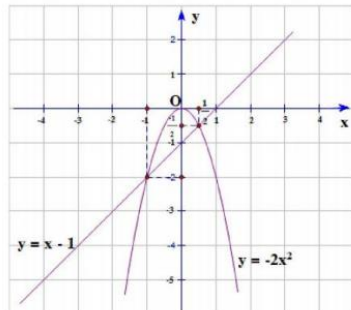
1)  $A = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} = \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2}{a-1} = \frac{a+2\sqrt{a}+1 - a+2\sqrt{a}-1}{a-1} = \frac{4\sqrt{a}}{a-1}$

2) Với  $a=2$  thì  $A = \frac{4\sqrt{2}}{2-1} = 4\sqrt{2}$

### Câu 3:

Cho hai hàm số  $y=-2x^2$  có đồ thị là (P),  $y=x-1$  có đồ thị là (d).

1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$-2x^2=x-1 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$

Ta có  $a+b+c=0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 = -1$  và  $x_2 = 1/2$

Với  $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = -2$  và  $x_2 = 1/2 \Rightarrow y_2 = -1/2$



Vậy tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho là  $(-1; -2); (\frac{1}{2}; \frac{-1}{2})$

**Câu 4:**

1) Hai số thực x và y là nghiệm của phương trình :  $x^2-3x-154=0$

Giải được:  $x_1=14; x_2=-11$

Vì  $x>y$  nên  $x=14; y=-11$

2) Cho  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2x^2-5x+1=0$

Ta có:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$M = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (\frac{5}{2})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{4}$$

**Câu 5:**

Gọi x là số quyển sách xướng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch (x nguyên dương)

Số ngày in theo kế hoạch:  $\frac{6000}{x}$  (ngày)

Số quyển sách xướng in được thực tế trong mỗi ngày :  $x+300$  ( quyển sách)

Số ngày in thực tế:  $\frac{6000}{x+300}$  ( ngày)

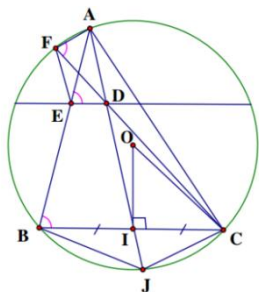
Theo đề bài ta có phương trình:  $\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x+300} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2+300x-1800000=0$$

$$\Leftrightarrow x_1=1200(\text{nhận}); x_2 = -1500(\text{loại})$$

Vậy số quyển sách xướng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch là: 1200 ( quyển sách)

**Câu 6:**



1) Tính OI theo a và R.

Ta có: I là trung điểm của BC (gt)

Nên  $IB=IC = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$  và  $OI \perp BC$  (lên hệ đường kính và dây)

Xét tam giác OIC vuông tại I

Áp dụng định lý Pytago tính được  $OI = \frac{\sqrt{4R^2 - a^2}}{2}$

2) Chứng minh tứ giác ADEF là tứ giác nội tiếp đường tròn.

Ta có:  $ABC = AED$  (đồng vị)

Mà  $ABC = AFC$  (cùng nội tiếp chắn cung AC)

$\Rightarrow AED = AFC$  hay  $AED = AFD$

Tứ giác ADEF có  $AED = AFD$  (cmt)

Nên tứ giác ADEF nội tiếp đường tròn

(E, F cùng nhìn AD dưới 2 góc bằng nhau)

3) Chứng minh rằng  $AB.BJ = AC.CJ$

Chứng minh: tam giác AIC đồng dạng với tam giác BIJ(g-g)

$$\Rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{AC}{BJ} \quad (1)$$

Chứng minh: tam giác AIB đồng dạng với tam giác CIJ(g-g)

$$\Rightarrow \frac{AI}{CI} = \frac{AB}{CJ} \quad (2)$$

Mà  $BI = CI$  (I là trung điểm BC) (3)

$$\text{Từ (1);(2);(3)} \Rightarrow \frac{AB}{CJ} = \frac{AC}{BJ} \Rightarrow AB.BJ = AC.CJ$$

**Đề số 3. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học 2013 - 2014**

Phần A. Đề

**Phần I. Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm)**

Hãy chọn chỉ một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

**Câu 1:** Điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{4x-3}$  là :

- A.  $x > \frac{3}{4}$                       B.  $x < \frac{3}{4}$                       C.  $x \geq \frac{3}{4}$                       D.  $x \leq \frac{3}{4}$

**Câu 2:** Nếu điểm A(1;-2) thuộc đường thẳng (d):  $y = 5x + m$  thì m bằng:

- A. -7                              B. 11                              C. -3                              D. 3

**Câu 3:** Phương trình nào sau đây có nghiệm kép ?

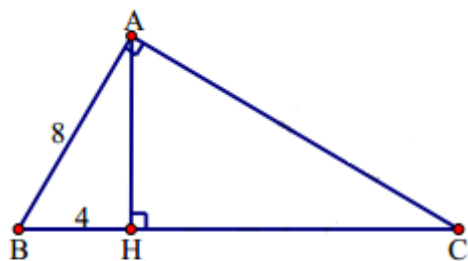
- A.  $x^2-x=0$                       B.  $3x^2+2=0$                       C.  $3x^2+2x+1=0$                       D.  $9x^2+12x+4=0$

**Câu 4:** Hai số -5 và 3 là nghiệm của phương trình nào sau đây ?

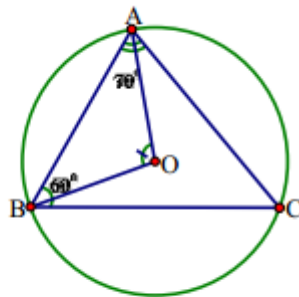
- A.  $x^2+2x+15=0$                       C.  $x^2+2x-15=0$   
B.  $x^2-2x-15=0$                       D.  $x^2-8x+15=0$

**Câu 5:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A có  $AH \perp BC$ ,  $AB = 8$ ,  $BH = 4$  (hình 1). Độ dài cạnh BC bằng:

- A. 24                              B. 32                              C. 18                              D. 16



Hình 1



Hình 2

**Câu 6:** Cho tam giác ABC có góc  $BAC=70^\circ$ , góc  $ABC=60^\circ$  nội tiếp đường tròn tâm O (hình 2). Số đo của góc AOB bằng

- A. 50                              B. 100                              C. 120                              D. 140

**Câu 7:** Cho tam giác ABC vuông tại A có góc  $ABC=30^\circ$ ,  $BC = a$ . Độ dài cạnh AB bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$                               B.  $\frac{a}{2}$                               C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$                               D.  $\frac{a}{\sqrt{3}}$

**Câu 8:** Một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Nếu đường kính đáy có chiều dài bằng 4cm thì thể tích của hình trụ đó bằng

- A.  $16\pi\text{cm}^3$                               B.  $32\pi\text{cm}^3$                               C.  $64\pi\text{cm}^3$                               D.  $128\pi\text{cm}^3$

**Phần II. Tự luận (8,0 điểm)**

**Bài 1:** (1,5 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau :

a)  $M = (3\sqrt{50} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8})\sqrt{2}$                               b)  $N = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

2. Cho đường thẳng (d):  $y = 4x - 3$  và parabol (P):  $y = x^2$ . Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán.

**Bài 2.** (2,5 điểm)

1. Giải bất phương trình:  $\frac{3x+5}{2} \leq \frac{x+2}{3} + x$

2. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x+2y = m+3 \\ 2x-3y = m \end{cases}$  (I) (m là tham số)

a) Giải hệ phương trình (I) khi  $m = 1$ .

b) Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x + y = -3$ .

3. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng  $3m$  và diện tích bằng  $270m^2$ . Tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn.

**Bài 3.** (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H ( $D \in BC, E \in AC, F \in AB$ )

1. Chứng minh các tứ giác BDHF, BFEC nội tiếp.

2. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và N (F nằm giữa M và E). Chứng minh  $AM = AN$ .

3. Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHD.

**Bài 4.** (1,0 điểm)

1. Cho x, y là các số dương. Chứng minh rằng:

$$x + y - 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 2 \geq 0. \text{ Dấu "=" xảy ra khi nào?}$$

2. Tìm cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn

$$x^2 + y^2 = (x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) \text{ với } x > \frac{1}{4}; y > \frac{1}{4}$$

-----Hết-----

Phần B. Đáp án

**Phần I: Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm).**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	A	D	C	D	B	A	B

(Mỗi câu đúng được 0,25 điểm)

**Phần II: Phần tự luận (8,0 điểm)**

Câu	Nội dung	Điểm
1.1a	$M = (3\sqrt{50} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8})\sqrt{2}$ $= (15\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 6\sqrt{2})\sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 12$	0,25 0,25
1.1b	$N = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$ $= \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} - \sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$ $= \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$ $=  \sqrt{5}+1  -  \sqrt{5}-1  = \sqrt{5}+1 - \sqrt{5}+1 = 2$	0,25 0,25
1.2	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) có:</p> $x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 (a = 1; b = -4; c = 3) (1)$ <p>Do <math>a+b+c=0</math></p> <p>Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1 = 1; x_2 = 3</math></p> <p>Với <math>x = 1</math> thì <math>y = 1</math> ta được tọa độ giao điểm thứ nhất (1; 1)</p> <p>Với <math>x = 3</math> thì <math>y = 9</math> ta được tọa độ giao điểm thứ hai (3; 9).</p>	0,25 0,25
2.1	$\frac{3x+5}{2} \leq \frac{x+2}{3} + x \Leftrightarrow 9x+15 \leq 2x+4+6x$ $\Leftrightarrow x \leq -11$ <p>Vậy bất phương trình có tập nghiệm <math>S = \{x \mid x \leq -11\}</math></p>	0,25 0,25
2.2a	<p>Với <math>m = 1</math>, hệ phương trình (I) có dạng:</p> $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=8 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất <math>(x, y) = (2; 1)</math></p>	0,25 0,25
2.2b	$\begin{cases} x+2y=m+3 \\ 2x-3y=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=2m+6 \\ 2x-3y=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=m+3 \\ 7y=m+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5m+9}{7} \\ y = \frac{m+6}{7} \end{cases}$ <p>Hệ phương trình có nghiệm duy nhất <math>(x;y) = \left(\frac{5m+9}{7}; \frac{m+6}{7}\right)</math></p> <p>Lại có <math>x + y = -3</math> hay</p> $\frac{5m+9}{7} + \frac{m+6}{7} = -3 \Leftrightarrow 5m+9+m+6 = -21 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6$ <p>Vậy với <math>m = -6</math> thì hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất <math>(x,y)</math> thỏa mãn <math>x + y = -3</math>.</p>	0,5 0,25
2.3	<p>Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là <math>x</math> (m) (<math>x &gt; 0</math>)</p> <p>Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng <math>3m</math> nên chiều dài của hình chữ nhật là <math>x+3</math> (m)</p> <p>Lại có diện tích hình chữ nhật là <math>270m^2</math> nên ta có phương trình:</p>	0,25

	$x(x+3)=270$ $\Leftrightarrow x^2+3x-270=0$ $\Leftrightarrow (x-15)(x+18)=0$ $\Leftrightarrow x = 15$ (TMDK $x > 0$ ) hoặc $x = -18$ (loại vì $x > 0$ ) Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 15m chiều dài của hình chữ nhật là $15 + 3 = 18$ (m)	0,25
3	<p>Vẽ hình đúng cho phần a)</p>	0,25
3.1	<b>a) Chứng minh các tứ giác BDHF, BFEC nội tiếp.</b> +) Xét tứ giác BDHF có: $\angle BFH=90^\circ$ (CF là đường cao của $\Delta ABC$ ) $\angle HDB=90^\circ$ (AD là đường cao của $\Delta ABC$ ) $\Rightarrow \angle BFH + \angle HDB = 180^\circ$ Mà $\angle BFH$ và $\angle HDB$ là 2 góc đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác BDHF nội tiếp Ta có: $\angle BFC=90^\circ$ (CF là đường cao của $\Delta ABC$ ) $\angle BEC=90^\circ$ (BE là đường cao của $\Delta ABC$ ) Suy ra bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC Hay tứ giác BFEC nội tiếp.	0,5 0,25 0,25
3.2	<b>b) Chứng minh <math>AM = AN</math>.</b> Vì tứ giác BFEC nội tiếp $\Rightarrow \angle AFN = \angle ACB$ (cùng bù với góc BFE) Mà $\angle CAN = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB} = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{MB} + \text{sđ } \widehat{AM})$ (tính chất góc nội tiếp trong (O)) $\angle AFN = \frac{1}{2} (\text{sđ } \widehat{AN} + \text{sđ } \widehat{MB})$ (tính chất góc có đỉnh bên trong đường (O)) $\Rightarrow AM = AN$	0,25 0,25 0,25
3.2	<b>c) Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHD</b> Xét $\Delta AMF$ và $\Delta ABM$ có: MAB chung $\angle AMF = \angle ABM$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $AM = AN$ trong (O)) Do đó $\Delta AMF \sim \Delta ABM$ (g.g)	0,25

	<p> <math display="block">\Rightarrow \frac{AF}{AM} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AM^2 = AF \cdot AB \quad (1)</math> </p> <p>Xét <math>\triangle AFH</math> và <math>\triangle ADB</math> có:  BAD chung  <math>\angle AFH = \angle ADB = 90^\circ</math> (CF và AD là các đường cao của <math>\triangle ABC</math>)  Do đó <math>\triangle AFH \sim \triangle ADB</math> (g.g)  <math display="block">\Rightarrow \frac{AF}{AH} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AM \cdot AD = AF \cdot AB \quad (2)</math> </p> <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>AM^2 = AH \cdot AD \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AD}</math></p> <p>Xét <math>\triangle AHM</math> và <math>\triangle AMD</math> có:  MAD chung  <math display="block">\frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AD}</math> (CM trên)  Do đó <math>\triangle AHM \sim \triangle AMD</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow \angle AMH = \angle ADM</math> (3)  Vẽ đường thẳng xy là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp <math>\triangle MHD</math> tại M.  Ta có: <math>\angle xMH = \angle ADM</math> (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp) (4)  Từ (3) và (4) suy ra <math>\angle xMH = \angle AMH</math>  Hay MA trùng với tia Mx  Suy ra AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp <math>\triangle MHD</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
4.1	<p> <math display="block">x + y - 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 2 \geq 0</math> </p> <p> <math display="block">\Leftrightarrow (x - 2\sqrt{x} + 1) + (y - 2\sqrt{y} + 1) \geq 0</math> </p> <p> <math display="block">\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 + (\sqrt{y} - 1)^2 \geq 0 \forall x, y &gt; 0</math> </p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math display="block">\begin{cases} (\sqrt{x} - 1)^2 = 0 \\ (\sqrt{y} - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} (TM)</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
4.2	<p><b>Cách 1.</b> Từ phần a) ta có:</p> <p> <math display="block">x + y - 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 2 \geq 0</math> </p> <p> <math display="block">\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \frac{x+y}{2} + 1</math> </p> <p>Do đó: <math>(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) \leq (x+y)\left(\frac{x+y}{2} + 1 - 1\right) = \frac{1}{2}(x+y)^2</math></p> <p>Mà <math>x^2 + y^2 = (x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1)</math> nên <math>\frac{1}{2}(x+y)^2 \geq x^2 + y^2</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>x = y = 1</math>.  Vậy cặp số <math>(x, y) = (1; 1)</math>.</p> <p><b>Cách 2.</b></p> <p><math>x &gt; \frac{1}{4}, y &gt; \frac{1}{4}</math> nên <math>(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) &gt; 0</math></p> <p>theo BĐT Côsi cho hai số dương ta có:</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

$\sqrt{x} = \sqrt{x \cdot 1} \leq \frac{x+1}{2}$ . Dấu “=” xảy ra khi  $x = 1$ .

$\sqrt{y} = \sqrt{y \cdot 1} \leq \frac{y+1}{2}$ . Dấu “=” xảy ra khi  $y = 1$ .

Do đó:  $(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1) \leq (x+y)\left(\frac{x+1}{2} + \frac{y+1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}(x+y)^2$

Mà  $x^2 + y^2 = (x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1)$  nên  $\frac{1}{2}(x+y)^2 \geq x^2 + y^2$

Mặt khác theo BĐT Bunhiacopxki có:

$$(x^2 + y^2)(1^2 + 1^2) \geq (x+y)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi  $x = y$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $x^2 + y^2 = (x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - 1)$  khi  $x=y$

Vậy cặp số  $(x, y) = (1, 1)$ .



#### Đề số 4. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học 2013 - 2014

Phần A. Đề

##### Bài I (2,0 điểm)

Với  $x > 0$ , cho hai biểu thức  $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 64$ .
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm  $x$  để  $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$

##### Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

##### Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P) :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$

- a) Với  $m = 1$ , xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P)
- b) Tìm các giá trị của  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 2$

##### Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ( $AB < AC$ , d không đi qua tâm O).

- 1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $AN^2 = AB \cdot AC$ . Tính độ dài đoạn thẳng BC khi  $AB = 4$  cm,  $AN = 6$  cm.
- 3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh  $MT \parallel AC$
- 4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài

##### Bài V (0,5 điểm)

Với  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$ , chứng minh

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$$

## Phần B. Đáp án

### Bài I(2,0 điểm)

1) Với  $x = 64$  ta có  $A = \frac{2 + \sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{2 + 8}{8} = \frac{5}{4}$

2)  $B = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}) + (2\sqrt{x}+1)\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+\sqrt{x})} = \frac{x\sqrt{x}+2x}{x\sqrt{x+x}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+1}}$

3) Với  $x > 0$  ta có:

$$\frac{A}{B} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1} > 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 4 \text{ (Do } x > 0)$$

### Bài II: (2,0 điểm)

Đặt  $x$  (km/h) là vận tốc đi từ A đến B, vậy vận tốc đi từ B đến A là  $x + 9$  (km/h)

Do giả thiết ta có:

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x+9} = 5 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{10}{x+9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x(x+9) = 20(2x+9)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 31x - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 36 \text{ (Do } x > 0)$$

### Bài III: (2,0 điểm)

1) Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} 3x + 3 + 2x + 4y = 4 \\ 4x + 4 - x - 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 11 \\ 6x - 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

2)

a) Với  $m = 1$  ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = 3 \text{ (Do } x - b + c = 0)$$

Ta có  $y(-1) = \frac{1}{2}$ ;  $y(3) = \frac{9}{2}$  Vậy tọa độ giao điểm A và B là  $(-1; \frac{1}{2})$  và  $(3; \frac{9}{2})$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 2 = 0 (*)$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt  $x_1, x_2$  thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó:

$$\Delta' = m^2 - m^2 + 2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Khi  $m > -1$  ta có:

$$|x_1 - x_2| = 2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4$$

$$\Leftrightarrow 8m = -4$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$$

**Cách giải khác:** Khi  $m > -1$  ta có:

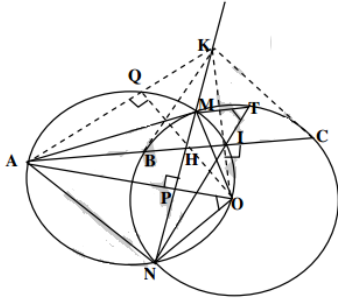
$$|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{b + \sqrt{\Delta'}}{a'} - \frac{b - \sqrt{\Delta'}}{a'} \right| = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{2m+2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2m+2} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2m+2 = 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$$

#### Bài IV (3,5 điểm)



1) Xét tứ giác AMON có hai góc đối  
 $\angle ANO = 90^\circ$

$\angle AMO = 90^\circ$  nên là tứ giác nội tiếp

2) Hai tam giác ABM và AMC đồng dạng nên ta có  $AB \cdot AC = AM^2 = AN^2 = 6^2 = 36$

$$\Rightarrow AC = \frac{6^2}{AB} = \frac{6^2}{4} = 9(\text{cm})$$

$$\Rightarrow BC = AC - AB = 9 - 4 = 5(\text{cm})$$

3)  $\angle MTN = \frac{1}{2} \angle MON = \angle AON$  (cùng chắn cung MN trong đường tròn (O)), và  $\angle AIN = \angle AON$ )

(do 3 điểm N, I, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AO và cùng chắn cung  $90^\circ$ )

Vậy  $\angle AIN = \angle MTI = \angle TIC$  nên  $MT \parallel AC$  do có 2 góc so le bằng nhau.

4) Xét  $\triangle AKO$  có AI vuông góc với KO. Hạ OQ vuông góc với AK. Gọi H là giao điểm của OQ và AI thì H là trực tâm của  $\triangle AKO$ , nên  $\angle KMH = 90^\circ$  với AO. Vì  $\angle MHN = 90^\circ$  với AO nên đường thẳng KMHN vuông góc với AO, nên KM vuông góc với AO. Vậy K nằm trên đường thẳng cố định MN khi BC di chuyển.

**Cách giải khác:** Ta có  $KB^2 = KC^2 = KI \cdot KO$ . Nên K nằm trên trục đẳng phương của 2 đường tròn tâm O và đường tròn đường kính AO. Vậy K nằm trên đường thẳng MN là trục đẳng phương của 2 đường tròn trên.

#### Bài IV: (0,5 điểm)

Từ giả thiết đã cho ta có:  $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$

Theo bất đẳng thức Cauchy ra ta có:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \geq \frac{1}{ab}; \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq \frac{1}{bc}; \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \right) \geq \frac{1}{ca}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{a}; \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{b}; \frac{1}{2} \left( \frac{1}{c^2} + 1 \right) \geq \frac{1}{c}$$

Cộng các bất đẳng thức trên vế theo vế ta có:

$$\frac{3}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + \frac{3}{2} \geq 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3(\text{DPCM})$$

## Đề số 5. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học 2013 - 2014

### Phần A. Đề

#### Câu 1:

Rút gọn các biểu thức:

$$a) P = \sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{32}$$

$$b) Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x+4}} + \frac{1}{\sqrt{x-4}} \right) \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}}$$

Câu 2: Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

#### Câu 3:

Cho phương trình bậc hai :  $x^2 - 4x + m + 2 = 0$  (m là tham số)

a) Giải phương trình khi  $m = 2$

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $y = (m^2 + 2)x + m$  và đường thẳng  $y = 6x + 2$ . Tìm m để hai đường thẳng đó song song với nhau.

#### Câu 5:

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AM, AN với các đường tròn (O) ( $M, N \in (O)$ ). Qua A vẽ một đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm B, C phân biệt (B nằm giữa A, C). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC.

a) Chứng minh tứ giác ANHM nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh  $AN^2 = AB.AC$ .

c) Đường thẳng qua B song song với AN cắt đoạn thẳng MN tại E. Chứng minh  $EH \parallel NC$ .

#### Câu 6:

Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn  $0 < x < 1, 0 < y < 1$

$$\text{Chứng minh } x + y + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Phần B. Đáp án

**Câu 1**

$$a) P = \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} + 2\sqrt{4^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$b) Q = \frac{\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4}}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{2}{\sqrt{x-4}}$$

**Câu 2**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7(1) \\ 2x + y = 4(2) \end{cases}$$

Từ phương trình (2) suy ra  $y = 4 - 2x$ . Thay vào phương trình (1) có phương trình:

$$3x + 2(4 - 2x) = 7 \Leftrightarrow -x = -1 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4 - 2 \cdot 1 = 2$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất (1;2)

**Câu 3**

a) Khi  $m = 2$  ta có phương trình  $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\{2\}$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = 2^2 - (m + 2) > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Theo Viét ta có:  $x_1 + x_2 = 4$ ;  $x_1 x_2 = m + 2$

$$x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3(x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 2(m + 2) = 3 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow -2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0(TM)$$

Vậy  $m = 0$  là giá trị cần tìm

**Câu 4**

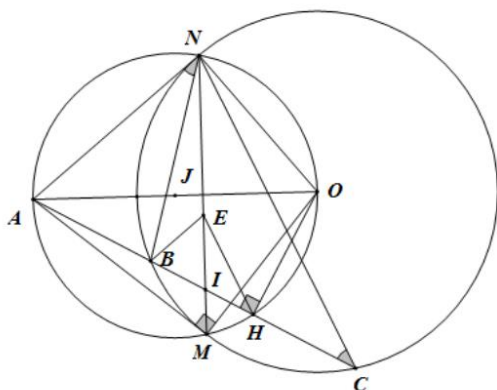
Để hai đường thẳng đã cho song song với nhau, điều kiện cần là  $m^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = 2$  hoặc  $m = -2$

Với  $m = 2$ , hai đường thẳng đã cho trở thành  $y = 6x + 2$  và  $y = 6x + 2$  (loại vì chúng trùng nhau)

Với  $m = -2$ , hai đường thẳng đã cho trở thành  $y = 6x - 2$  và  $y = 6x + 2$  (thỏa mãn)

Vậy  $m = -2$  là giá trị cần tìm

**Câu 5**



a) Vì AN, AM là tiếp tuyến của (O) nên  $\angle ANO = \angle AMO = 90^\circ$ . Gọi J là trung điểm AO.

Vì H là trung điểm dây BC nên  $OH \perp BC \Rightarrow \angle AHO = 90^\circ$

Suy ra A, O, M, N, H thuộc đường tròn tâm J đường kính AO

Suy ra AMHN là tứ giác nội tiếp đường tròn (J)

b) Có ANB = ACN (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp)

=> Tam giác ANB đồng dạng với tam giác CAN (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AB}{AN} \Rightarrow AN^2 = AB \cdot AC$$

c) Gọi I là giao điểm của MN và AC.

Ta có MN là trục đẳng phương của hai đường tròn (J) và (O), I ∈ MN nên phương tích của I đối với (J) và

$$(O) \text{ bằng nhau} \Rightarrow IA \cdot IH = IB \cdot IC \Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{IH}{IC}$$

$$\text{Vì } BE \parallel AN \text{ nên } \frac{IB}{IA} = \frac{IE}{IN} \Rightarrow \frac{IE}{IN} = \frac{IH}{IC} \Rightarrow EH \parallel NC$$

### Câu 6

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số  $(x; x; y; y; x; y)$  và  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \sqrt{1-y^2}; \sqrt{1-x^2})$  ta có:

$$\begin{aligned} & (x \cdot \frac{1}{2} + x \cdot \frac{1}{2} + y \cdot \frac{1}{2} + y \cdot \frac{1}{2} + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2})^2 \\ & \leq (x^2 + x^2 + y^2 + y^2 + x^2 + y^2) \left( \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + 1 - y^2 + 1 - x^2 \right) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x + y + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2})^2 \leq (3x^2 + 3y^2)(3 - x^2 - y^2)$$

$$\Rightarrow x + y + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \leq \sqrt{3} \sqrt{(x^2 + y^2)(3 - x^2 - y^2)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương, ta có:

$$\sqrt{(x^2 + y^2)(3 - x^2 - y^2)} \leq \frac{x^2 + y^2 + 3 - x^2 - y^2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x + y + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Đấu} = \text{xảy ra khi } x=y=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ta có đpcm

## Đề số 6. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học 2013 - 2014

Phần A. Đề

### Câu 1 (2điểm).

a. Tính giá trị của các biểu thức:

$$A = \sqrt{9} + \sqrt{4}$$

$$B = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{2}$$

b. Rút gọn:  $C = \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x}} \right) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1$

### Câu 2 (1điểm)

Vẽ đồ thị các hàm số  $y=x^2; y=2x-1$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ, xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.

### Câu 3 (2điểm)

a. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

b. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5m. Tính kích thước của mảnh đất, biết rằng diện tích mảnh đất là  $150m^2$ .

### Câu 4 (4điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MA và cát tuyến MBC (B nằm giữa M và C). Gọi E là trung điểm của dây BC.

a. Chứng minh: MAOE là tứ giác nội tiếp.

b. MO cắt đường tròn tại I (I nằm giữa M và O). Tính  $AMI + 2MAI$

c. Tia phân giác góc BAC cắt dây BC tại D. Chứng minh:  $MD^2 = MB.MC$

### Câu 5 (1điểm)

Tìm nghiệm nguyên x, y của phương trình:

$$x^2y^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 - 2xy(x+y-2) = 2$$

Phần B. Đáp án

**Câu 1:**

a) Ta có:  $A=3+2=5$  0,5đ

$$B = |\sqrt{2} + 1| - \sqrt{2} = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1 \quad 0,5đ$$

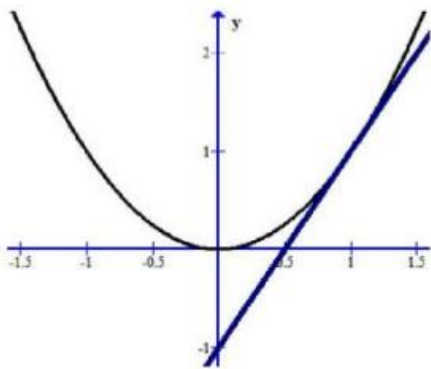
$$b) C = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad 0,5đ$$

$$C = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1} \quad 0,5đ$$

**Câu 2:**

**Bảng giá trị**

X	-1	-1/2	0	1/2	1
$y=x^2$	1	1/4	0	1/4	1
$y=2x-1$			-1	0	



0,5đ

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là  $x^2=2x-1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=1 \quad 0,25đ$$

Vậy giao điểm  $M(1;1)$  0,25đ

(đường thẳng là tiếp tuyến của parabol)

**Câu 3:**

a) Lấy pt (1) cộng pt (2) ta được:  $4x=8$  vậy  $x=2$  0,5đ

Từ phương trình (1) suy ra  $y=2-x=3$ . KL: nghiệm của hệ là (2;3) 0,5đ

b) Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $a$  (m),  $a > 0$  0,25đ

Khi đó ta có chiều dài của mảnh đất là  $a + 5$  (m)

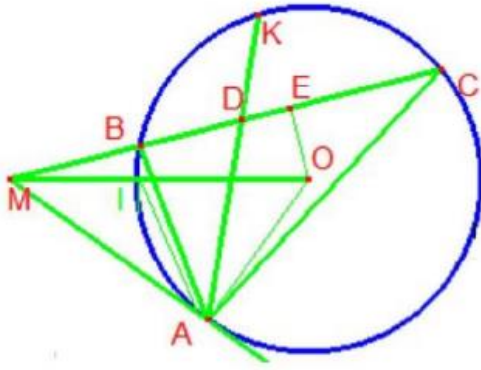
Theo bài ra ta có diện tích của mảnh đất là  $150 \text{ m}^2$  nên:

$$a(a-15)=150 \Rightarrow a=10(\text{tm}) ; a=-15(\text{loại}) \quad 0,25đ$$

Vậy chiều rộng là 10m, chiều dài là 15m 0,25đ

**Câu 4:**





a. Chứng minh MAOE là tứ giác nội tiếp.

Do E là trung điểm của dây cung BC nên  $OEM=90^\circ$  (quan hệ giữa đường kính và dây cung)

Do MA là tiếp tuyến nên  $OAM=90^\circ$ , tứ giác MAOE có  $OEM+OAM=180^\circ$  nên nội tiếp đường tròn.

b. Tính  $AMI + 2MAI$

Ta có:  $2MAI = AOI$  (cùng chắn cung AI)

$OAM + AMO = 90^\circ$  (do tam giác MAO vuông tại A)

$\Rightarrow AMI + 2MAI = 90^\circ$

c. Chứng minh  $MD^2 = MB.MC$

Do tam giác MAB đồng dạng với tam giác MCA (g.g) nên  $MA^2 = MB.MC$

Gọi K là giao điểm của phân giác AD với đường tròn (O)

Có  $MDA = \frac{1}{2}(sdKC + sdBA) = \frac{1}{2}(sdKB + sdBA) = \frac{1}{2}sdKA$

(vì AD là phân giác góc BAC nên cung KB = cung KC)

Mặt khác:  $MAD = \frac{1}{2}sdKA$  (Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

Nên tam giác MAD cân:  $MA = MD$

Vậy  $MD^2 = MB.MC$  (đpcm)

### Câu 5

Từ giả thiết  $\Rightarrow (x + y - xy)(x + y - xy - 2) = 0$  0,25đ

(chú ý: Khi đặt  $S=x+y$  và  $P=xy$  thì dễ nhìn hơn)

TH1:  $x+y-xy=0 \Leftrightarrow (x-1)(1-y)=-1$  ta nhận được nghiệm  $(2;2);(0;0)$  0,25đ

TH2:  $x+y-xy-2=0 \Leftrightarrow (x-1)(1-y)=1$  ta nhận được nghiệm  $(2;0);(0;2)$  0,25đ

Vậy nghiệm của phương trình là  $(2;2);(0;0);(2;0);(0;2)$  0,25đ

## Đề số 7. Sở GD và ĐT Lào Cai. Năm học 2013-2014

Phần A. Đề

### Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b)  $3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80}$

2. Cho biểu thức:  $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1}\right)$  Với  $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

a) Rút gọn P

b) So sánh giá trị của P với số  $\frac{1}{3}$

**Câu II: (1,0 điểm)** Cho hai hàm số bậc nhất  $y = -5x + (m+1)$  và  $y = 4x + (7 - m)$  (với m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tìm tọa độ giao điểm đó.

**Câu III: (2,0 điểm)** Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1) Giải hệ phương trình khi  $m = 2$

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất (x; y) thỏa mãn:  
 $2x + y \leq 3$

**Câu IV: (1,5 điểm)** Cho phương trình bậc hai  $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$  (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với  $m = -1$ .

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1 - x_2 = 2$ .

### Câu V : (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A sao cho  $OA = 3R$ . Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn (O ; R) (P, Q là 2 tiếp điểm). Lấy M thuộc đường tròn (O ; R) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM với đường tròn (O ; R). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

1) Chứng minh tứ giác APOQ là tứ giác nội tiếp và  $KA^2 = KN \cdot KP$

2) Kẻ đường kính QS của đường tròn (O ; R). Chứng minh NS là tia phân giác của góc PNM

3) Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R

----- Hết -----

## Phần B. Đáp án

Giải:

### Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

$$a) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$b) 3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80} = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

2. Cho biểu thức:  $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1}\right)$  Với  $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

a) Rút gọn

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1}\right) \\ &= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \left(\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{(a-1)-(a-4)} = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b) So sánh giá trị của P với số  $\frac{1}{3}$

Xét hiệu:

$$\frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{a}-2-\sqrt{a}}{3\sqrt{a}} = \frac{-2}{3\sqrt{a}} < 0$$
$$\Leftrightarrow P < \frac{1}{3}$$

**Câu II: (1,0 điểm)** Đồ thị hai hàm số bậc nhất  $y = -5x + (m+1)$  và  $y = 4x + (7-m)$  cắt nhau tại một điểm trên trục tung khi tung độ góc bằng nhau tức là  $m+1 = 7-m$  suy ra  $m = 3$ . Tọa độ giao điểm đó là  $(0; m+1)$  hay  $(0; 7-m)$  tức là  $(0; 4)$

**Câu III: (2,0 điểm)** Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$  (m là tham số)

1) Giải hệ phương trình khi  $m = 2$ . Ta có  $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

2)  $y = 2 - (m-1)x$  thế vào phương trình còn lại ta có:

$$mx + 2 - (m-1)x = m + 1 \Leftrightarrow x = m - 1 \text{ suy ra } y = 2 - (m-1)^2 \text{ với mọi } m$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (m-1; 2-(m-1)^2)$

$$2x + y = 2(m-1) + 2 - (m-1)^2 = -m^2 + 4m - 1 = 3 - (m-2)^2 \leq 3 \text{ với mọi } m$$

Vậy với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm thỏa mãn:  $2x + y \leq 3$

**Câu IV: (1,5 điểm)** Cho phương trình bậc hai  $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$  (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với  $m = -1$ . Ta có  $x^2 + 4x + 3 = 0$  có  $a-b+c=1-4+3=0$  nên  $x_1 = -1$ ;  $x_2 = -3$

b)  $\Delta' = 3+2m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1$ ;  $x_2$  thì  $\Delta' \geq 0$  tức là  $m \geq -\frac{3}{2}$

Theo Vi ét ta có  $x_1 + x_2 = -4$  (2);  $x_1 \cdot x_2 = -2m+1$  (3)

Kết hợp (2) với đầu bài  $x_1 - x_2 = 2$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases} \text{ thế vào (3) ta được } m = -1 \text{ (thỏa mãn ĐK } m \geq -\frac{3}{2})$$

Vậy với  $m = -1$  thì hệ phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1 ; x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1 - x_2 = 2$

**Câu V : (3,0 điểm)**

a) tứ giác APOQ có tổng hai góc đối bằng  $180^0$ .

PM//AQ suy ra

$$PMN = KAN \text{ (So le trong)}$$

$$PMN = APK \text{ (cùng chắn cùng PN)}$$

$$\Rightarrow KAN = APK$$

Tam giác KAN và tam giác KPA có góc K chung

$$KAN = KPA \text{ nên hai tam giác đồng dạng (g-g)}$$

$$\frac{KA}{KP} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow KA^2 = KN.KP$$

b) PM//AQ mà  $SQ \perp AQ$  (t/c tiếp tuyến) nên  $SQ \perp PM$  suy ra  $PS = SM$

Nên  $PNS = SNM$  hay NS là tia phân giác của góc  $PNM$

c) Gọi H là giao điểm của PQ với AO

G là trọng tâm của tam giác APQ nên  $AG = \frac{2}{3} AH$

mà  $OP^2 = OA.OH$  nên  $OH = OP^2/OA = R^2/3R = R/3$  nên  $AH = 3R - R/3 = 8R/3$

do đó  $AG = \frac{2}{3} \cdot 8R/3 = 16R/9$

----- Hết -----

## Đề số 8. Sở GD và ĐT Long An. Năm học 2013 - 2014

Phản A. Đề

**Câu 1: (2điểm)**

**Bài 1:** Rút gọn biểu thức sau:

a)  $2\sqrt{9} + \sqrt{25} - 5\sqrt{4}$

b)  $\left(\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}\right) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})$  (với  $x > 0; y > 0$ )

**Bài 2:** Giải phương trình:  $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3}$

**Câu 2: (2điểm)**

Cho các hàm số; (P):  $y=2x^2$  và (d):  $y= -x+3$

- Vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy
- Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.

**Câu 3: (2điểm)**

a. Giải phương trình:  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

b. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

c. Cho phương trình ẩn x:  $x^2 + 2mx + m^2 - m + 1 = 0$  (với m là tham số).

Tìm m để phương trình trên có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó với m vừa tìm được.

**Câu 4: (4điểm)**

**Bài 1:**

Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ , AH là chiều cao của tam giác ABC. Tính độ dài AC và AH

**Bài 2:**

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Ba đường cao AE, BF, CG cắt nhau tại H (với E thuộc BC, F thuộc AC, G thuộc AB).

- Chứng minh các tứ giác AFHG và BGFC là các tứ giác nội tiếp.
- Gọi I và M lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp của tứ giác AFHG và BGFC. Chứng minh MG là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.
- Gọi D là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn tâm O. Chứng minh:

$$EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4R^2$$

Phần B. Đáp án

**Câu 1: (2 điểm)**

**Bài 1:** Rút gọn biểu thức sau:

a.  $2\sqrt{9} + \sqrt{25} - 5\sqrt{4}$

$= 5 + 5 - 10$       0,25đ

$= 0$       0,25đ

b)  $\left(\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}\right) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})$  (với  $x > 0; y > 0$ )

$= \frac{x\sqrt{xy} - y\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$       0,25đ

$= \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}}$       0,25đ

$= x - y$       0,25đ

**Bài 2:** Giải phương trình:

$\sqrt{2x-1} = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2x-1=3$       0,25đ

$\Leftrightarrow x=2$       0,25đ

Vậy nghiệm của phương trình là:  $x=2$       0,25đ

**Câu 2: (2 điểm)**

Cho các hàm số; (P):  $y=2x^2$  và (d):  $y= -x+3$

a. Vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy

0,5đ

$y= -x + 3$

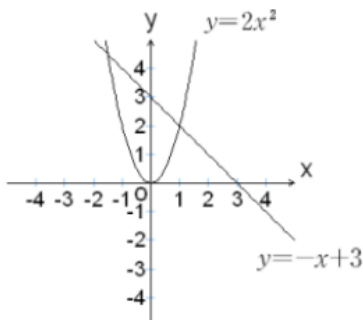
x	0	3
y	3	0

0,25đ

$y=2x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

0,25đ



b. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):  $2x^2 = -x + 3$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad 0,25đ$$

$$+ x = 1 \Rightarrow y = 2$$

$$+ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2}$$

Vậy (P) cắt (d) tại 2 điểm  $(1; 2); (-\frac{3}{2}; \frac{9}{2})$  0,25đ

### Câu 3: (2 điểm)

**a. Giải phương trình:**  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

$$\text{Ta có: } \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1 \quad 0,25đ$$

Phương trình có hai nghiệm:  $x_1 = 2; x_2 = \frac{3}{2}$  0,25đ

**b. Giải hệ phương trình:** 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 3x = 6 \end{cases} \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \quad 0,25đ$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(2; 2)$

**c. Cho phương trình ẩn x**  $x^2 + 2mx + m^2 - m + 1 = 0$  (với m là tham số).

**Tìm m để phương trình trên có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó với m vừa tìm được.**

$$\Delta' = m^2 - m^2 + m - 1$$

$$= m - 1 \quad 0,25đ$$

Phương trình trên có nghiệm kép  $\Leftrightarrow \Delta' = 0$  0,25đ

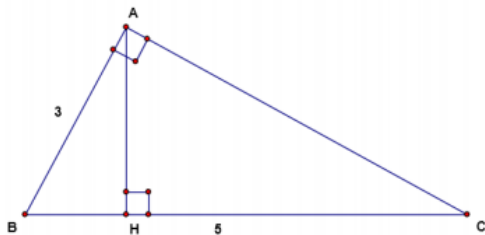
$$\Leftrightarrow m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1 \quad 0,25đ$$

Nghiệm kép là:  $x_1 = x_2 = -1$  0,25đ

### Câu 4:

#### Bài 1 (1 điểm)



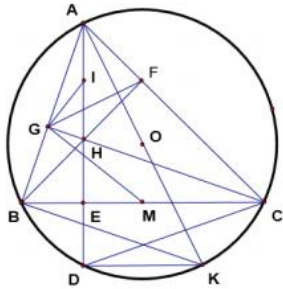
$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 16 \quad 0,25đ$$

$$\Rightarrow AC = 4(\text{cm}) \quad 0,25đ$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \quad 0,25đ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5} (cm) \quad 0,25đ$$

**Bài 2 (3điểm)**



**a. Chứng minh tứ giác AFHG và BGFC nội tiếp.**

**Ta có:**

$$AGH = 90^\circ (gt)$$

$$AFH = 90^\circ (gt) \quad 0,25đ$$

$$AGH + AFH = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  AFHG là tứ giác nội tiếp 0,25đ

**Ta có:**

$$BGC = BFC = 90^\circ \quad 0,25đ$$

$\Rightarrow$  Tứ giác BGFC nội tiếp (Vì tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn BC dưới một góc bằng  $90^\circ$ )  
0,25đ

**b. Gọi I và M lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AFHG và BGFC. Chứng minh MG là tiếp tuyến của đường tròn tâm (I).**

$$IGA = IAG \text{ (tam giác IAG cân tại I ) } (1) \quad 0,25đ$$

$$GBM = BGM \text{ ( tam giác MGB cân tại M ) } (2) \quad 0,25đ$$

$$IAG + GBM = 90^\circ (3)$$

Từ (1), (2) và (3)  $\Rightarrow IGA + BGM = 90^\circ$

$$\Rightarrow IGM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow MG \perp IG \quad 0,25đ$$

$\Rightarrow$  MG là tiếp tuyến của đường tròn tâm I 0,25đ

**c) Gọi D là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn tâm O. Chứng minh:**

$$EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4R^2$$

Kẻ đường kính AK của đường tròn tâm O

$$EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = AB^2 + DC^2 \quad (4) \quad 0,25đ$$

Tam giác ABK vuông tại B

$$\Rightarrow AB^2 + BK^2 = AK^2 = 4R^2 (5) \quad 0,25đ$$

Tứ giác BCKD là hình thang ( BC//DK do cùng vuông góc với AD ) (6) 0,25đ

Tứ giác BCKD nội tiếp đường tròn (O) (7)

Từ (6), (7)  $\Rightarrow$  BCKD là hình thang cân.

$$\Rightarrow DC = BK (8) \quad 0,25đ$$

Từ (4), (5), (8)  $\Rightarrow EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4R^2$  0,25đ



## Đề số 9. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học 2013-2014

Phần A. Đề

### Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1.** Điều kiện để biểu thức  $\sqrt{\frac{1}{1-x}}$  có nghĩa là:

- A.  $x > 1$                       B.  $x < 1$                       C.  $x \geq 1$                       D.  $x \neq 1$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng  $y = ax + 5$  đi qua M(-1;3). Hệ số góc của d là:

- A. -1                              B. -2                              C. 2                                D. 3

**Câu 3.** Hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$  có nghiệm (x;y) là:

- A. (1;1)                          B. (7;1)                          C. (3;3)                          D. (3;-3)

**Câu 4.** Phương trình nào sau đây có tích hai nghiệm bằng 3?

- A.  $x^2 + x + 3 = 0$               B.  $x^2 + x - 3 = 0$               C.  $x^2 - 3x + 1 = 0$               D.  $x^2 + 5x + 3 = 0$

**Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số giao điểm của parabol  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x + 3$  là:

- A. 2                                B. 1                                C. 0                                D. 3

**Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A, có  $AB = 3\text{cm}$ ;  $AC = 4\text{cm}$ . Độ dài đường cao ứng với cạnh huyền bằng ?

- A. 7cm                              B. 1cm                              C.  $\frac{12}{5}$  cm                              D.  $\frac{5}{12}$  cm

**Câu 7.** Cho hai đường tròn (O;3cm) và (O'; 5cm), có  $OO' = 7\text{cm}$ . Số điểm chung của hai đường tròn là

- A. 1                                B. 2                                C. 3                                D. 4

**Câu 8.** Một hình nón có bán kính đáy bằng 4cm, đường sinh bằng 5cm. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A.  $20\pi \text{ cm}^2$                       B.  $15\pi \text{ cm}^2$                       C.  $12\pi \text{ cm}^2$                       D.  $40\pi \text{ cm}^2$

### Phần II – Tự luận (8,0 điểm)

**Câu 1. (1,5 điểm).** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$  với  $x > 0$  và x khác 1.

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$  (1), với m là tham số.

- 1) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$ .
- 2) Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10$ .

**Câu 3. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{x+2}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 6 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B).

- 1) Chứng minh :  $AE^2 = EK \cdot EB$
- 2) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.

3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh  $\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1$

**Câu 5. (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $(3x^2 - 6x)(\sqrt{2x-1} + 1) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 4$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: ..... Chữ ký giám thị: .....

Số báo danh: ..... Chữ ký giám thị 1: .....

Phần B. Đáp án

**Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Đáp án</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>A</b>

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

<b>Bài</b>	<b>Lời giải</b>
<b>Bài 1 1,5đ</b>	<p>1) Rút gọn biểu thức</p> $A = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ $\Leftrightarrow A = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $= \left( \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{x - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 - (x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2}{x-1}$ <p>Vậy <math>A = \frac{2}{x-1}</math></p>
	<p>2) Với <math>x &gt; 0</math> và <math>x \neq 1</math> ta có: <math>A = \frac{2}{x-1}</math></p> <p>Chỉ ra khi A có giá trị là số nguyên khi và chỉ khi <math>x - 1</math> là ước của 2</p> <p>Mà <math>U\{2\} = \{-2; -1; 1; 2\}</math></p> <p>TH1 : <math>x - 1 = -2 \Leftrightarrow x = -1</math> (không thỏa mãn điều kiện)</p> <p>TH2 : <math>x - 1 = -1 \Leftrightarrow x = 0</math> (không thỏa mãn điều kiện)</p> <p>TH3 : <math>x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2</math> (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>TH4 : <math>x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3</math> (thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy <math>x = 2, x = 3</math> thỏa mãn yêu cầu bài toán.</p>
<b>Bài 2 1,5đ</b>	<p>Cho phương trình <math>x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0</math> (1), với m là tham số.</p> <p>1) Giải phương trình (1) khi <math>m = 1</math>.</p> <p>Thay <math>m = 1</math> vào (1) phương trình trở thành <math>x^2 - 2x - 1 = 0</math></p> <p>Ta có: <math>\Delta' = 2 &gt; 0</math></p> <p>rồi giải PT tìm được <math>x = 1 \pm \sqrt{2}</math></p> <p>2) Xác định m để (1) có hai nghiệm <math>x_1; x_2</math> thỏa mãn điều kiện <math>x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10</math></p> <p>+ Chỉ ra điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm <math>x_1; x_2</math> là <math>\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1</math></p> <p>+ Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình là <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases}</math></p> <p>Tính được <math>x_1^2 + x_2^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2) = 4m^2 - 2(m^2 - m - 1) = 2m^2 + 2m + 2</math></p> <p>+ Biến đổi</p>

$$x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 + x_2) = 10$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 2m + 2 + 2.2m = 10$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 6m - 8 = 0$$

Ta có :  $a + b + c = 2 + 6 - 8 = 0$

tìm được  $m = 1$  (thỏa mãn) ;  $m = -4$  (không thỏa mãn).

Kết luận  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 3  
1,0đ

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{x+2}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 6 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$$

+điều kiện:  $x \neq -1; y \neq 2$

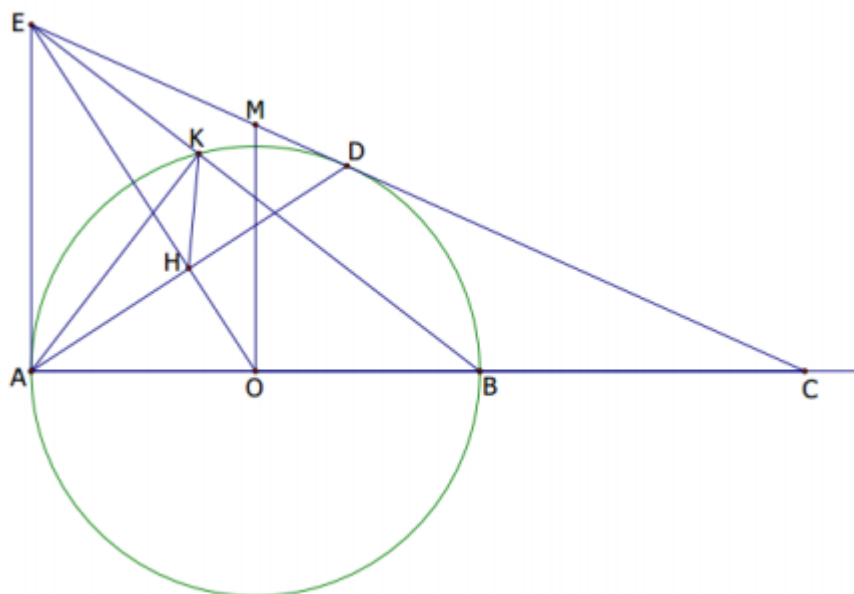
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 6 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} + \frac{2}{y-2} = 5 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{x+1} + \frac{10}{y-2} = 25 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{y-2} = 22 \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2 = \frac{1}{2} \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ \frac{5}{x+1} - \frac{1}{\frac{5}{2}-2} = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

+Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(x=0; y=\frac{5}{2})$

Bài 4



1) Chứng minh  $AE^2 = EK \cdot EB$

+Chỉ ra  $\Delta AEB$  vuông tại A (gt AE là tiếp tuyến của (O))

	<p>+Chỉ ra <math>AKB = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra AK là đường cao của tam giác vuông AEB. +Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AEB ta có: <math>AE^2 = EK \cdot EB</math></p>
	<p>2) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn. +Chỉ ra tứ giác AHKE nội tiếp: Ta có: EO là đường trung trực của đoạn thẳng AD (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) Nên ta có: EO vuông góc với AD nên <math>EHA = 90^\circ</math> Ta lại có <math>EKA = 90^\circ</math> Nên suy ra tứ giác AHKE nội tiếp. <math>\Rightarrow EHK = EAK</math> +Chỉ ra góc <math>EBA = EAK</math> (do cùng phụ với góc AEB) +Suy ra tứ giác BOHK nội tiếp suy ra 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.</p>
	<p>3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh <math>\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1</math> +Chỉ ra <math>\triangle OEM</math> cân tại M: do có góc <math>EOM =</math> góc <math>MEO</math> (vì cùng bằng góc AEO) suy ra <math>ME = MO</math>. +Có OM và AE cùng vuông góc với AB nên <math>OM \parallel AE</math>, áp dụng định lý Ta- lét trong <math>\triangle CEA</math> ta có: <math>\frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM}</math> Ta có: <math>\frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM} \Rightarrow \frac{CE - CM}{CM} = \frac{AE - OM}{OM} \Rightarrow \frac{EM}{CM} = \frac{AE}{OM} - 1</math> <math>\Rightarrow \frac{AE}{OM} - \frac{EM}{CM} = 1</math> Mà <math>ME = MO</math> nên suy ra <math>\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1</math></p>
Bài 5	<p>Giải phương trình: <math>(3x^2 - 6x)(\sqrt{2x-1} + 1) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 4</math> +Điều kiện <math>x \geq \frac{1}{2}</math> +Biến đổi phương trình đã cho trở thành phương trình tương đương <math>(x-2)[3x(\sqrt{2x-1} + 1) - (2x^2 - x + 2)] = 0</math> <math>\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3x(\sqrt{2x-1} + 1) - (2x^2 - x + 2) = 0 \end{cases}</math> +Giải phương trình <math>3x(\sqrt{2x-1} + 1) - (2x^2 - x + 2) = 0</math> <math>\Leftrightarrow 3x(\sqrt{2x-1} + 1) - x(2x-1) - 2 = 0(2)</math> Đặt <math>\sqrt{2x-1} = t (t \geq 0)</math> suy ra <math>x = \frac{t^2 + 1}{2}</math> thay vào pt (2) ta được :</p>

$$t^4 - 3t^3 - 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 + t + 1)(t^2 - 4t + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

Từ đó tìm được  $x = 4 \pm 2\sqrt{3}$  (TM)

+Kết luận phương trình đã cho có 3 nghiệm là  $x=2$  và  $x = 4 \pm 2\sqrt{3}$

**Đề số 10. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học 2013-2014**

Phần A. Đề

**Câu 1:** (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút biểu thức P.

b) Tìm x để  $P = \frac{3}{2}$

**Câu 2:** (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm 2 m<sup>2</sup>. Tính diện tích của mảnh vườn.

**Câu 3:** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$  (m là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 2$ .

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$

**Câu 4:** (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Tia AO cắt đường tròn (O) tại D.

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

c) Gọi m là trung điểm của BC, tia AM cắt HO tại G. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác BAC

**Câu 5:** (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn  $a+b+c=1$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$

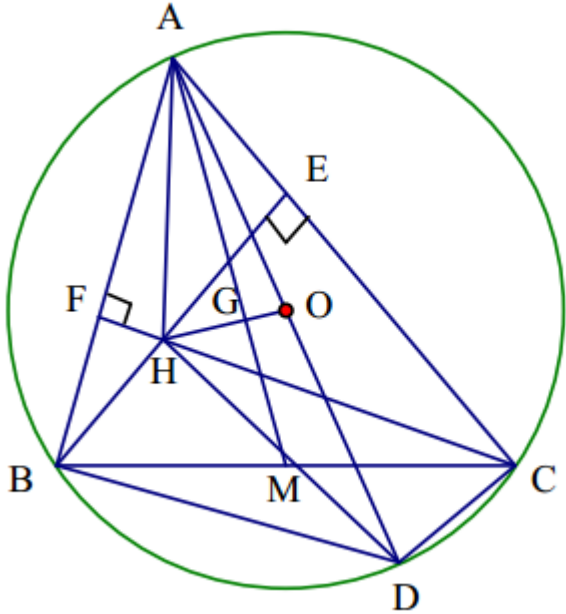
----- Hết -----

Họ và tên thí sinh : .....Số báo danh.....

**ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN**

Câu	Ý	Nội dung
Câu 1	a.	ĐKXD: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$
		$P = \left( \frac{2}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot (\sqrt{x}+2) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$
	b.	$P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 36 (TM)$
Câu 2		Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn ( $0 < x < 25$ ) Chiều dài của mảnh vườn là: $50-x$ . Diện tích của mảnh vườn là: $x(50-x)$ . Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $x+3$ ; giảm chiều dài 4 m thì chiều dài mới là $46-x$ . Diện tích mới của mảnh vườn là: $(x+3)(46-x)$ Theo bài ra ta có phương trình: $x(50-x)-(x+3)(46-x)=2$ $\Leftrightarrow 50x-x^2-43x+x^2-138=2 \Leftrightarrow 7x=140 \Leftrightarrow x=20 (TM)$ Vậy diện tích của mảnh vườn là $20(50-20)=600 \text{ m}^2$ .
Câu 3	a. 1đ	Khi $m = 2$ pt trở thành $x^2-6x+8=0$
		Ta có $\Delta'=1$
		Suy ra pt có hai nghiệm là: $x_1=4; x_2=2$
	b.	Để pt (1) có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ $\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2+7) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2} (*)$
		Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$ $\Rightarrow x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 \leq 3m^2 + 16$
		$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 \leq 3m^2 + 16$
		$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 \leq 3m^2 + 16$
		$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - m^2 - 4 \leq 3m^2 + 16$ $\Leftrightarrow 8m \leq 16$ $\Leftrightarrow m \leq 2$
	Đổi chiếu với điều kiện (*) suy ra $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$ có hai nghiệm $x_1 ; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$	



Câu 4	Vẽ hình	 <p>(Hình vẽ chỉ cần vẽ hết câu b là đạt 0,5 điểm )</p>
	a.	<p>Xét tứ giác BCEF có <math>BFC = BEC = 90^\circ</math> (cùng nhìn cjanh BC)  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp</p>
	b.	<p>Ta có: <math>ACD = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)<math>\Rightarrow DC \perp AC</math>  Mà <math>HE \perp AC</math>; suy ra <math>BH \parallel DC</math> (1)  Chứng minh tương tự: <math>CH \parallel BD</math> (2)  Từ (1) và (2) suy ra BHCD là hình bình hành</p>
	c.	<p>Ta có M trung điểm của BC suy ra M trung điểm của HD.  Do đó AM, HO trung tuyến của <math>\Delta AHD \Rightarrow G</math> trọng tâm của <math>\Delta AHD \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}</math>  Xét tam giác ABC có M trung điểm của BC, <math>\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}</math>  Suy ra G là trọng tâm của <math>\Delta ABC</math></p>
Câu 5		<p>Áp dụng BĐT cô si ta có:</p> $\frac{a^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq a$ $\frac{b^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq b$ $\frac{c^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} \geq c$ $\Rightarrow \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq a+b+c - \left(\frac{a+b}{4} + \frac{b+c}{4} + \frac{c+a}{4}\right)$ $= \frac{a+b+c}{2} = \frac{1}{2}$ <p>Vậy <math>\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}</math></p>

## Đề số 11. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học 2013 - 2014

Phần A. Đề

### Bài 1: (1,5 điểm)

1) Tính  $3\sqrt{16} + 5\sqrt{36}$

2) Chứng minh rằng với  $x > 0$  và  $x \neq 1$  thì  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3) Cho hàm số bậc nhất  $y = (2m+1)x - 6$

a) Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

b) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số đã cho qua điểm  $A(1;2)$

### Bài 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình:  $2x^2 + 3x - 5 = 0$

2) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 + mx + m - 2 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 2$

3) Giải hpt: 
$$\begin{cases} x + y = xy - 1 \\ x + 2y = xy + 1 \end{cases}$$

### Bài 3: (2,0 điểm)

Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

### Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  cố định. Từ một điểm  $A$  cố định ở bên ngoài đường tròn  $(O)$ , kẻ các tiếp tuyến  $AM$  và  $AN$  với đường tròn ( $M; N$  là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua  $A$  cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $B$  và  $C$  ( $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của dây  $BC$ .

1) Chứng minh rằng:  $AMON$  là tứ giác nội tiếp.

2) Gọi  $K$  là giao điểm của  $MN$  và  $BC$ . Chứng minh rằng:  $AK \cdot AI = AB \cdot AC$

3) Khi cát tuyến  $ABC$  thay đổi thì điểm  $I$  chuyển động trên cung tròn nào? Vì sao?

4) Xác định vị trí của cát tuyến  $ABC$  để  $IM = 2 \cdot IN$

### Bài 5: (1,0 điểm)

Với  $x \neq 0$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \frac{x^2 - 2x + 2014}{x^2}$

----- HẾT -----

Phần B. Đáp án

**Bài 1: (1,5 điểm)**

1)  $3\sqrt{16} + 5\sqrt{36} = 3.4 + 5.6 = 42$

2) Với  $x > 0$  và  $x \neq 1$  ta có

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$$
$$= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

Vậy với  $x > 0$  và  $x \neq 1$  thì  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3).

a) Hàm số bậc nhất  $y=(2m+1)x-6$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $2m+1 < 0 \Leftrightarrow 2m < -1 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$

b) Đồ thị hàm số  $y=(2m+1)x-6$  qua điểm

$A(1;2) \Leftrightarrow 2 = (2m+1).1 - 6 \Leftrightarrow 2 = 2m + 1 - 6$

$\Leftrightarrow 2m = 7$

$\Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$

**Bài 2: (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình:  $2x^2 + 3x + 5 = 0$

Ta có  $a+b+c = 0$ . Suy ra pt có 2 nghiệm:  $x_1 = 1; x_2 = -\frac{5}{2}$

2)  $x^2 + mx + m - 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 2$

Ta có  $\Delta = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0 \forall m$

Do đó pt đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

Áp dụng định lí Vi et ta có: 
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -m \\ P = x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$$
$$= (-m)^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8$$

Do đó  $|x_1 - x_2| = 2$

$$(x_1 - x_2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 8 = 4$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

3) 
$$\begin{cases} x + y = xy - 1 \\ x + 2y = xy + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + y = xy - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hpt là  $(x;y) = (3;2)$

**Bài 3: (2,0 điểm)**

Gọi số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là  $x$  (sản phẩm). ĐK:  $x > 10; x \in \mathbb{Z}$

Do đó:

Số sản phẩm tổ dự định làm trong mỗi ngày là:  $x - 10$  (sản phẩm).

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là:  $\frac{240}{x}$  (ngày)

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là:  $\frac{240}{x-10}$  ngày

Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày, do đó ta có phương trình:

$$\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1$$

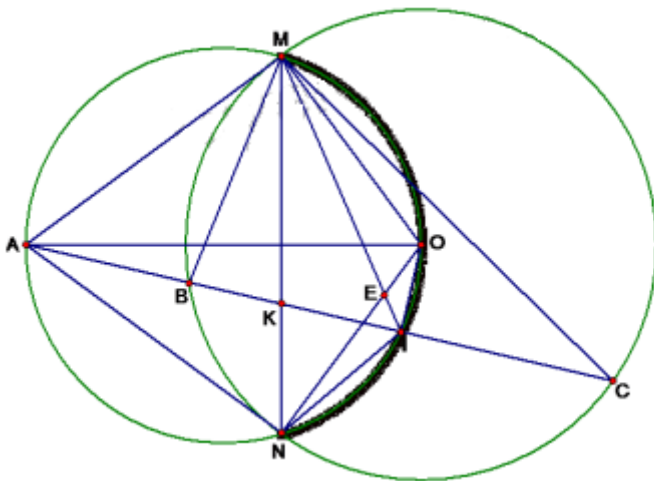
$$\Leftrightarrow 120x - 120x + 1200 = x^2 - 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -30(L) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là 40 sản phẩm.

**Bài 4: (3,5 điểm)** (Giải vấn tắt)



1) Tứ giác AMON nội tiếp do có góc  $\text{AMO} + \text{góc ANO} = 180^\circ$ . (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

2) Tam giác AKM đồng dạng với tam giác AMI (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AK \cdot AI = AM^2 \quad (1)$$

Tam giác ABM đồng dạng với tam giác AMC (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM^2 \quad (2)$$

(1) và (2)  $\Rightarrow AK \cdot AI = AB \cdot AC$

3) Ta có  $IB = IC \Rightarrow OI \perp BC$

$\Rightarrow \text{AIO} = 90^\circ$  mà A, O cố định suy ra I thuộc đường tròn đường kính AO

Giới hạn: Khi  $B \equiv M \rightarrow I \equiv M$   
 Khi  $B \equiv N \rightarrow I \equiv N$

Vậy khi cát tuyến ABC thay đổi thì I chuyển động trên  $MON$  của đường tròn đường kính AO.

4) Tam giác KIN đồng dạng với tam giác KMA (g-g)

$$\Rightarrow \frac{IN}{MA} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow IN = \frac{KN \cdot MA}{KA}$$

Tam giác KIM đồng dạng với tam giác KNA(g-g)

$$\Rightarrow \frac{IM}{NA} = \frac{KM}{KA} \Rightarrow IM = \frac{KM \cdot NA}{KA} = \frac{KM \cdot MA}{KA} \text{ (Do NA=MA)}$$

$$\text{Do đó } IM = 2IN \Leftrightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{KN \cdot MA}{KA}}{\frac{KM \cdot MA}{KA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$$

Vậy  $IM=2 \cdot IN$  khi cát tuyến ABC cắt MN tại K với  $\frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$

**Bài 5: (1,0 điểm)**

$$A = \frac{x^2 - 2x + 2014}{x^2} \Leftrightarrow Ax^2 = x^2 - 2x + 2014$$

$$\Leftrightarrow (A-1)x^2 + 2x - 2014 = 0$$

\* Với  $A=1 \Leftrightarrow x=1007$

\* Với  $A \neq 1$  PT (1) là pt bậc 2 ẩn x có

$$\Delta' = 1 + 2014(A-1)$$

$$= 1 + 2014A - 2014 = 2014A - 2013$$

PT (1) có nghiệm khi

$$\Delta' \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2014A - 2013 \geq 0 \Leftrightarrow A \geq \frac{2013}{2014}$$

Kết hợp với trường hợp  $A=1$  ta có  $A_{\min} = \frac{2013}{2014}$

**Đề số 12. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2013-2014**

**Bài 1 (2,0 điểm)**

1. Tính:  $\frac{50 - \sqrt{25}}{\sqrt{36}}$

2. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-2x}{x-\sqrt{x}}$  Với  $x > 0; x \neq 1$ .

3. Xác định hệ số a để hàm số  $y = ax - 5$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5.

**Bài 2 (2,0 điểm)**

1. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^2$  với đồ thị hàm số  $y = -5x + 6$ .

2. Cho phương trình:  $x^2 - 3x - 2m^2 = 0$  (1) với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 = 4x_2^2$

**Bài 3 (2,0 điểm).**

*Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được một phần tư công việc. Hỏi mỗi người thợ làm một mình thì trong bao nhiêu giờ mới xong công việc đó.

**Bài 4 (3,5 điểm).**

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O), (B,C là các tiếp điểm).

a, Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

b, Qua B kẻ đường thẳng song song với AO, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E. Chứng minh ba điểm C,O,E thẳng hàng.

c, Gọi I là giao điểm của đoạn thẳng AO với đường tròn (O), chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC khi  $OB = 2$  cm,  $OA = 4$  cm.

d, Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm M tùy ý ( $M \neq B,C$ ). Kẻ MD vuông góc với BC, MS vuông góc với CA, MT vuông góc với AB (R, S, T là chân các đường vuông góc). Chứng minh:  $MS.MT = MR^2$

**Bài 4 (0,5 điểm).**

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn:  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^3 + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^3 = 0$ . Tính giá trị biểu thức

$$T = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^{2013} + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^{2013} + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^{2013}$$

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  
**TỈNH QUẢNG NINH 2013-2014\_MÔN TOÁN**

**Câu 1:**

$$1. \frac{50 - \sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{50 - 5}{6} = \frac{15}{2}$$

2. Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-2x}{x-\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}(x-2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}-1 \end{aligned}$$

Kết luận:  $A = \sqrt{x}-1$

3. Đồ thị hàm số  $y=ax-5$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5 khi  $0 = a \cdot 1,5 - 5 \Leftrightarrow a = \frac{10}{3}$

Vậy  $a = \frac{10}{3}$

**Câu 2:**

a. Phương trình hoành độ giao điểm  $x^2 + 5x - 6 = 0$

Có:  $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x = 1$ ;  $x = -6$

Với  $x=1$  thì  $y=1$ , suy ra giao điểm thứ nhất là  $P(1;1)$

Với  $x = -6$  thì  $y=(-6)^2=36$ , suy ra giao điểm thứ nhất là  $Q(-6;36)$

Kết luận: Giao điểm cần tìm là  $P(1;1)$ ,  $Q(-6;36)$

b. Phương trình (1) có  $\Delta = 9+8m^2 > 0$  với mọi  $m$  nên (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Gọi hai nghiệm đó là  $x_1, x_2$ , theo định lý Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -2m^2 \end{cases}$$

Điều kiện

$$x_1^2 = 4x_2^2 \Leftrightarrow (x_1 - 2x_2)(x_1 + 2x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 = -2x_2 \end{cases}$$

Với  $x_1 = 2x_2$ ; giải hệ  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow 2 = -2m^2 \Rightarrow$  không tồn tại  $m$ .

Với  $x_1 = -2x_2$ ; giải hệ  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 = -2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow -18 = -2m^2 \Leftrightarrow m = \pm 3$

Vậy  $m = \pm 3$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3:**

Gọi thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong việc là  $x$ (giờ) ( $x > 16$ )

thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong việc là  $y$ (giờ) ( $y > 16$ )

Suy ra trong thời gian 1 giờ người thợ thứ nhất làm được  $1/x$  công việc.

Trong thời gian 3 giờ người thợ thứ nhất làm được  $3/x$  công việc

trong thời gian 1 giờ người thợ thứ hai làm được  $1/y$  công việc.

Trong thời gian 6 giờ người thợ thứ hai làm được  $\frac{6}{y}$  công việc

Hai người cùng làm trong 16 giờ thì xong việc, có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$

Người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì được một phần tư công việc, ta có phương trình:

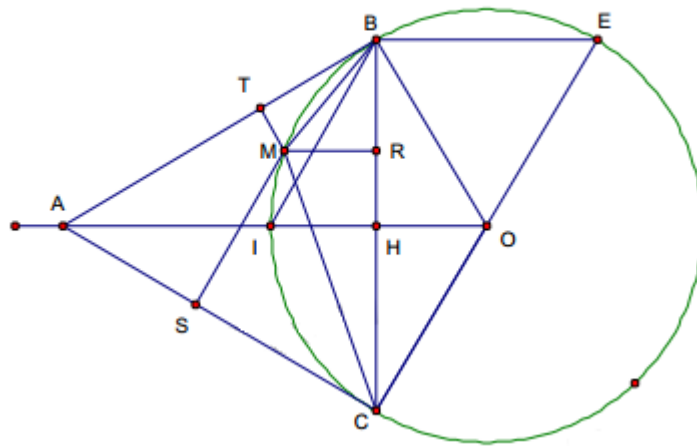
$$\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$$

Từ đó ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Kết luận: thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong việc là 24 (giờ)

thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong việc là 48 giờ

**Câu 4:**



a. Do AB, AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên  $\angle ABO = 90^\circ$ ;  $\angle ACO = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle ABO + \angle ACO = 180^\circ$ . Do đó tứ giác ABOC nội tiếp.

b. Nối BC, ta thấy B và C là các tiếp điểm nên dễ dàng suy ra được  $BC \perp AO$

Mà  $BE \parallel AO \Rightarrow BE \perp BC$  hay  $\angle EBC = 90^\circ$

Suy ra CE là đường kính của đường tròn tâm (O).

Do đó O thuộc CE hay ba điểm C, O, E thẳng hàng

Nối BC, BI do AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên OA là tia phân giác của góc BOC (Tính chất tiếp tuyến) nên cung BI bằng cung CI.

$\angle ABI = \angle CBI$  hay BI là tia phân giác của góc ABC

Hơn nữa theo tính chất tiếp tuyến, ta có  $AB = AC$ ;  $\angle BAO = \angle CAO$

Do đó I là đường tròn nội tiếp tam giác ABC

$AO \cap BC = \{H\} \Rightarrow IH$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Khi  $OA = 4\text{cm}$ ,  $OB = 2\text{cm} \Rightarrow OA = 2OB$  mà tam giác ABO vuông tại B  $\Rightarrow \angle BAO = 90^\circ$ ;  $\angle AOB = 60^\circ$ . Ta suy ra được  $IH = IO/2 = 1\text{cm}$

D. Dễ dàng chứng minh được MBR và MCS đồng dạng (g-g), suy ra  $\frac{MB}{MC} = \frac{MR}{MS}$

Lập luận tương tự ta cũng có MBT và MCR đồng dạng, suy ra  $\frac{MB}{MC} = \frac{MT}{MR}$



Từ đó ta có :  $MS.MT = MR^2$  (đpcm)

**Câu 5:**

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = a$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{z}) = b$$

$$(\sqrt{z} - \sqrt{x}) = c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 0 \end{cases}$$

**Biến đổi**

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = b \\ b = c \\ c = a \end{cases} \Rightarrow a = b = c = 0$$

$$\Rightarrow T = a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 0$$

**Đề số 13. Sở GD và ĐT TH.HCM. Năm học 2013-2014****Bài 1: (2 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$b) x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$c) x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

**Bài 2: (1,5 điểm)**

- Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y=x^2$  và đường thẳng (d):  $y=-x+2$  trên cùng một hệ trục tọa độ
- Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

**Bài 3: (1,5 điểm)**

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{3}{\sqrt{x-3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{x+9} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9$$

$$B = 21(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2 - 6(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$$

**Bài 4: (1,5 điểm)**

Cho phương trình  $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$  (\*) (x là ẩn số)

- Định m để phương trình (\*) có nghiệm  $x = \frac{1}{2}$
- Định m để phương trình (\*) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa điều kiện:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

**Bài 5: (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC không có góc tù ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn (O; R). (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

- Chứng minh rằng  $MBC = BAC$ . Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh rằng:  $FI \cdot FM = FD \cdot FE$ .
- Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.
- Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất

## BÀI GIẢI

### Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ hay } x = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$b) x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 1 = 2$$

$$x = 1 - \sqrt{2} \text{ hay } x = 1 + \sqrt{2}$$

c) Đặt  $u = x^2 \geq 0$  pt thành:

$$u^2 + 3u - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (u-1)(u+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ u = -4(L) \end{cases}$$

Cách khác :

$$pt \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0$$

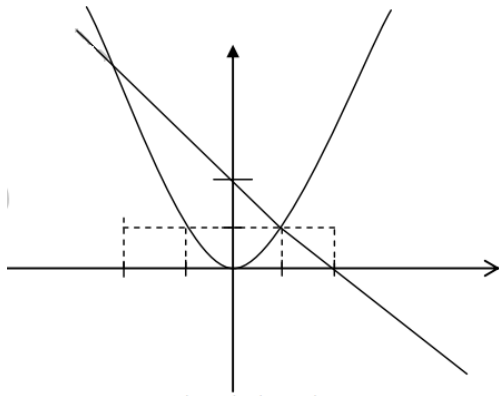
$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = 3(1) \\ x + 2y = -1(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

### Bài 2:

a) Đồ thị



Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0)$ ,  $(\pm 1;1)$ ;  $(\pm 2;4)$

(D) đi qua  $(1;1)$ ;  $(-2;4)$ ;  $(0;2)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$y(1)=1; y(-2)=4$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là  $(-2;4);(1;1)$

**3:** Thu gọn các biểu thức sau

Với  $x \geq 0; x \neq 9$

$$A = \left( \frac{x - 3\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{x + 9}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$B = \frac{21}{2} (\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 - 3(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{21}{2} (\sqrt{3} + 1 + \sqrt{5} - 1)^2 - 3(\sqrt{3} - 1 + \sqrt{5} + 1)^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{15}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - 15\sqrt{15} = 60$$

**Câu 4:**

a/ Phương trình (\*) có nghiệm  $x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 4 + m^2 + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

$$b/ \Delta' = 16 - 8m^2 - 8 = 8(1 - m^2)$$

Khi  $m = \pm 1$  thì ta có  $\Delta' = 0$  tức là:  $x_1 = x_2$  khi đó  $x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$  thỏa

Điều kiện cần để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt là:

$|m| < 1$  hay  $-1 < m < 1$ . khi  $|m| < 1$  hay  $-1 < m < 1$  ta có:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \text{ (Do } x_1 \neq x_2)$$

$$\Leftrightarrow S(S^2 - 2P) = S^2 - P$$

$$\Leftrightarrow 1(1^2 - 2P) = 1^2 - P$$

$$\Leftrightarrow P = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 1 = 0 \text{ (VN)}$$

Do đó yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow m = \pm 1$

**Cách khác**

Khi  $\Delta \geq 0$  ta có:

$$x_1 + x_2 = 1; x_1x_2 = \frac{m^2 + 1}{8}$$

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

$$\Leftrightarrow x_1^3(x_1 - 1) - x_2^3(x_2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x_1^3x_2 + x_1x_2^3 = 0 \text{ (Do } x_1 - 1 = -x_2; x_2 - 1 = -x_1)$$

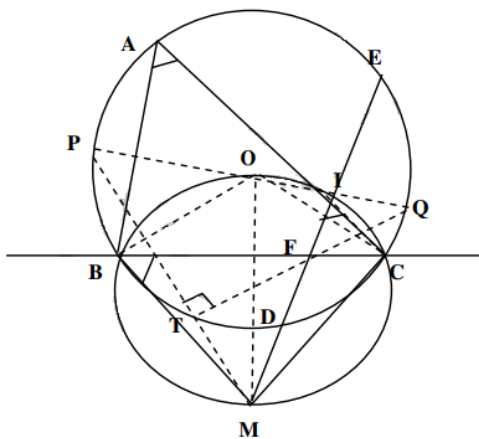
$$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1^2 - x_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0 \text{ (do } x_1x_2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

### Câu 5:



a) Ta có  $\angle BAC = \angle MBC$  do cùng chắn cung BC  
 Và  $\angle BAC = \angle MIC$  do  $AB \parallel MI$   
 $\Rightarrow \angle MBC = \angle MIC \Rightarrow ICMB$  nội tiếp đường tròn đường kính OM (vì 2 điểm B và C cùng nhìn OM dưới 1 góc vuông)

b) Do 2 tam giác đồng dạng FBD và FEC nên  $FB \cdot FC = FE \cdot FD$   
 Và 2 tam giác FBM và FIC đồng dạng nên  $FB \cdot FC = FI \cdot FM$   
 So sánh ta có:  $FI \cdot FM = FD \cdot FE$

c) Ta có  $\angle PTQ = 90^\circ$  do PQ là đường kính

Và 2 tam giác đồng dạng FIQ và FTM có 2 góc đối đỉnh F bằng nhau và  $\frac{FI}{FQ} = \frac{FT}{FM}$

(vì  $FI \cdot FM = FD \cdot FE = FT \cdot FQ$ )

Nên  $\angle FIQ = \angle FTM$  mà  $\angle FIQ = \angle OIM = 90^\circ$  (I nhìn OM dưới góc  $90^\circ$ )

Nên P, T, M thẳng hàng vì  $\angle PTM = 180^\circ$

d) Ta có BC không đổi. Vậy diện tích  $S_{IBC}$  lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến BC lớn nhất.

Vậy I trùng với O là yêu cầu của bài toán vì I nằm trên cung BC của đường tròn đường kính OM. Khi I trùng O thì  $\triangle ABC$  vuông tại B. Vậy diện tích tam giác ICB lớn nhất khi và chỉ khi AC là đường kính của đường tròn (O;R).

#### Cách khác

O' là trung điểm của OM. BC cắt OO' tại L; O'T lần lượt tại L và T

Vẽ IH vuông BC tại H

$$IH \leq IT = O'I - O'T \leq O'O - O'L = OL$$

**Đề số 14. Sở GD và ĐT Bắc Giang. Năm học 2013 - 2014****Câu I. (2 điểm)**

1. Tính giá trị biểu thức  $A = (2\sqrt{9} + 3\sqrt{36}) : 6 - \sqrt{4}$
2. Tìm m để hàm số  $y = (1-m)x - 2$ , ( $m \neq 1$ ) nghịch biến trên R.

**Câu II. (3 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 3x - 4y = -1 \end{cases}$$
2. Rút gọn biểu thức:  $B = \frac{4}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-1}$  với  $x \geq 0$ ,  $x \neq 1$
3. Cho phương trình:  $x^2 - 2(3-m)x - 4 - m^2 = 0$  ( $x$  là ẩn,  $m$  là tham số) (1).
  - a. Giải phương trình (1) với  $m = 1$ .
  - b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $||x_1| - |x_2|| = 6$ .

**Câu III. (1,5 điểm)**

Hai lớp 9A và 9B có tổng số 82 học sinh. Trong dịp tết trồng cây năm 2014, mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây nên cả hai lớp trồng được tổng số 288 cây. Tính số học sinh mỗi lớp.

**Câu IV. (3 điểm)**

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB cố định. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C sao cho  $AC = R$ . Qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với CA. Lấy điểm M bất kì trên (O) không trùng với A, B. Tia BM cắt đường thẳng d tại P. Tia CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N, tia PA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là Q.

1. Chứng minh tứ giác ACPM là tứ giác nội tiếp.
2. Tính  $BM \cdot BP$  theo R
3. Chứng minh hai đường thẳng PC và NQ song song.
4. Chứng minh trọng tâm G của tam giác CMB luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M thay đổi trên (O).

**Câu V. (0,5 điểm)**

Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh:  $\frac{9a}{b+c} + \frac{25b}{c+a} + \frac{64c}{a+b} > 30$

## ĐÁP ÁN

### Câu I.

1. Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (2\sqrt{9} + 3\sqrt{36}) : 6 - \sqrt{4} \\ &= (2.3 + 3.6) : 6 - 2 = 24 : 6 - 2 = 2 \end{aligned}$$

Vậy  $A = 2$ .

$$2. y = (1 - m)x - 2, (m \neq 1)$$

Ta có: Hàm số y nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow a = 1 - m < 0$$

$$\Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy hàm số y nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow m > 1$ .

### Câu II.

$$1) \begin{cases} x + 3y = 4(1) \\ 3x - 4y = -1(2) \end{cases} (I)$$

Nhân 2 vế phương trình (1) với 3 ta được  $3x + 9y = 12$  (3)

Lấy (3) - (2) ta được:  $13y = 13 \Leftrightarrow y = 1$ .

Thay  $y = 1$  vào (1) ta được  $x = 4 - 3y = 4 - 3.1 = 1$ .

Vậy hệ (I) có một nghiệm  $(x; y) = (1; 1)$ .

2. Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{4}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-1} \\ &= \frac{4(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{-2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{4(\sqrt{x}-1) - 2(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$3. x^2 - 2(3-m)x - 4 - m^2 = 0 \quad (1)$$

a. Với  $m = 1$ , ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \quad (2)$$

Phương trình (2) là phương trình bậc hai có  $a - b + c = 1 - (-4) + (-5) = 0$  nên (2) có hai nghiệm

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{-5}{1} = 5.$$

Vậy tập nghiệm của (1) là  $\{-1; 5\}$ .

b. \* Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (3-m)^2 + (4+m^2) > 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 6m + 13 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) + \frac{17}{2} > 0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{2} > 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall x)$$

Do đó (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức Vi-ét  $x_1 + x_2 = 2(3-m)$ ;  $x_1x_2 = -4 - m^2$

\*Ta có:

$$\|x_1| - |x_2|\| = 6 \Leftrightarrow (|x_1| - |x_2|)^2 = 36 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2|x_1| \cdot |x_2| = 36$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2|x_1x_2| = 36$$

$$\Leftrightarrow [2(3-m)]^2 - 2(-m^2 - 4) - 2|-m^2 - 4| = 36$$

$$\Leftrightarrow 4(3-m)^2 - 2(-m^2 - 4) - 2(m^2 + 4) = 36 \quad (\text{do } -m^2 - 4 < 0 \forall m \Rightarrow |-m^2 - 4| = m^2 + 4)$$

$$\Leftrightarrow (3-m)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-m=3 \\ 3-m=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=6 \end{cases}$$

Vậy  $m \in \{0; 6\}$  là giá trị cần tìm.

### Câu III.

Gọi  $x, y$  lần lượt là số học sinh của lớp 9A và lớp 9B ( $x, y \in \mathbb{N}, x, y < 82$ )

Tổng số học sinh của hai lớp là 82  $\Rightarrow x + y = 82$  (1)

Mỗi học sinh lớp 9A và 9B lần lượt trồng được 3 cây và 4 cây nên tổng số cây hai lớp trồng là  $3x + 4y$  (cây).

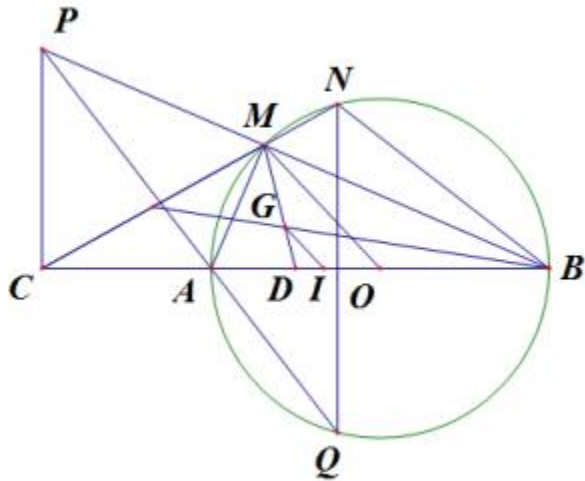
Theo bài ra ta có  $3x + 4y = 288$  (2)



Giải hệ hai phương trình (1) và (2) ta có  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 42 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy số học sinh lớp 9A và 9B lần lượt là 40 và 42.

#### Câu IV.



1. Ta có AB là đường kính của (O),  $M \in (O) \Rightarrow$  góc AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$\Rightarrow \angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \angle AMP = 90^\circ$$

Mặt khác  $\angle ACP = 90^\circ$  (gt)  $\Rightarrow \angle AMP + \angle ACP = 180^\circ$

Suy ra tứ giác ACPM nội tiếp đường tròn.

2. Xét 2 tam giác BAM và BPC ta có:

$$\begin{cases} \angle AMB = \angle BCP = 90^\circ \\ \angle MBA (\text{chung}) \end{cases} \Rightarrow \triangle BAM \sim \triangle BPC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BA}{BP} \Rightarrow BM \cdot BP = BA \cdot BC = 2R \cdot 3R = 6R^2$$

3. Ta có:

AMNQ là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow \angle MNQ = \angle PAM$  (góc trong tại một đỉnh và góc ngoài tại đỉnh đối diện) (1)

AMPC là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow \angle PCM = \angle PAM$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PM) (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle MNQ = \angle PCM$

Hai góc ở vị trí so le trong bằng nhau  $\Rightarrow PC \parallel NQ$ .

4. Gọi D là trung điểm BC, là điểm cố định. Qua G kẻ đường thẳng song song MO cắt AB tại I.

\*G là trọng tâm tam giác BCM nên  $G \in$  đoạn MD và  $MG = \frac{2}{3}MD$  (tính chất trọng tâm)

Do  $GI \parallel MO$  nên theo định lí Ta-lét cho tam giác DMO ta có  $I \in$  đoạn DO và  $\frac{OI}{OD} = \frac{MG}{MD} = \frac{2}{3} \Rightarrow OI = \frac{2}{3}OD$ .

Mà O, D là hai điểm cố định nên I cố định.

\*Do  $GI \parallel MO$  nên theo định lí Ta-lét ta có  $\frac{GI}{MO} = \frac{DG}{DM} = \frac{1}{3} \Rightarrow IG = \frac{1}{3}MO = \frac{R}{3}$ .

$\Rightarrow$  G luôn cách điểm I cố định một khoảng  $\frac{R}{3}$  không đổi.

$\Rightarrow$  Khi M di động, điểm G luôn nằm trên đường tròn tâm I, bán kính  $\frac{R}{3}$

**Câu V:** BĐT cần chứng minh tương đương với

$$\begin{aligned} & \left( \frac{9a}{b+c} + 9 \right) + \left( \frac{25b}{c+a} + 25 \right) + \left( \frac{64c}{a+b} + 64 \right) > 128 \\ \Leftrightarrow & \frac{9(a+b+c)}{b+c} + \frac{25(a+b+c)}{c+a} + \frac{64(a+b+c)}{a+b} > 128 \\ \Leftrightarrow & (a+b+c) \left( \frac{9}{b+c} + \frac{25}{c+a} + \frac{64}{a+b} \right) > 128 (*) \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bunhiacópki cho 2 bộ số  $(\sqrt{b+c}; \sqrt{c+a}; \sqrt{a+b})$  và  $\left( \frac{3}{\sqrt{b+c}}; \frac{5}{\sqrt{c+a}}; \frac{8}{\sqrt{a+b}} \right)$ , ta có:

$$\begin{aligned} & \left[ (\sqrt{b+c})^2 + (\sqrt{c+a})^2 + (\sqrt{a+b})^2 \right] \cdot \left[ \left( \frac{3}{\sqrt{b+c}} \right)^2 + \left( \frac{5}{\sqrt{c+a}} \right)^2 + \left( \frac{8}{\sqrt{a+b}} \right)^2 \right] \\ & \geq \left( \sqrt{b+c} \cdot \frac{3}{\sqrt{b+c}} + \sqrt{c+a} \cdot \frac{5}{\sqrt{c+a}} + \sqrt{a+b} \cdot \frac{8}{\sqrt{a+b}} \right)^2 \\ \Leftrightarrow & (b+c+c+a+a+b) \left( \frac{9}{b+c} + \frac{25}{c+a} + \frac{64}{a+b} \right) \geq (3+5+8)^2 \\ \Leftrightarrow & 2(a+b+c) \left( \frac{9}{b+c} + \frac{25}{c+a} + \frac{64}{a+b} \right) \geq 256 \\ \Leftrightarrow & (a+b+c) \left( \frac{9}{b+c} + \frac{25}{c+a} + \frac{64}{a+b} \right) \geq 128 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{b+c}}{3} = \frac{\sqrt{c+a}}{5} = \frac{\sqrt{a+b}}{8} \Leftrightarrow \frac{b+c}{3} = \frac{c+a}{5} = \frac{a+b}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{8} = \frac{(b+c)+(c+a)}{3+5} \Rightarrow \frac{a+b}{8} = \frac{a+b+2c}{8}$$

$$\Rightarrow c=0$$

(vô lí). Do đó dấu bằng không xảy ra

$\Rightarrow$  BĐT (\*) đúng

$$\Rightarrow \frac{9a}{b+c} + \frac{25b}{c+a} + \frac{64c}{a+b} > 30.$$

**Đề số 15. Sở GD và ĐT Bình Định. Năm học 2014-2015****Bài 1:** (2,5 điểm) Giải phương trình sau:

a.  $3x - 5 = x + 1$

b.  $x^2 + x - 6 = 0$

c. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

d. Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5}$

**Bài 2:** (1,5 điểm) Cho phương trình:  $x^2 - 2(m - 1) + m - 3 = 0$  (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.

**Bài 3:** (2,0 điểm) Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 12 giờ, nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian để mỗi đội hoàn thành công việc là bao nhiêu?**Bài 4:** (3 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB, trên cùng một nửa đường tròn (O) lấy hai điểm G và E (theo thứ tự A, G, E, B) sao cho tia EG cắt tia BA tại D. Đường thẳng vuông góc với BD tại D cắt BE tại C, đường thẳng CA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

a. Chứng minh tứ giác DFBC nội tiếp.

b. Chứng minh  $BF = BG$ 

c. Chứng minh:  $\frac{DA}{BA} = \frac{DG \cdot DE}{BE \cdot BC}$

**Bài 5:** (1 điểm)

Cho

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$$

Chứng minh  $B > A$ .

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

### Bài 1.

$$a) 3x - 5 = x + 1 \Leftrightarrow 3x - x = 5 + 1 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$$

$$b) x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0; \sqrt{\Delta} = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:  $x = 2$ ;  $x = -3$

$$c) \begin{cases} x - 2y = 8 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 9 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x + (-3) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là  $(2; -3)$

$$\begin{aligned} d) P &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5} \\ &= \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5} - 10 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} \\ &= \frac{5\sqrt{5} - 10}{\sqrt{5}-2} = \frac{5(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2} = 5 \end{aligned}$$

### Bài 2:

$$a) x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = [-(m-1)]^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3 = m^2 - 3m + 4$$

$$= m^2 - 2m \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m$$

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

b) Theo chứng minh câu a thì ta có phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

Theo định lý Viet ta có:  $x_1 + x_2 = 2(m-1)$

Mà  $x_1; x_2$  là 2 nghiệm đối nhau nên:  $x_1 + x_2 = 2(m-1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Vậy  $m = 1$  thì phương trình (1) có 2 nghiệm đối nhau.

### Bài 3:

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian đội I làm xong công việc ( $x > 12$ )

Thời gian đội thứ II làm xong công việc là:  $x - 7$  (giờ)

Trong một giờ:

+) Đội I làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc)

+) Đội II làm được  $\frac{1}{x-7}$  (công việc)

+) Cả hai đội làm được  $\frac{1}{12}$  (công việc)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{12}$$

$$\Leftrightarrow 12(x-7) + 12x = x(x-7)$$

$$\Leftrightarrow 12x - 84 + 12x = x^2 - 7x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 31x + 84 = 0$$

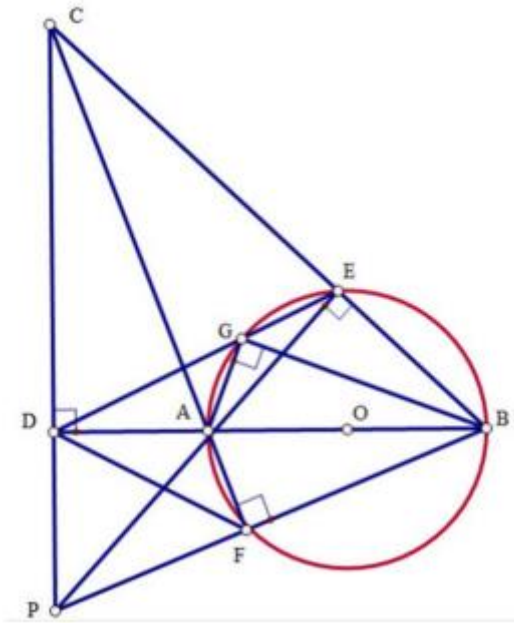
$$\Delta = (-31)^2 - 4 \cdot 84 = 625 > 0; \sqrt{\Delta} = 25$$

$$x_1 = \frac{31 + 25}{2} = 28(TM)$$

$$x_2 = \frac{31 - 25}{2} = 3(L)$$

Vậy thời gian đội I làm xong công việc là 28 giờ, thời gian đội II làm xong công việc là:  $28 - 7 = 21$  (giờ).

#### Bài 4:



a) Chứng minh tứ giác DFBC nội tiếp

Ta có:  $\angle CDB = 90^\circ$  (giả thiết)

$\angle CFB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow D$  và  $F$  cùng nhìn đoạn  $BC$  cố định dưới 1 góc  $90^\circ$ , nên tứ giác  $DFBC$  nội tiếp.

b) Chứng minh  $BF = BG$

Gọi  $P$  là giao điểm của  $CD$  và  $BF$

Ta có:  $A$  là trực tâm của tam giác  $CPB$

$\Rightarrow PA \perp CB$

Mà  $AE \perp CB$  (vì góc  $AEB$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow P, A, E$  thẳng hàng

$D$  và  $E$  cùng nhìn đoạn  $PB$  cố định dưới 1 góc  $90^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác  $PDEB$  nội tiếp.

$\Rightarrow \angle DEP = \angle DBP = \frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{PD}$  (vì  $EDPB$  nội tiếp chứng minh trên)

Mà  $\angle DEP = \angle GBA = \frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{GA}$

$\Rightarrow \angle DBP = \angle GBA$

Ta lại có:  $\angle AGB = \angle AFB = 90^\circ$  (vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$AB$  là cạnh chung

$\Rightarrow \triangle AGB = \triangle AFB$  (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow BG=BF$$

c) Chứng minh:  $\frac{DA}{BA} = \frac{DG.DE}{BE.BC}$

Ta có  $\angle ADC=90^\circ$ (GT)

$\angle CEA=90^\circ$ (C/M trên)

$$\Rightarrow \angle ADC + \angle CEA = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  DAEC nội tiếp

$\Rightarrow BE.BC=BA.BD$ (vì  $\triangle BED$  đồng dạng  $\triangle BAC$ )

$$\Rightarrow DA.BE.BC=DA.BA.BD$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DA.DB}{BE.BC}$$

Mà  $DA.DB=DG.DE$ (Vì  $\triangle DGB$  đồng dạng  $\triangle DAE$ )

Nên  $\frac{DA}{BA} = \frac{DG.DE}{BE.BC}$

### Bài 5:

Ta có:

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$= \frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{-1} = 10$$

$$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{1}+\sqrt{1}} + \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{35}+\sqrt{35}} > \frac{2}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{35}+\sqrt{36}}$$

$$= 2\left(\frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{35}-\sqrt{36}}{-1}\right) = 10 = A$$

Vậy  $B > A$

**ĐỀ SỐ 16. Sở GD và ĐT Bình Phước. Năm học 2014-2015**

**Câu 1: (2,0 điểm)**

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$N = 1 + \sqrt{81} \quad H = \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} + \sqrt{5}$$

2. Cho biểu thức  $G = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1}$ . Tìm x để G có nghĩa và rút gọn G.

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1. Cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng d:  $y = 3x + 2$   
a. Vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một hệ trục tọa độ.  
b. Viết phương trình đường thẳng d' vuông góc với đường thẳng d và tiếp xúc với (P).

2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$$

**Câu 3: (2,5 điểm)**

1. Cho phương trình  $x^2 + mx + 1 = 0$  (1), m là tham số  
a. Giải phương trình (1) khi  $m = 4$   
b. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7$$

2. Cho mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 360 m<sup>2</sup>. Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6m thì diện tích không thay đổi. Tính chu vi của mảnh vườn lúc ban đầu.

**Câu 4 : (1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có cạnh  $AB = 6\text{cm}$ ,  $C = 60^\circ$ . Hãy tính các cạnh còn lại và đường cao, đường trung tuyến hạ từ A của tam giác ABC.

**Câu 5: (2,5 điểm)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), các tiếp tuyến tại B và C với đường tròn (O;R) cắt nhau tại E, AE cắt (O;R) tại D (khác điểm A).

1. Chứng minh tứ giác OBEC nội tiếp đường tròn .
2. Từ E kẻ đường thẳng d song song với tiếp tuyến tại A của (O;R), d cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P, Q. Chứng minh  $AB \cdot AP = AD \cdot AE$
3. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh  $EP = EQ$  và  $\angle PAE = \angle MAC$
4. Chứng minh  $AM \cdot MD = \frac{BC^2}{4}$

-----HẾT-----



## ĐÁP ÁN

### Câu 1:

$$1: N = 1 + \sqrt{81} = 1 + 9 = 10$$

$$H = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{5} = |3 - \sqrt{5}| + \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3$$

2: Điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

$$G = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} - \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \sqrt{x} - (\sqrt{x} - 1) = 1$$

### Câu 2:

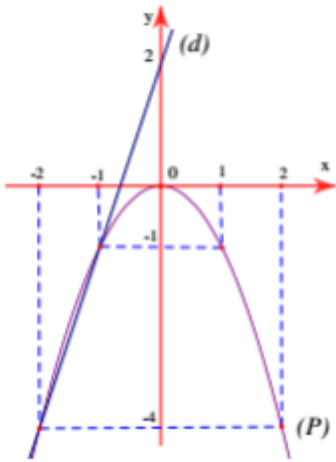
1.

a. + Bảng một số giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	-4	-1	0	-1	-4

+ (d) đi qua 2 điểm (0;2) và (-1;-1)

+ Đồ thị:



b: d' có dạng:  $y = a'x + b'$ ;  $d' \perp d \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

$$\text{với } a = 3 \Rightarrow a' = -\frac{1}{3} \Rightarrow d': y = -\frac{1}{3}x + b'$$

$$\text{Pt hoành độ giao điểm của (P) và } d': -x^2 = \frac{-1}{3}x + b' \Leftrightarrow x^2 - \frac{-1}{3}x + b' = 0(*)$$

$$\text{PT (*) có } \Delta = \frac{1}{9} - 4b'$$

$$d \text{ tiếp xúc với (P) khi } \Delta = \frac{1}{9} - 4b' = 0 \Leftrightarrow b' = \frac{1}{36}$$

$$\text{Vậy } d \text{ có pt: } y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{36}$$

$$2: \text{Hệ pt } \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 10 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm  $x = 3$ ;  $y = 4$

### Câu 3:

1:

a. Khi  $m = 4$  ta có pt:  $x^2 + 4x + 1 = 0$  (\*)

Pt (\*) có  $\Delta = 3 > 0$

$$\Rightarrow x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}$$

Vậy khi  $m = 4$  pt (1) có 2 nghiệm  $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}$

b: PT (1) có hai nghiệm  $x_{1,2}$

$$\Delta = m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow |m| \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$$

Áp dụng định lý Viet cho pt (1):  $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -m \\ P = x_1 x_2 = 1 \end{cases}$ . Theo đề bài:

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7 \Leftrightarrow \frac{x_1^4 + x_2^4}{x_1^2 x_2^2} > 7 \Leftrightarrow x_1^4 + x_2^4 > 7(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2 > 7(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 > 9(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 > 9(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow [(-m)^2 - 2 \cdot 1]^2 > 9 \cdot 1^2$$

$$\Leftrightarrow |m^2 - 2| > 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 > 3 \\ m^2 - 2 < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 5 \\ m^2 < -1 \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$\text{Với } m^2 > 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{5} \\ m < -\sqrt{5} \end{cases} \text{ (TMDK)}$$

Vậy khi  $m > \sqrt{5}$  hoặc  $m < -\sqrt{5}$  thì pt (1) có 2 nghiệm thỏa mãn  $\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7$

2: Gọi  $x(m)$  là chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ( $x > 0$ )

Chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật:  $\frac{360}{x}(m)$

Theo đề bài ta có pt:  $(x+2)\left(\frac{360}{x} - 6\right) = 360$

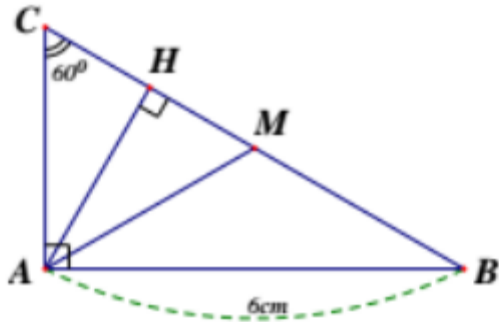
$$\Leftrightarrow -6x^2 - 12x + 720 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (TM)} \\ x = -12 \text{ (L)} \end{cases}$$

Với  $x = 10 \Rightarrow \frac{360}{x} = 36$ . Chu vi của mảnh vườn:  $2(10 + 36) = 92 \text{ (m}^2\text{)}$

**Câu 4** (1,0 điểm)



Tam giác ABC vuông tại A nên :

$$+ B + C = 90^0 \Rightarrow B = 30^0$$

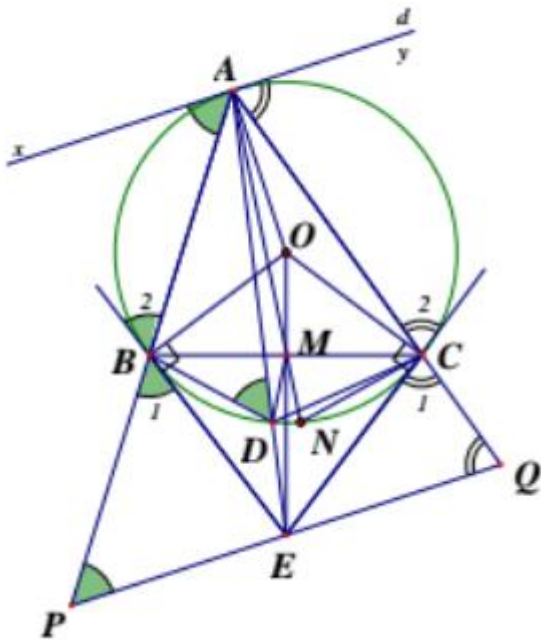
$$+ AC = AB \cdot \tan B = 6 \cdot \tan 30^0 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$+ BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$+ AB \cdot AC = BH \cdot AH \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3(\text{cm})$$

$$+ AM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

**Câu 5:**



1. (O) có :

- BE là tiếp tuyến tại B  $\Rightarrow BE \perp OB \Rightarrow OBE = 90^0$  nhìn đoạn OE (1)

- CE là tiếp tuyến tại C  $\Rightarrow CE \perp OC \Rightarrow OCE = 90^0$  nhìn đoạn OE (2)

Từ (1), (2) tứ giác OBEC nội tiếp đường tròn đường kính OE

2. (O) có:

-  $\angle ADB = \angle BAx$  (cùng chắn cung AB) (1)

-  $\angle PQE = \angle APE = \angle Bax$  (so le trong) (2)

Từ (1),(2) góc  $\angle ADB = \angle APE$

Tam giác ABD và tam giác AEP có:  $\widehat{ADB} = \widehat{APE}$  (cmt) và EAP chung  $\Rightarrow$  tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEP (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AP} \Rightarrow AB \cdot AP = AD \cdot AE \text{ (DPCM)}$$

3. (O) có:

Góc  $\widehat{BAx} = \widehat{B_2}$  (cùng chắn AB)

Góc  $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$  (đối đỉnh)

$\Rightarrow$  góc  $\widehat{BAx} = \widehat{B_1}$

Mà góc  $\widehat{BAx} = \widehat{APE}$  (cmt)  $\Rightarrow$  góc  $\widehat{B_1} = \widehat{APE} \Rightarrow$  tam giác BEP cân tại E  $\Rightarrow EB = EP$  (1)

(O) có: CAy = C2 (cùng chắn AC);  $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$  (đối nhau)

$\Rightarrow CAy = \widehat{C_1}$

PQ // d  $\Rightarrow CAy = \widehat{AQE}$  (so le trong)

$\Rightarrow \widehat{C_1} = \widehat{AQE} \Rightarrow$  tam giác CEQ cân tại E  $\Rightarrow EQ = EC$  (2)

Hai tiếp tuyến EB và EC cắt nhau tại E  $\Rightarrow EB = EC$  (3)

Từ (1)(2)(3)  $\Rightarrow EP = EQ$  (đpcm)

4. Tam giác ABC và tam giác AQP có:

$\widehat{ACB} = \widehat{APQ}$  (cùng bằng  $\widehat{Bax}$ ) và PAQ chung  $\Rightarrow$  Tam giác ABC với tam giác AQP đồng dạng (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{2 \cdot MC}{2 \cdot PE} = \frac{MC}{PE} \Rightarrow \frac{PE}{CM} = \frac{PA}{CA}$$

Tam giác AEP và tam giác AMC có:

$$\frac{PE}{CM} = \frac{PA}{CA} \text{ (cmt)}$$

$\widehat{APE} = \widehat{ACM}$  (cùng bằng  $\widehat{Bax}$ )

$\Rightarrow$  Tam giác AEP đồng dạng với tam giác AMC (c.g.c)  $\Rightarrow PAE = MAC$  (đpcm)

5. Gọi N là giao điểm của tia AM và (O) ta có:

$\widehat{BAN} = \widehat{BCN}$  (cùng chắn BN)

$\widehat{AMB} = \widehat{NMC}$  (đối đỉnh)

$\Rightarrow$  tam giác AMB đồng dạng CMN (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{MB}{MN} \Rightarrow AM \cdot MN = MB \cdot MC = \frac{BC}{2} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC^2}{4} (*)$$

(O) có: Góc  $\widehat{PAE} = \widehat{MAC}$  (cmt)  $\Rightarrow$  góc  $\widehat{BAD} = \widehat{NAC}$

Góc  $\widehat{BAD}$  nội tiếp chắn cung BD

Góc  $\widehat{NAC}$  nội tiếp chắn cung CN

$\Rightarrow BD = CN$

Tam giác EBC cân tại E góc  $\widehat{EBM} = \widehat{ECM}$  góc  $\widehat{EBD} + \widehat{DBM} = \widehat{ECN} + \widehat{NCM}$

Mà  $\widehat{EBD} = \widehat{ECN}$  (chắn 2 cung bằng nhau)  $\widehat{DBM} = \widehat{NCM}$

Tam giác BDM và tam giác CNM có:

$MB = MC$

$\widehat{DBM} = \widehat{NCM}$

$BD = CN$

$\Rightarrow$  Tam giác BDM = tam giác CNM

$\Rightarrow MD = MN (**)$

Từ (\*) và (\*\*)  $\Rightarrow AM \cdot MD = \frac{BC^2}{4}$  (đpcm)

**Đề số 17. Sở GD và ĐT Cà Mau. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

- a) Giải phương trình  $6x^2 - 5x - 6 = 0$   
b) Tìm tham số m để phương trình:  $x^2 + 2(m + 1)x + 2m^2 + 2m + 1 = 0$  vô nghiệm.

**Câu 2. (1,5 điểm)**

- a) Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\sqrt{6}-2} + \frac{1}{\sqrt{6}+2}$   
b) Rút gọn biểu thức  $B = \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-2} + 1 + \sqrt{x-2}$  với  $2 \leq x < 3$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

- a) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 8x - y = 6 \\ x^2 - y = -6 \end{cases}$   
b) Vẽ đồ thị của 2 hàm số:  $y = x^2$  và  $y = 5x - 6$  trên cùng hệ trục tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu cả chiều dài và chiều rộng cùng tăng thêm 5 cm thì được một hình chữ nhật mới có diện tích bằng  $153 \text{ cm}^2$ . Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, nội tiếp trong đường tròn (O). Các đường cao BF, CK của tam giác ABC lần lượt cắt (O) tại D, E.

- a) Chứng minh: Tứ giác BCFK là tứ giác nội tiếp.  
b) Chứng minh:  $DE \parallel FK$   
c) Gọi P, Q lần lượt là điểm đối xứng với B, C qua O. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác AFK có bán kính không đổi khi A thay đổi trên cung nhỏ PQ (không trùng với các điểm P, Q)

----- **Hết** -----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

Giám thị 1 (họ tên và ký) ..... Giám thị 2 (họ tên và ký).....

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH CÀ MAU**

**Câu 1.**

a)  $6x^2 - 5x - 6 = 0$

$\Delta = 5^2 + 4 \cdot 6 \cdot 6 = 169$

$\Leftrightarrow x = \frac{5+13}{12} = \frac{3}{2}$  hay  $x = \frac{5-13}{12} = -\frac{2}{3}$

b) Phương trình:  $x^2 + 2(m+1)x + 2m^2 + 2m + 1 = 0$  ( $a = 1$ ;  $b = 2(m+1)$ ;  $c = 2m^2 + 2m + 1$ )

$\Delta' = (m+1)^2 - 2m^2 - 2m - 1 = m^2 + 2m + 1 - 2m^2 - 2m - 1 = -m^2 \leq 0$  với mọi  $m$ .

Vậy phương trình trên vô nghiệm khi  $m \neq 0$

**Câu 2.**

a)  $A = \frac{1}{\sqrt{6}-2} + \frac{1}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} = \frac{2\sqrt{6}}{6-4} = \sqrt{6}$

b)  $B = \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} + 1 + \sqrt{x-2}$  với  $2 \leq x < 3$

$B = \sqrt{(\sqrt{x-2}-1)^2} + 1 + \sqrt{x-2} = |\sqrt{x-2}-1| + 1 + \sqrt{x-2}$

$= -\sqrt{x-2} + 1 + 1 + \sqrt{x-2} = 2$

(Vì  $2 < x < 3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - 1 < 0$ )

**Câu 3.**

a) Ta có:  $\begin{cases} 8x - y = 6 \\ x^2 - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x + y = -6 \\ x^2 - y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - y = 6 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 42 \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases}$

b) Vẽ đồ thị

Giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 5x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ y = 5x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ y = 5x - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (1) \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \text{ va } (2) \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của 2 đồ thị là tọa độ 2 điểm A(2; 4) và B(3; 9)

**Câu 4.**

Gọi  $x$  là chiều rộng hình chữ nhật lúc đầu ( $x > 0$ ) (cm)

Chiều dài hình chữ nhật lúc đầu:  $3x$  (cm)

Chiều rộng hình chữ nhật lúc sau:  $x + 5$  (cm)

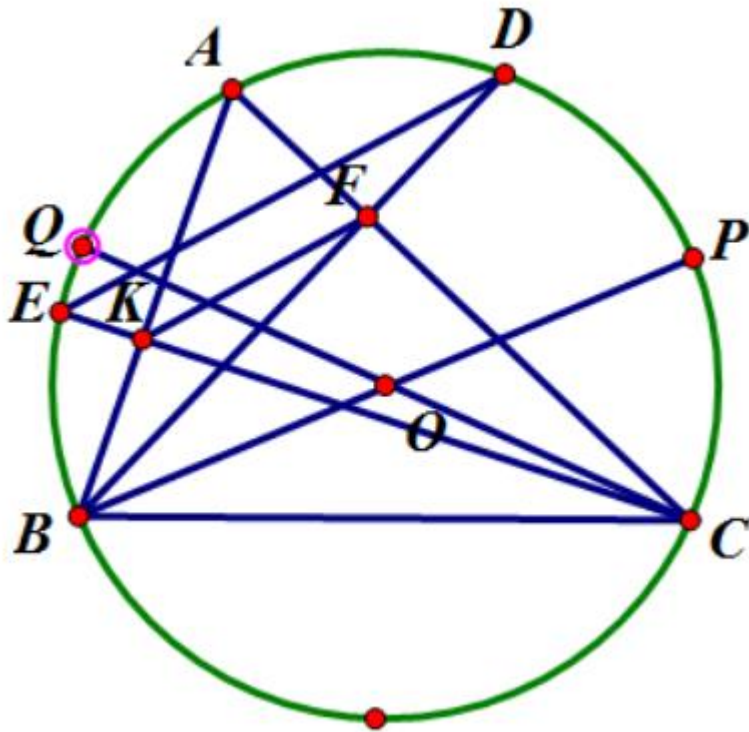
Chiều dài hình chữ nhật lúc sau:  $3x + 5$  (cm)

Theo đề bài ta có phương trình:  $(x + 5)(3x + 5) = 153$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 20x - 128 = 0 \Leftrightarrow x = 4$  (thỏa mãn) hay  $x = \frac{-32}{3} < 0(L)$

Vậy chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là: 12 cm và 4 cm.

**Câu 5.**



a) Chứng minh BCFK nội tiếp

$BKC = BFC = 90^\circ$  ( $CK \perp AB$  và  $BF \perp AC$ )  $\Rightarrow$  BCFK nội tiếp

b) Chứng minh  $DE \parallel FK$

$BDE = BCE$  (cùng chắn cung EB của (O))

$BCE = BFK$  (cùng chắn cung BK của (BCFK))

$\Rightarrow BDE = BFK \Rightarrow DE \parallel FK$

c) Bán kính đường tròn (AFK) không đổi khi A di động trên cung PQ

Kẻ đường kính AN và lấy điểm M là trung điểm của BC.

$ACN = ABN = 90^\circ \Rightarrow NC \perp AC$  và  $NB \perp AB$  mà  $BH \perp AC$  và  $CH \perp AB$

$\Rightarrow NC \parallel BH$  và  $NB \parallel CH \Rightarrow BHCN$  hình bình hành  $\Rightarrow M$  là trung điểm HN

Vì  $OA = ON \Rightarrow OM$  là đường trung bình  $\Delta AHN \Rightarrow OM = \frac{AH}{2}$  và  $OM \parallel AH$

Gọi I là trung điểm AH. Ta có  $AKH = AFH = 90^\circ$

$\Rightarrow AKHF$  nội tiếp đường tròn đường kính AH

$\Rightarrow I$  là tâm và AI là bán kính đường tròn ngoại tiếp của tứ giác AKHF hay của  $\Delta AFK$ .

Vì BC, (O) cố định  $\Rightarrow M$  cố định  $\Rightarrow OM$  cố định  $\Rightarrow AI = \frac{AH}{2} = OM$  cố định

$\Rightarrow$  đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta AFK$  có bán kính  $AI = OM$  cố định.

Vậy khi A di động trên cung nhỏ PQ (không trùng với P, Q) thì đường tròn ngoại tiếp  $\Delta AFK$  có bán kính không đổi.

**Đề số 18. Sở GD và ĐT Đak Lak. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1: (1,5 điểm)**

1) Giải phương trình :  $x^2-3x+2=0$

2) Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x-ay=5b-1 \\ bx-4y=5 \end{cases}$ . Tìm a,b biết hệ có nghiệm  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

**Câu 2: (2 điểm)**

Cho phương trình  $x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0(1)$ . (m là tham số)

1) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1;x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$

**Câu 3: (2 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức :  $A = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$

2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(0;1) và song song với đường thẳng (d):  $x+y=10$

**Câu 4: (3,5 điểm)**

Cho tam giác đều ABC có đường cao là AH. Lấy điểm M tùy ý thuộc đoạn HC (M không trùng với H,C). Hình chiếu vuông góc của M lên các cạnh AB,AC lần lượt là P và Q.

1) Chứng minh rằng APMQ là tứ giác nội tiếp và xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ

2) Chứng minh rằng  $BP.BA=BH.BM$

3) Chứng minh rằng  $OH \perp PQ$

4) Chứng minh rằng khi M thay đổi trên HC thì  $MP+MQ$  không đổi

**Câu 5: (1 điểm)**

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x}+3}{x+1} + 2016$  với  $x > 0$

---



## LỜI GIẢI SƠ LƯỢC

### Câu 1: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình :  $x^2-3x+2=0$

$$a+b+c=1+(-3)+2=0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 2$$

2) Hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x - ay = 5b - 1 \\ bx - 4y = 5 \end{cases}$  có nghiệm  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2a = 5b - 1 \\ b - 8 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a = 5b - 3 \\ b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a = 62 \\ b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -31 \\ b = 13 \end{cases}$$

### Câu 2: (2 điểm)

Cho phương trình  $x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0(1)$ . (m là tham số)

$$1) \Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 3m + 2) = -m - 1$$

Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -m - 1 > 0 \Leftrightarrow m < -1$

Vậy với  $m < -1$  thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt

2) Với  $m < -1$ . Theo hệ thức Vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 3m + 2 \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(m^2 + 3m + 2) = 12$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(L) \\ m = -3(TM) \end{cases}$$

Vậy  $m = -3$  thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$

### Câu 3: (2 điểm)

$$\begin{aligned} 1) \text{ Rút gọn biểu thức } A &= \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}} \\ &= \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \\ &= (2 + \sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{3})^2 \\ &= (\sqrt{3} + 2 - 2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}) \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

2) Phương trình đường thẳng cần viết có dạng :  $d' = ax + b$

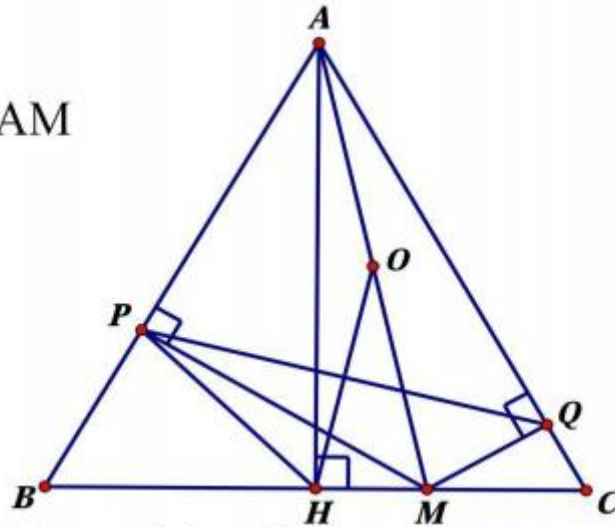
$d'$  đi qua điểm  $A(0;1) \Leftrightarrow 1 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 1$

$d'$ :  $y = ax + 1$  // với đường thẳng  $d$ :  $x + y = 10$  hay  $y = -x + 10 \Leftrightarrow a = -1$

Vậy phương trình cần viết là  $d'$ :  $y = -x + 1$

### Câu 4:

của AM



1) Xét tứ giác APMQ có :  $\angle MPA = \angle MQA = 90^\circ$  (theo gt)

$\Rightarrow \angle MPA + \angle MQA = 180^\circ \Rightarrow$  APMQ nội tiếp

Tâm O của đường tròn ngoại tiếp APMQ là trung điểm của AM

2) Xét tam giác BPM và tam giác BHA có:

$\angle BPM = \angle BHA = 90^\circ$  (gt)

$\angle PBM = \angle HBA$  (chung góc B)

$\Rightarrow$  tam giác BPM đồng dạng với tam giác BHA (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BP}{BH} = \frac{BM}{BA} \Rightarrow BP \cdot BA = BH \cdot BM$$

3)  $\angle AHM = 90^\circ$  (gt)  $\Rightarrow$  H thuộc đường tròn đường kính AM

$\Rightarrow$  A, P, H, M, Q cùng thuộc đường tròn O.

$\angle PAH = \angle QAH$  (vì tam giác ABC đều, AH là đường cao nên cũng là đường phân giác)

$\Rightarrow PH = QH \Rightarrow$  H thuộc đường trung trực của PQ (1)

$OP = OQ$  (cùng bán kính)  $\Rightarrow$  O thuộc đường trung trực của PQ (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  OH là đường trung trực của PQ  $\Rightarrow OH \perp PQ$

4)

$$S_{ABM} + S_{CAM} = S_{ABC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} AB \cdot MP + \frac{1}{2} AC \cdot MQ = \frac{1}{2} BC \cdot AH$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} BC \cdot MP + \frac{1}{2} BC \cdot MQ = \frac{1}{2} BC \cdot AH \text{ (Do } AB \cdot AC = BC^2 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} BC (MP + MQ) = \frac{1}{2} BC \cdot AH$$

$$\Leftrightarrow MP + MQ = AH$$

Vì AH không đổi nên  $MP + MQ$  cũng không đổi

**Câu 5: (1 điểm)**

Với  $x > 0$  ta có:

$$\begin{aligned}
A &= 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x}+3}{x+1} + 2016 \\
&= \left(4x - 2 + \frac{1}{4x}\right) + \left(4 - \frac{4\sqrt{x}+3}{x+1}\right) + 2014 \\
&= \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 + \frac{4x - 4\sqrt{x} + 1}{x+1} + 2014 \\
&= \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2 + \frac{(2\sqrt{x}-1)^2}{x+1} + 2014 \geq 2014
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \min A = 2014 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \\ 2\sqrt{x} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

**Đề số 19. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2014-2015**

**Bài 1 (1,5 điểm)**

1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{9} - \sqrt{4}$

2) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{2}}{2\sqrt{x+x\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2}$  với  $x > 0, x \neq 2$

**Bài 2 (1,0 điểm)**

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases}$

**Bài 3 (2,0 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị (P) và hàm số  $y = 4x + m$  có đồ thị (dm)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (dm) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt, trong đó tung độ của một trong hai giao điểm đó bằng 1.

**Bài 4 (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 + 2(m - 2)x - m^2 = 0$ , với m là tham số.

1) Giải phương trình khi  $m = 0$ .

2) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  với  $x_1 < x_2$ , tìm tất cả các giá trị của m sao cho  $|x_1| - |x_2| = 6$

**Bài 5 (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Vẽ đường tròn (C) có tâm C, bán kính CA. Đường thẳng AH cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là D.

1) Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (C).

2) Trên cung nhỏ AD của đường tròn (C) lấy điểm E sao cho HE song song với AB. Đường thẳng BE cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là F. Gọi K là trung điểm của EF. Chứng minh rằng:

a)  $BA^2 = BE \cdot BF$  và  $BHE = BFC$

b) Ba đường thẳng AF, ED và HK song song với nhau từng đôi một.

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN

### Bài 1

1)  $A = 3 - 2 = 1$

2) Với điều kiện đã cho thì

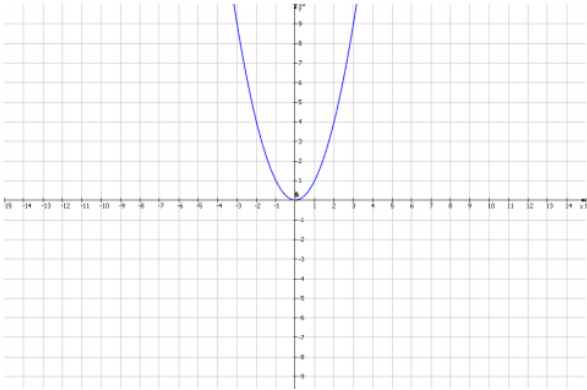
$$P = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{2x}(\sqrt{2} + \sqrt{x})} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{2})}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2} + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x} + \sqrt{2}} = 1$$

### Bài 2

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

### Bài 3

1)



2) Phương trình hoành độ giao điểm của  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 4x + m$  là :

$$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0 \quad (1)$$

(1) có  $\Delta = 4 + m$

Để (dm) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 + m > 0 \Leftrightarrow m > -4$

$$y = 4x + m = 1 \Rightarrow x = \frac{1 - m}{4}$$

Yêu cầu của bài toán tương đương với

$$\begin{cases} m > -4 \\ 2 \pm \sqrt{4 + m} = \frac{1 - m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ \sqrt{4 + m} = \frac{-7 - m}{4} \text{ hay } -\sqrt{4 + m} = \frac{-7 - m}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m < -7 \\ \sqrt{4 + m} = \frac{-7 - m}{4} \end{cases} \quad (L) \text{ hay } \begin{cases} m > -4 \\ m > -7 \\ 4\sqrt{4 + m} = 7 + m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m^2 - 2m - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m = -3 \Leftrightarrow m = -3 \text{ hay } m = 5 \\ m = 5 \end{cases}$$

### Bài 4:

1) Khi  $m = 0$ , phương trình thành :  $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hay  $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hay  $x = 4$

2)  $\Delta' = (m-2)^2 + m^2 = 2(m^2 - 2m + 1) + 2 = 2(m-1)^2 + 2 > 0 \forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

Ta có

$$S = x_1 + x_2 = 2(2 - m)$$

$$P = x_1 x_2 = -m^2 \leq 0$$

$$|x_1| - |x_2| = 6$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2|x_1 x_2| + x_2^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2x_1 x_2 = 36$$

$$\Leftrightarrow 4(2 - m)^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = 5$$

Khi  $m = -1$  ta có  $x_1 = 3 - \sqrt{10}$ ;  $x_2 = 3 + \sqrt{10} \Rightarrow |x_1| - |x_2| = -6(L)$

Khi  $m = 5$  ta có  $x_1 = -3 - \sqrt{34}$ ;  $x_2 = -3 + \sqrt{34} \Rightarrow |x_1| - |x_2| = 6(TM)$

Vậy  $m = 5$  thỏa yêu cầu bài toán.

### Bài 5

1) Ta có  $\angle BAC = 90^\circ$  nên  $BA$  là tiếp tuyến với  $(C)$ .

$BC$  vuông góc với  $AD$  nên

$H$  là trung điểm  $AD$ . Suy ra  $\angle BDC = \angle BAC = 90^\circ$

nên  $BD$  cũng là tiếp tuyến với  $(C)$

2)

a) Trong tam giác vuông  $ABC$

ta có  $AB^2 = BH \cdot BC$  (1)

Xét hai tam giác đồng dạng  $ABE$  và  $FBA$

vì có góc  $B$  chung

và  $\angle BAE = \angle BFA$  (cùng chắn cùng  $AE$ )

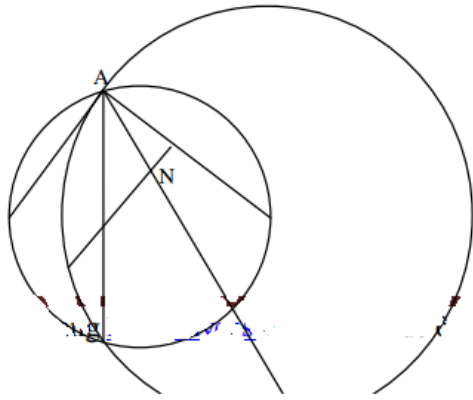
$$\text{suy ra } \frac{AB}{FB} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow AB^2 = BE \cdot FB \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có  $BH \cdot BC = BE \cdot FB$

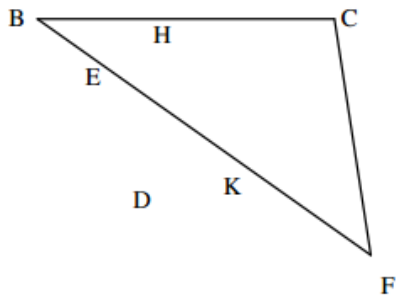
$$\text{Từ } BE \cdot BF = BH \cdot BC \Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$$

2 tam giác  $BEH$  và  $BCF$  đồng dạng vì có góc  $B$  chung và  $\frac{BE}{BC} = \frac{BH}{BF}$

$\Rightarrow \angle BHE = \angle BFC$



1



b) do kết quả trên ta có  $BFA = BAE$

$HAC = EHB = BFC$ , do  $AB \parallel EH$ . suy ra  $DAF = DAC - FAC = DFC - CFA = BFA$

$\Rightarrow DAF = BAE$ , 2 góc này chắn các cung  $AE, DF$  nên hai cung này bằng nhau

Gọi giao điểm của  $AF$  và  $EH$  là  $N$ . Ta có 2 tam giác  $HED$  và  $HNA$  bằng nhau

(vì góc  $H$  đối đỉnh,  $HD = HA$ ,  $EDH = HDN$  (do  $AD \parallel AF$ ))

Suy ra  $HE = HN$ , nên  $H$  là trung điểm của  $EN$ . Suy ra  $HK$  là đường trung bình của tam giác  $EAF$ .

Vậy  $HK \parallel AF$ .

Vậy  $ED \parallel HK \parallel AF$ .





**Câu 8.** Cho tam giác MNP vuông ở M có MN = 5 cm, MP = 3 cm. Quay  $\Delta MNP$  một vòng quanh cạnh MN được một hình nón có thể tích  $V_1$ . Quay  $\Delta MNP$  một vòng quanh cạnh MP được một hình nón có thể tích  $V_2$ .

Khi đó, ta có tỉ số thể tích  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng :

- A.  $\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{3}{5}$

**II. PHẦN 2. TỰ LUẬN (8,0 điểm)**

**Bài 1. (1,5 điểm)**

1. Rút gọn các biểu thức:

$$A = \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} + \sqrt{20} + \frac{1}{2}\sqrt{8}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

2. Lập phương trình đường thẳng bậc nhất (d) biết (d) đi qua các điểm A(-5; 2005) và B(2; 2019) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

**Bài 2. (2,5 điểm)**

1. Giải bất phương trình  $x^2 - (x - 1)^2 \geq (x + 3)^2 - (x + 1)^2$
2. Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 4 = 0$  (1) (m là tham số)
  - a) Giải phương trình (1) khi m = 2
  - b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  với  $x_1; x_2$  là nghiệm của phương trình (1)
3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một ca nô chạy xuôi dòng sông từ A đến B rồi chạy ngược dòng từ B về A hết tất cả 7 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết quãng đường sông AB dài 54 km và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

**Bài 3. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn (O) cố định và tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao BD và CE cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt ở D' và E'

1. Chứng minh rằng tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp và DE // D'E'
2. Chứng minh rằng OA vuông góc với DE
3. Cho các điểm B và C cố định. Chứng minh rằng khi A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn thì bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi.

**Bài 4 (1,0 điểm)**

Cho 3 số a, b, c > 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq a + b + c$$

----- **Hết** -----

**Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

Giám thị 1 (họ tên và ký) ..... Giám thị 2 (họ tên và ký).....

## I. Phần 1. Trắc nghiệm

Câu 1. Đáp án D.

Câu 2. Đáp án B.

Câu 3. Đáp án D

Câu 4. Đáp án B

Câu 5. Đáp án C

Câu 6. Đáp án C

Câu 7. Đáp án A

Câu 8. Đáp án D

## II. Phần 2. Tự luận

### Bài 1. (1,5 điểm)

1. Ta có:

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{7-2\sqrt{10}} + \sqrt{20} + \frac{1}{2}\sqrt{8} \\&= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2} + 2\sqrt{5} + \frac{1}{2}.2\sqrt{2} \\&= |\sqrt{5}-\sqrt{2}| + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{5}-\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} \text{ (Do } \sqrt{5}-\sqrt{2} > 0) \\&= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} \\&= \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{3}-\sqrt{2} = 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

2. Gọi phương trình đường thẳng bậc nhất (d) là:  $y = ax + b$

Do (d) đi qua các điểm A(-5; 2005) và B(2; 2019) nên  $A, B \in (d)$

$$\begin{cases} 2005 = a(-5) + b \\ 2019 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 14 \\ b = 2019 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2015 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng bậc nhất (d) biết (d) đi qua các điểm A(-5; 2005) và B(2; 2019) trên mặt phẳng tọa độ Oxy là  $y = 2x + 2015$

### Bài 2. (2,5 điểm)

$$\begin{aligned}1. \quad &x^2 - (x-1)^2 \geq (x+3)^2 - (x+1)^2 \\&\Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) \geq x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 2x + 1) \\&\Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 \geq x^2 + 6x + 9 - x^2 - 2x - 1 \\&\Leftrightarrow 2x - 1 \geq 4x + 8 \\&\Leftrightarrow -2x \geq 9 \\&\Leftrightarrow x \leq \frac{-9}{2}\end{aligned}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là  $x \leq \frac{-9}{2}$

2. a) Khi  $m = 2$ , thay  $m = 2$  vào phương trình (1) ta có:

$$\begin{aligned}x^2 - 2(2-1)x + 2.2 - 4 &= 0 \\&\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \\&\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy với  $m = 2$  thì phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt là  $x_1 = 0; x_2 = 2$ .

b) Phương trình (1) có:

$$\Delta' = (m-1)^2 - 1(2m-4)$$

$$= m^2 - 4m + 5$$

$$= (m-2)^2 + 1 > 0 \forall m \in R$$

Vậy với mọi m thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

$$\text{Theo hệ thức Vi - ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m-4 \end{cases}$$

$$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$= [2(m-1)]^2 - 2(2m-4)$$

$$= 4(m^2 - 2m + 1) - 4m + 8$$

$$= 4m^2 - 12m + 12$$

$$= (2m-3)^2 + 3 \geq 3$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi  $2m-3=0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

$$\mathbf{3.} \text{ Đòi 7 giờ 30 phút} = \frac{15}{2} \text{ (h)}$$

Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h),  $x > 3$

$\Rightarrow$  vận tốc của ca nô khi xuôi dòng sông từ A đến B là:  $x + 3$  (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng sông từ B về A là:  $x - 3$  (km/h)

$\Rightarrow$  thời gian của ca nô khi xuôi dòng sông từ A đến B là:  $\frac{54}{x+3}$  (h)

Thời gian của ca nô khi ngược dòng sông từ B về A là:  $\frac{54}{x-3}$  (h)

Do ca nô chạy xuôi dòng sông từ A đến B rồi chạy ngược dòng từ B về A hết tất cả 7 giờ 30 phút nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{54}{x+3} + \frac{54}{x-3} = \frac{15}{2}$$

Ta có:

$$\frac{54}{x+3} + \frac{54}{x-3} = \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow 54 \left( \frac{x-3+x+3}{x^2-9} \right) = \frac{15}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2-9} = \frac{5}{36}$$

$$\Leftrightarrow 72x = 5x^2 - 45$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 72x - 45 = 0$$

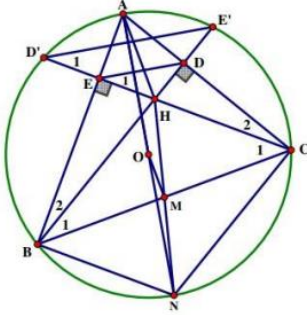
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

Ta thấy chỉ có  $x = 15$  thỏa mãn điều kiện  $x > 3$ .

Vậy vận tốc thực của ca nô là 15 (km/h)

**Bài 3. (3,0 điểm)**

## 1. Vẽ hình



\* Có BD và CE là các đường cao của  $\Delta ABC \Rightarrow BD \perp AC, CE \perp AB$

$\Rightarrow \angle BDC = 90^\circ; \angle BEC = 90^\circ$

+ Tứ giác BEDC có  $\angle BDC = 90^\circ; \angle BEC = 90^\circ$  mà 2 góc này cùng chắn cạnh BC  $\Rightarrow$  tứ giác BEDC nội tiếp (điều phải chứng minh)

\* Tứ giác BEDC nội tiếp  $\Rightarrow E_1 = B_1 = \frac{sd DC}{2}$  (1)

\* Xét đường tròn (O) có  $B_1 = D'_1 = \frac{sd E'C}{2}$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow D'_1 = E_1$  mà đây là 2 góc đồng vị  $\Rightarrow DE \parallel D'E'$  (điều phải chứng minh)

2.

\* Tứ giác BEDC nội tiếp  $\Rightarrow B_2 = C_2 = \frac{sd ED}{2}$

\* Trong đường tròn (O) có  $\Rightarrow B_2 = C_2 \Rightarrow$  số đo cung  $AE' =$  số đo cung  $AD' \Rightarrow A$  là điểm chính giữa cung  $D'E' \Rightarrow AO$  đi qua trung điểm của  $D'E'$

$\Rightarrow AO \perp D'E'$ , mà  $DE \parallel D'E' \Rightarrow OA \perp DE$  (đpcm)

3.

\* Ta có tứ giác AEHD có  $\angle AEH = \angle ADH = 90^\circ \Rightarrow AH$  là đường kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHD  $\Rightarrow AH$  đồng thời là đường kính của đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ADE$

$\Rightarrow \frac{AH}{2}$  là bán kính của đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ADE$ .

\* Vẽ đường kính AN của đường tròn (O)  $\Rightarrow \angle NCA = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow NC \perp AC \Rightarrow NC \parallel BD$

\* Chứng minh tương tự có  $BN \parallel CE \Rightarrow$  Tứ giác BHCN là hình bình hành.

\* Gọi M là giao điểm của BC và HN  $\Rightarrow M$  là trung điểm HN  $\Rightarrow AH = 2.OM$

Mặt khác M là trung điểm của BC nên  $OM \perp BC$  OM là khoảng cách từ O đến BC, mà BC cố định, O cố định nên OM không đổi

$\Rightarrow AH$  không đổi (đpcm).

### Bài 4.

+ Ta có:  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) \geq (a+b).ab$  (Theo cô-si)

$\Rightarrow \frac{a^3 + b^3}{2ab} \geq \frac{a+b}{2}$  (1)

+ Tương tự ta có:

$$\frac{b^3 + c^3}{2bc} \geq \frac{b+c}{2} \quad (2)$$

$$\frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq \frac{c+a}{2} \quad (3)$$

+ Cộng vế (1), (2), (3) ta có:

$$\frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq \frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{2} + \frac{c+a}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq a+b+c \text{ (DPCM)}$$

Dấu “=” xảy ra khi  $a = b = c$ .

**Đề số 21. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học: 2014-2015**

**Bài I (2,0 điểm)**

1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  khi  $x=9$

2) Cho biểu thức  $P = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  với  $x > 0$  và  $x$  khác 1

a) Chứng minh rằng  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$

**Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:**

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = -x + 6$  và parabol (P):  $y = x^2$ .

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O; R) (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại B cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

1) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và  $ME \parallel NF$ .

4) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

**Bài V (0,5 điểm)**

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$$

## BÀI GIẢI

### Bài I: (2,0 điểm)

1) Với  $x = 9$  ta có  $A = \frac{3+1}{3-1} = 2$

2) a)  $P = \left(\frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \left(\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b) Từ câu 2a ta có

$$2P = 2\sqrt{x} + 5 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + 5$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2 = 2x + 5\sqrt{x} \text{ va } x > 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3\sqrt{x} - 2 = 0 \text{ va } x > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 2)(2\sqrt{x} - 1) = 0 \text{ va } x > 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

### Bài II: (2,0 điểm)

Gọi  $x$  là sản phẩm xưởng sản xuất trong 1 ngày theo kế hoạch ( $x > 0$ )

$$\Rightarrow \text{Số ngày theo kế hoạch là: } \frac{1100}{x}$$

Số ngày thực tế là  $\frac{1100}{x+5}$  Theo giả thiết của bài toán ta có :

$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x+5} = 2$$

$$\Leftrightarrow 1100(x+5) - 1100x = 2x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 5500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 50 \text{ hay } x = -55 (\text{loại})$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất là 50 sản phẩm.

### Bài III: (2,0 điểm)

1) Hệ phương trình tương đương với:

Đặt  $u = \frac{1}{x+y}$  và  $v = \frac{1}{y-1}$ . Hệ phương trình thành :

$$\begin{cases} 4u + v = 5 \\ u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8u + 2v = 10 \\ u - 2v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9u = 9 \\ 2v = u + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases}$$

Do đó, hệ đã cho tương đương :

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 1 \\ \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ y-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

2) Phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(P)$  là:  $x^2 + x - 6 = 0$

$$\Delta = 25 > 0 \Rightarrow \text{phương trình có 2 nghiệm phân biệt } x = 2; x = -3$$

$$\text{Với } x = 2 \Rightarrow y = 4; (2;4)$$

Với  $x = -3 \Rightarrow y = 9 ; (-3;9)$

Vậy d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt (2;4) và (-3;9)

b) Gọi  $A', B'$  lần lượt là hình chiếu của A và B xuống trục hoành.

Ta có  $S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'}$

Ta có :  $A'B' = |x_{B'} - x_{A'}| = x_{B'} - x_{A'} = 5, AA' = y_A = 9; BB' = y_B = 4$

Diện tích hình thang :

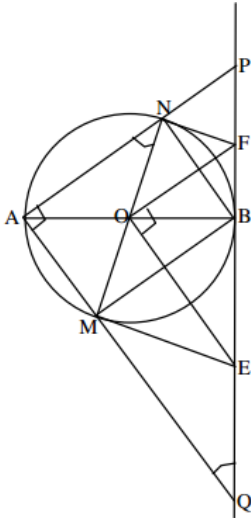
$$S_{AA'B'B} = \frac{AA' + BB'}{2} \cdot A'B' = \frac{9 + 4}{2} \cdot 5 = \frac{65}{2} (dvdv)$$

$$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2} A'A \cdot A'O = \frac{27}{2} (dvdv)$$

$$S_{\Delta OBB'} = \frac{1}{2} B'B \cdot B'O = 4 (dvdv)$$

$$\begin{aligned} S_{\Delta OAB} &= S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'} \\ &= \frac{65}{2} - \frac{27}{2} - 4 = 15 (dvdv) \end{aligned}$$

#### Bài IV (3,5 điểm)



.3) OE là đường trung bình của tam giác ABQ.

OF // AP nên OF là đường trung bình của tam giác ABP

Suy ra F là trung điểm của BP.

Mà AP vuông góc với AQ nên OE vuông góc OF.

Xét tam giác vuông NPB có F là trung điểm của cạnh huyền BP.

Xét 2 tam giác NOF = OFB (c-c-c) nên ONF = 90°

Tương tự ta có OME = 90° nên ME // NF vì cùng vuông góc với MN

$$.4) 2S_{MNPQ} = 2S_{APQ} - 2S_{AMN} = 2R \cdot PQ - AM \cdot AN = 2R(PB + BQ) - AM \cdot AN$$

Tam giác ABP đồng dạng tam giác QBA suy ra  $\frac{AB}{QB} = \frac{BP}{BA} \Rightarrow AB^2 = BP \cdot BQ$

Nên áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có  $PB + BQ \geq 2\sqrt{PB \cdot BQ} = 2\sqrt{(2R)^2} = 4R$

Ta có:

$$AM \cdot AN \leq \frac{AM^2 + AN^2}{2} = \frac{MN^2}{2} = 2R^2$$



Do đó,  $2S_{MNPQ} \geq 2R \cdot 4R - 2R^2 = 6R^2 \Rightarrow S_{MNPQ} \geq 3R^2$

Đấu bằng xảy ra khi  $AM = AN$  và  $PQ = BP$  hay  $MN$  vuông góc  $AB$ .

**Bài V (0,5 điểm)**

Ta có  $Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$

$$\sqrt{2a+bc} = \sqrt{(a+b+c)a+bc} \quad (\text{Do } a+b+c=2)$$

$$= \sqrt{a^2+ab+bc+ca} + \sqrt{(a+b)(a+c)} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2}$$

(Áp dụng bất đẳng thức với 2 số dương  $u=a+b$  và  $v=a+c$ )

$$\text{Vậy ta có } \sqrt{2a+bc} \leq \frac{(a+b)+(a+c)}{2} \quad (1)$$

Tương tự ta có :

$$\sqrt{2b+ca} \leq \frac{(a+b)+(b+c)}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2c+ab} \leq \frac{(a+c)+(b+c)}{2} \quad (3)$$

Cộng (1) (2) (3) vế theo vế  $\Rightarrow Q \leq 2(a+b+c) = 4$

Khi  $a = b = c = \frac{2}{3}$  thì  $Q = 4$  vậy giá trị lớn nhất của  $Q$  là 4.

**Đề số 22. Sở GD và ĐT Hòa Bình. Năm học: 2014-2015**

**Câu I. (3,0 điểm)**

1. Tìm x biết:

a)  $3x - 4 = 2$

b)  $\sqrt{2x+3} = 5$

2. Rút gọn:

a)  $A = \sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{27}$

b)  $B = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x}$

3. Phân tích đa thức thành nhân tử:

$A = x^2 - 8x + 15$

**Câu II. (3,0 điểm)**

1. Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một hệ trục tọa độ:  $y = \frac{x}{2}$  và  $y = \frac{x}{2} + 2$

2. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 5\text{cm}$ . Tính độ dài đường cao AH.

3. Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn:  $x^2 - 2y^2 = -2$

**Câu III. (1,0 điểm)**

Có hai can đựng dầu, can thứ nhất đang chứa 38 lít và can thứ hai đang chứa 22 lít. Nếu rót từ can thứ nhất sang cho đầy can thứ hai thì lượng dầu trong can thứ nhất chỉ còn lại một nửa thể tích của nó. Nếu rót từ can thứ hai sang cho đầy can thứ nhất thì lượng dầu trong can thứ hai chỉ còn lại một phần ba thể tích của nó. Tính thể tích của mỗi can.

**Câu IV. (2,0 điểm)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Kẻ EF vuông góc với AD (  $F \in AD$  )

1) Chứng minh rằng tia CA là phân giác của góc BCF.

2) Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh rằng:  $CM \cdot DB = DF \cdot DO$

**Câu V. (1,0 điểm)**

Tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của biểu thức:  $C = \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2}$

—————Hết—————

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1

1. a)  $3x - 4 = 2 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy  $x = 2$

b) Điều kiện:  $2x + 3 \geq 0$ .

$$\sqrt{2x+3} = 5 \Leftrightarrow 2x+3 = 25 \Leftrightarrow x = 11(TM)$$

Vậy  $x = 11$

2.

$$a) A = \sqrt{3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$b) B = \frac{(1-x) - (1+x)}{(1+x)(1-x)} = \frac{-2x}{1-x^2}$$

3.

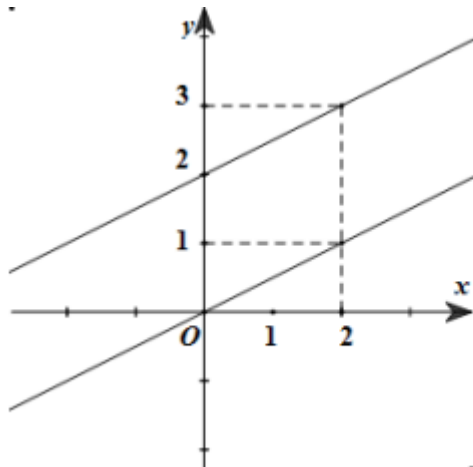
$$A = x^2 - 8x + 15 = x^2 - 3x - 5x + 15 = x(x-3) - 5(x-3) = (x-3)(x-5)$$

### Câu II

#### 1. Bảng giá trị

$x$	0	2
$y = \frac{x}{2}$	0	1
$y = \frac{x}{2} + 2$	2	3

Đồ thị



2. Áp dụng định lý Pitago cho  $\Delta ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4cm$

Có  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Leftrightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{12}{5} (cm)$

$$3. \begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5m - 1 - 2x \\ x - 2(5m - 1 - 2x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5m - 1 - 2x \\ 5x = 10m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ y = m - 1 \end{cases}$$

Thay vào ta có

$$x^2 - 2y^2 = -2 \Leftrightarrow (2m)^2 - 2(m-1)^2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy  $m \in \{-2; 0\}$

### Câu III

Gọi thể tích của can thứ nhất và can thứ hai lần lượt là  $x$  và  $y$  (lít) ( $x > 38, y > 22$ )

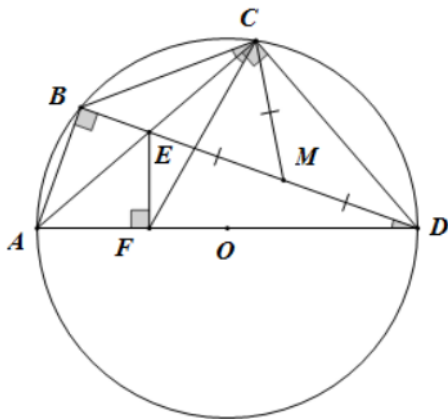
Rót từ can 1 sang cho đầy can 2, thì lượng rót là  $y - 22$  (lít), nên can 1 còn  $38 - (y - 22) = 60 - y$  (lít), bằng 1 nửa thể tích can 1 do đó  $x = 2(60 - y) \Leftrightarrow x + 2y = 120$  (1)

Rót từ can 2 sang cho đầy can 1, thì lượng rót là  $x - 38$  (lít), nên can 2 còn  $22 - (x - 38) = 60 - x$  (lít), bằng một phần ba thể tích can 2 do đó  $y = 3(60 - x) \Leftrightarrow 3x + y = 180$  (2)

Từ (1) và (2), giải hệ ta có  $x = 48; y = 36$  (tm)

Vậy thể tích của can thứ nhất và can thứ hai lần lượt là 48 lít và 36 lít

### Câu IV



1) Vì ABCD là tứ giác nội tiếp nên  $\angle BCA = \angle BDA$  (1)

Có  $\angle ACD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle ECD + \angle EFD = 180^\circ$

Suy ra ECDF là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow \angle ECF = \angle EDF$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle BCA = \angle FCA$

$\Rightarrow CA$  là phân giác của góc BCF

2) Vì  $\triangle CED$  vuông tại C nên  $CM = ME = MD \Rightarrow 2CM = DE$

Tam giác DEF đồng dạng với tam giác DAB

$$\Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DB} \Rightarrow DE \cdot DB = DA \cdot DF \Rightarrow 2CM \cdot DB = 2DO \cdot DF \Rightarrow CM \cdot DB = DO \cdot DF$$

### Câu V

Điều kiện:  $x^2 + xy + y^2 \neq 0 \Leftrightarrow x$  và  $y$  không đồng thời bằng 0

Khi đó  $x^2 + xy + y^2 > 0$

+Có

$$2(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4xy + 2y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 - xy + y^2) \geq x^2 + xy + y^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2} \geq \frac{1}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = y \neq 0$ . Vậy GTNN của C là  $\frac{1}{3}$

Có:

$$2(x+y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4xy + 2y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 \leq 3(x^2 + xy + y^2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2} \leq 3$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = -y \neq 0$ . Vậy GTLN của C là 3.

**Đề số 23. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1: (2,0 điểm)**

- 1) Rút gọn biểu thức:  $P = \sqrt{2}(\sqrt{8} - 2\sqrt{3}) + 2\sqrt{6}$
- 2) Tìm m để đường thẳng  $y = (m + 2)x + m$  song song với đường thẳng  $y = 3x - 2$
- 3) Tìm hoành độ của điểm A trên parabol  $y = 2x^2$ , biết tung độ  $y = 18$

**Câu 2: (2,0 điểm).**

Cho phương trình:  $x^2 - 2x + m + 3 = 0$  ( m là tham số)

- 1) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x = 3$ . Tìm nghiệm còn lại.
- 2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^3 + x_2^3 = 8$

**Câu 3: (2,0 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$
- 2) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 12m. Nếu tăng chiều dài thêm 12m và chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn đó tăng gấp đôi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

**Câu 4 (3,0 điểm).**

Cho  $\Delta \square ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Hạ các đường cao AH, BK của tam giác. Các tia AH, BK lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là D, E.

- a) Chứng minh tứ giác ABHK nội tiếp đường tròn. Xác định tâm đường tròn đó.
- b) Chứng minh:  $HK \parallel DE$ .
- c) Cho (O) và dây AB cố định, điểm C di chuyển trên (O) sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp  $\Delta CHK$  không đổi.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 3xy - 2x + 4y = 0 \\ (x^2 - 5)^2 = 2x - 2y + 5 \end{cases}$$

----- Hết -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HUNG YÊN  
HƯỚNG DẪN GIẢI

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2014-2015  
Môn thi : Toán  
Thời gian làm bài 120 phút  
Ngày thi 23/6/2014

**Câu 1 ( 2 điểm )**

1) Rút gọn :

$$P = \sqrt{2}(\sqrt{8} - 2\sqrt{3}) + 2\sqrt{6}$$
$$= \sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4$$

2) Tìm m để đường thẳng  $y = (m+2)x + m$  song song với đường thẳng  $y = 3x - 2$ .

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi  $m+2 = 3$  và  $m \neq -2$ . Do đó  $m = 1$ .

3) Tìm hoành độ của điểm A trên parabol  $y = 2x^2$ , biết A có tung độ  $y = 18$ .

$$\begin{cases} y_A = 18 \\ y_A = 2x_A^2 \end{cases} \Rightarrow x_A = \pm\sqrt{3}$$

**Câu 2: ( 2,0 điểm).** Cho phương trình:  $x^2 - 2x + m + 3 = 0$  ( m là tham số)(1)

1) Thay  $x = 3$  vào phương trình (1) ta được:

$$3^2 - 2 \cdot 3 + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -6$$

Thay  $m = -6$  vào PT (1) có dạng:  $x^2 - 2x - 3 = 0$

Ta có:  $a - b + c = 1 + 2 - 3 = 0$

PT có hai nghiệm :  $x_1 = -1$   
 $x_2 = 3$

Vậy nghiệm còn lại là  $x = -1$

$$2) \Delta' = (-1)^2 - (m+3) = -m - 2$$

Để PT có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -m - 2 > 0 \Leftrightarrow m < -2$

Áp dụng định lý Viet ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m + 3 \end{cases}$

$$x_1^3 + x_2^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2) = 8$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] = 8$$

Thay  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m + 3 \end{cases}$  vào biểu thức ta được

$$2(2^2 - 3(m+3)) = 8$$

$$\Leftrightarrow -6m = 18$$

$$\Leftrightarrow m = -3(TM)$$

Vậy  $m = -3$  phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn :  $x_1^3 + x_2^3 = 8$

**Câu 3: (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình :  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Hệ PT đã cho có nghiệm (  $x = 1$ ;  $y = -1$  )

2) Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là  $x$  (m) ĐK :  $x > 0$

Thì chiều dài của khu vườn hình chữ nhật là :  $x + 12$  (m)

Diện tích của khu vườn khi đó là:  $x(x + 12)$  ( $m^2$ )

Nếu tăng chiều dài 12m và chiều rộng lên 2m thì :

Chiều dài mới là :  $x + 12 + 12 = x + 24$  (m)

Chiều rộng mới là :  $x + 2$  (m)

Diện tích của hình chữ nhật mới là :  $(x + 2)(x + 24)$  ( $m^2$ )

Vì diện tích sau khi thay đổi gấp đôi diện tích ban đầu nên :

$$(x + 2)(x + 24) = 2x(x + 12)$$

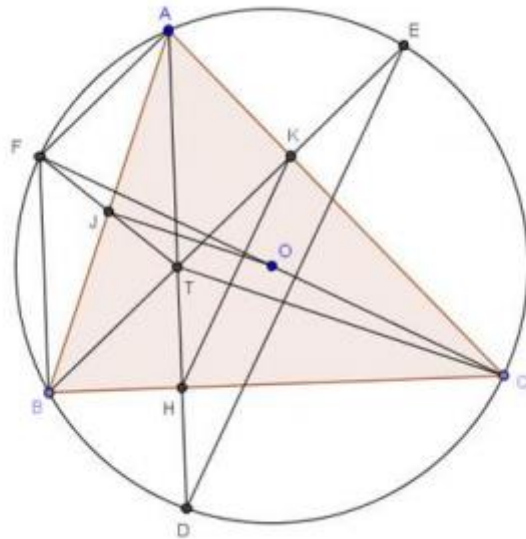
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (-1)^2 - 1(-48) = 49 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật là 8(m), chiều dài của khu vườn là 20m

**Câu 4 ( 3điểm )**



a) Tứ giác ABHK có  $\angle AKB = \angle AHB = 90^\circ$ . Suy ra Tứ giác ABHK nội tiếp đường tròn đường kính AB. Tâm  $O'$  của đường tròn này là trung điểm của AB.

b) Theo câu a) Tứ giác ABHK nội tiếp (J) với J là trung điểm của AB

Nên  $\angle BAH = \angle BKH$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BH của (J) )

Mà  $\angle BAH = \angle BAD$  (A, H, D thẳng hàng)

$\angle BAD = \angle BED$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của (O) )

Suy ra  $\angle BKH = \angle BED$ . Hai góc này ở vị trí đồng vị nên  $HK \parallel DE$ .

c) - Gọi T là giao của hai đường cao AH và BK.

Để CM được tứ giác CHTK nội tiếp đường tròn đường kính CT.

(do  $\angle CHT = \angle CKT = 90^\circ$ ).

Do đó CT là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK. (\*)

- Gọi F là giao của CO với (O) hay CF là đường kính của (O).

Ta có  $\angle CAF = 90^\circ$  ( góc nội tiếp chắn nửa (O))  $\Rightarrow FA \perp CA$

Mà  $BK \perp CA$  (gt). Nên  $BK \parallel FA$  hay  $BT \parallel FA$  (1)



Ta có  $\angle CBF = 90^\circ$  ( góc nội tiếp chắn nửa (O))  $\Rightarrow FB \perp CB$

Mà  $AH \perp CB$  (gt). Nên  $AH \parallel FB$  hay  $AT \parallel FB$  (2)

Từ (1) và (2) ta có tứ giác AFBT là hình bình hành ( hai cặp cạnh đối //)

Do J là trung điểm của đường chéo AB

Nên J cũng là trung điểm của đường chéo FT ( tính chất về đường chéo hbh).

Xét tam giác CTF có O là trung điểm của FC, J là trung điểm của FT

Nên OJ là đường trung bình  $\Rightarrow OJ = \frac{1}{2} CT$  (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta có độ dài của OJ bằng độ dài bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK.

Mà độ dài của OJ là khoảng cách từ tâm O đến dây AB (J là trung điểm của dây AB). Do (O) và dây AB có đỉnh nên độ dài của OJ không đổi.

Vậy độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CHK không đổi.

**Câu 5 (1 điểm)** Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 3xy - 2x + 4y = 0(1) \\ (x^2 - 5)^2 = 2x - 2y + 5(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 - 5)^2 = 2x - 2y + 5(2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x - 2y)(x - y - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ y = x - 2 \end{cases}$$

\* Xét  $y = \frac{x}{2}$  thì (2)  $\Leftrightarrow (x^2 - 5)^2 = x + 5$ . Đặt  $x^2 - 5 = a$  nên ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 - 5 = a \\ a^2 = x + 5 \end{cases} \Rightarrow x^2 - a^2 - 5 = a - x - 5 \Leftrightarrow (a - x)(a + x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ a = -x - 1 \end{cases}$$

- Khi  $a = x$  ta có phương trình  $x^2 - x - 5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} \Rightarrow y_{1,2} = 1 \pm \sqrt{21}$$

- Khi  $a = -x - 1$  thì ta có phương trình  $x^2 + x - 4 = 0$

$$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

\* Xét  $y = x - 2$  thì (2)  $\Leftrightarrow (x^2 - 5)^2 = 9$

$$\begin{cases} x^2 - 5 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{2} - 2 \\ x^2 - 5 = -3 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2} \Rightarrow y = \pm \sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 8 nghiệm...

**Đề số 24. Sở GD và ĐT Kon Tum. Năm học: 2014-2015**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – MÔN TOÁN 9**  
**Trường THPT Chuyên Nguyễn Tất Thành và THPT Kon Tum**  
**Khóa thi ngày 24-25/06/2014**  
*Thời gian làm bài 120 phút (Không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1:** (2,25 điểm).

1/ Thực hiện phép tính:  $A = \frac{4}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \sqrt{8}$

2/ Giải PT:  $x - \sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 6$

**Câu 2:** (2,0 điểm).

1/ Vẽ đồ thị hai hàm số:  $y = x^2$  và  $y = x + 2$  trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

2/ Xác định đường thẳng  $y = ax + b$  biết rằng đường thẳng này song song với đường thẳng  $y = -3x + 5$  và cắt Parabol  $y = 2x^2$  tại điểm A có hoành độ bằng  $-1$

**Câu 3:** (2,25 điểm).

1/ Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A và đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB. Biết  $BH=2\text{cm}$ ,  $HC=6\text{cm}$ . Tính diện tích hình quạt AOH (ứng với cung nhỏ AH).

2/ Cho PT:  $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$  (x là ẩn số). Tìm m để PT có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

**Câu 4:** (1,5 điểm).

Một bè gỗ được thả trôi trên sông từ cầu Đắk Bla. Sau khi thả bè gỗ trôi được 3 giờ 20 phút, một người chèo thuyền độc mộc cũng xuất phát từ cầu Đắk Bla đuổi theo và đi được 10km thì gặp bè gỗ. Tính vận tốc của bè gỗ biết rằng vận tốc của người chèo thuyền độc mộc lớn hơn vận tốc của bè gỗ là 4km/h.

**Câu 5:** (2,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Từ A và B vẽ hai dây cung AC và BD của đường tròn (O) cắt nhau tại N bên trong đường tròn (C, D nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB). Hai tiếp tuyến Cx và Dy của đường tròn (O) cắt nhau tại M. Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC.

1/ Chứng minh tứ giác DNCP nội tiếp đường tròn.

2/ Chứng minh ba điểm P, M, N thẳng hàng.

----- **Hết** -----

## Hướng dẫn giải:

### Câu 1:

$$\begin{aligned} 1/A &= \frac{4}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} - \sqrt{8} \\ &= \frac{4(\sqrt{3}+1)}{3-1} - \frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2} - 2\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{3} + x - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2 \end{aligned}$$

2/

$$x - \sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 6 \text{ (DK: } x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 5\sqrt{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36 \text{ (TM)} \\ \sqrt{x} = -1 \text{ (L)} \end{cases}$$

### Câu 2:

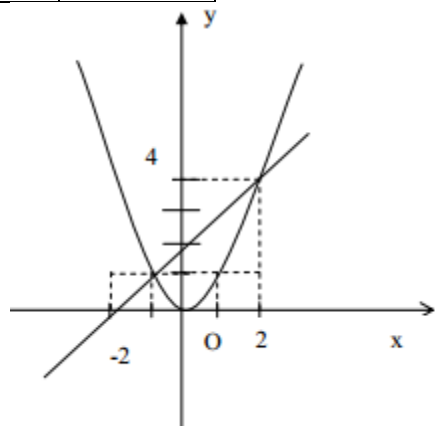
1/ Gọi (P) và (d) là đồ thị của 2 hàm số :  $y = x^2$  và  $y = x + 2$

$$y = x^2$$

x	-1	0	1
y	1	0	1

$$y = x + 2$$

x	0	-2
y		0



2/ Phương trình đường thẳng (d') có dạng  $y = ax + b$

Vì (d') // đường thẳng  $y = -3x + 5 \Rightarrow a = -3$  và  $b \neq 5 \Rightarrow (d'): y = -3x + b$

$A \in$  Parabol:  $y = 2x^2$

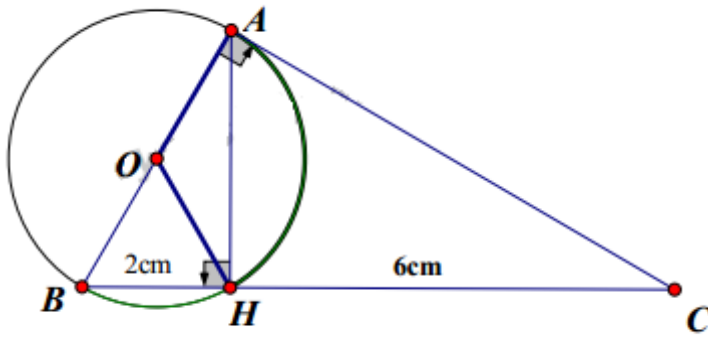
$$\Rightarrow y_A = 2(-1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow \text{tọa độ } A(-1; 2) \in (d')$$

$$\Rightarrow 2 = (-3) \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow b = -1 \Rightarrow (d'): y = -3x - 1$$

### Câu 3:



$$a) AB^2 = HB \cdot BC = (HB + HC) \cdot HB = (2 + 6)^2 = 16$$

$$\Rightarrow AB = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow OA = 2 \text{ (cm)}$$

$$\cos \angle ABH = HB / AB = 2 / 4 = 1 / 2 \Rightarrow \angle ABH = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOH = 2 \angle ABH = 120^\circ$$

$$S_{\text{quat } AOH} = \frac{OA^2 \cdot \pi \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{4\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$b) x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0 \quad (1) \quad (a = 1; b = -2(m - 1); c = -m - 3)$$

$$\Delta' = (m - 1)^2 + m + 3 = m^2 - 2m + 1 + m + 3 = m^2 - m + 4 = m^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{15}{4} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} > 0 \forall m$$

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi  $m$ .

Theo hệ thức Vi-Et, ta có:  $x_1 + x_2 = 2m - 2$  và  $x_1 \cdot x_2 = -m - 3$

Ta có

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (2m - 2)^2 + 2m + 6 - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

**Câu 4:**

$$3 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{10}{3} \text{ giờ}$$

Gọi  $x$  là vận tốc của bè gỗ ( $x > 0$ ) (km/h)

vận tốc của người chèo thuyền độc mộc:  $x + 4$

Thời gian người chèo thuyền độc mộc đi được khi gặp bè gỗ:  $\frac{10}{x + 4}$

Thời gian bè gỗ trôi được 10 km:  $\frac{10}{x}$

Theo đề bài ta có PT:

$$\frac{10}{x} - \frac{10}{x+4} = \frac{10}{3}$$

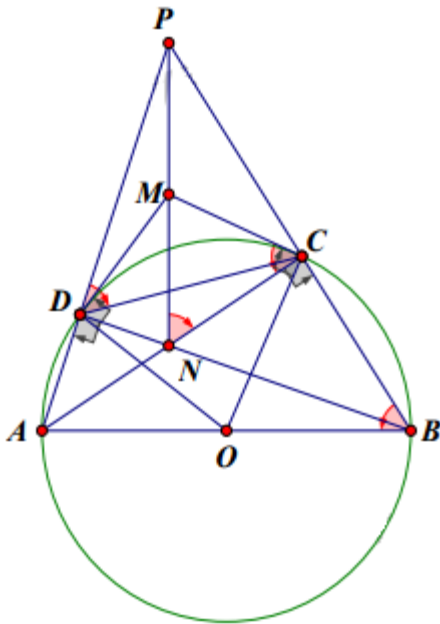
$$\Leftrightarrow 3x+12-3x = x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(TM) \\ x = -6(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của bè gỗ là 2 km/h

**Câu 5:**



a) DNCP nội tiếp

$\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow AC \perp PB$  và  $BD \perp PA \Rightarrow \angle PAN = \angle PCN = 90^\circ \Rightarrow$  Tứ giác DNCP nội tiếp đường tròn đường kính PN

b) P, M, N thẳng hàng

A, D, C, B cùng thuộc (O)  $\Rightarrow$  tứ giác ADCB nội tiếp  $\Rightarrow \angle OBC = \angle PDC$

Mà  $\angle PDC = \angle MNC$  (cùng chắn cung PC của đường tròn (DNCP))

$\angle OCB = \angle OBC$  (OCB cân tại O) và  $\angle MCN = \angle OCB$  (cùng phụ  $\angle OCN$ )

$\Rightarrow \angle MNC = \angle MCN \Rightarrow MCN$  cân tại M  $\Rightarrow MN = MC$

vì  $MD = MC$  (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow MN = MC = MD$

$\Rightarrow DCN$  nội tiếp đường tròn tâm M

Mặt khác DCN nội tiếp đường kính PN (vì tứ giác DNCP nội tiếp)

$\Rightarrow M$  là trung điểm PN  $\Rightarrow$  Vậy P, M, N thẳng hàng (đpcm)

**Đề số 25. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học: 2014-2015**

**Câu I (2 điểm)**

1. Tính giá trị biểu thức:

$$A = \sqrt{36} - \sqrt{9}$$

$$B = \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$$

2. Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{2}{x+2\sqrt{x}} \right) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

**Câu II (2 điểm)**

Vẽ đồ thị hàm số:  $y = 2x^2$  và  $y = x + 1$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị.

**Câu III (2 điểm)**

a. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

b. Tìm m để phương trình  $x^2 - 2x - m + 3 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 20$

**Câu IV (4 điểm).**

Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB; AC lần lượt tại M và N. Gọi H là giao điểm của BN và CM, K là trung điểm của AH.

a. Chứng minh rằng tứ giác AMHN nội tiếp đường tròn.

b. Chứng minh  $AM \cdot AB = AN \cdot AC$

c. Chứng minh KN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

**Câu V (1 điểm)**

Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn  $x + 2y \leq 3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = \sqrt{x+3} + 2\sqrt{y+3}$

----- **Hết** -----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

Giám thị 1 (họ tên và ký) ..... Giám thị 2 (họ tên và ký).....

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH LẠNG SƠN**

**Câu 1.**

1)  $A = 6 - 3 = 3$

$B = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3$

2)  $x > 0$  và  $x$  khác 4 có

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{2}{x+2\sqrt{x}} \right) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \right) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

**Câu 2.**

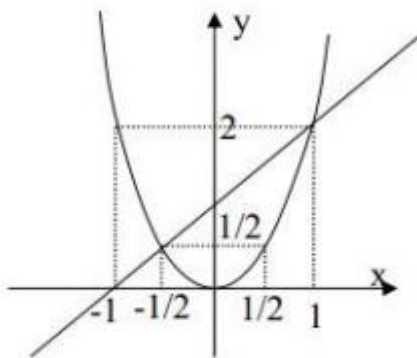
Vẽ  $y = 2x^2$  lập bảng

x	-1	-1/2	0	1/2	1
$y=2x^2$	2	1/2	0	1/2	2

Vẽ  $y = x + 1$

Cho  $x = 0 \Rightarrow y = 1$

Cho  $x = -1 \Rightarrow y = 0$



Tọa độ giao điểm của 2 đồ thị là  $(\frac{-1}{2}; \frac{-1}{2})$  và  $(1;2)$

**Câu 3.**

a)  $\begin{cases} x+2y=6 \\ 3x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=6 \\ 6x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ 3x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

b) Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x - m + 3 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 20$

$\Delta' = (-1)^2 - (-m+3) = m-2$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì  $\Delta' > 0$





$$\text{Vậy } S_{\min} = 6 \text{ khi } \frac{1}{\sqrt{x+3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2y+6}} \Leftrightarrow \frac{1}{x+3} = \frac{2}{2y+6} \Leftrightarrow 2y+6 = 2x+6$$
$$\Leftrightarrow x = y$$

Theo đề bài:  $x + 2y \leq 3 \Rightarrow y \leq 1$

Vậy với điều kiện:  $y \geq 0$ ;  $x = y$ ,  $y \leq 1$  thì  $S_{\min} = 6$ .

**Đề số 26. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1. (2,5 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$

- Tìm điều kiện xác định và rút biểu thức A
- Tìm tất cả các giá trị của x để  $A < 0$ .

**Câu 2. (1,5 điểm)**

Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180 km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy 10 km/h. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 + 2(m+1)x - 2m^4 + m^2 = 0$  (m là tham số)

- Giải phương trình khi  $m = 1$ .
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn đó (B, C là các tiếp điểm). Gọi M là trung điểm của AB. Đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại N (N khác C).

- Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh  $MB^2 = MN \cdot MC$
- Tia AN cắt đường tròn (O) tại D (D khác N). Chứng minh:  $\angle MAN = \angle ADC$

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn  $x + y \leq z$ . Chứng minh rằng:

$$(x^2 + y^2 + z^2) \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \geq \frac{27}{2}$$

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1.

a). Điều kiện  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$A = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})} : \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-1})} \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{1} = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

b).  $A < 0$  thì

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1$$

$$\Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp ĐK: để  $A < 0$  thì  $0 \leq x < 1$

**Câu 2:** Gọi vận tốc của ô tô là  $x$  (km/h)

vận tốc của xe máy là  $y$  (km/h) (Đk:  $x > y > 0$ ,  $x > 10$ )

Ta có phương trình:  $x - y = 10$  (1)

Sau 2 giờ ô tô đi được quãng đường là  $2x$  (km)

Sau 2 giờ xe máy đi được quãng đường là  $2y$  (km)

thì chúng gặp nhau, ta có phương trình:  $2x + 2y = 180$  hay  $x + y = 90$  (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases} (TM)$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h và vận tốc của xe máy là: 40 km/h

### Câu 3.

a). Khi  $m = 1$  phương trình trở thành:  $x^2 + 4x - 1 = 0$

$$\Delta' = 2^2 + 1 = 5 > 0$$

$\Rightarrow$  Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = -2 - \sqrt{5}$ ;  $x_2 = -2 + \sqrt{5}$

b). Ta có:

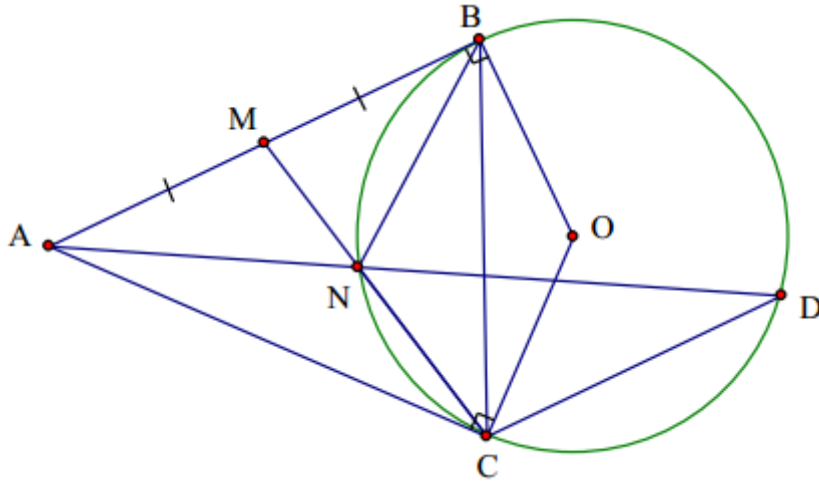
$$\Delta' = 2m^4 + 2m + 1 = 2m^4 - 2m^2 + \frac{1}{2} + 2m^2 + 2m + \frac{1}{2}$$

$$= 2\left(m^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \forall m$$

$$\text{Nếu: } \Delta' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - \frac{1}{2} = 0 \\ m + \frac{1}{2} = 0 \end{cases} (VN)$$

Do đó  $\Delta' > 0$ ,  $\forall m$ . Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

### Câu 4.



a). Xét tứ giác ABOC có :

$$\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Nên tứ giác ABOC nội tiếp

b). Xét  $\triangle MBN$  và  $\triangle MCB$  có :

M chung

$\angle MBN = \angle MCB$  (cùng chắn cung BN)

$$\Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle MCB \text{ (g-g) nên } \frac{MB}{MC} = \frac{MN}{MB} \Leftrightarrow MB^2 = MN \cdot MC$$

c). Xét  $\triangle MAN$  và  $\triangle MCA$  có góc M chung.

Vì M là trung điểm của AB nên  $MA = MB$ .

$$\text{Theo câu b ta có: } MA^2 = MN \cdot MC \Leftrightarrow \frac{MA}{MN} = \frac{MC}{MA}$$

Do đó :  $\triangle MAN \sim \triangle MCA$  (c-g-c)

$$\Rightarrow \angle MAN = \angle MCA = \angle NCA \quad (1)$$

mà:  $\angle NCA = \angle NDC$  ( cùng chắn cung NC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\angle MAN = \angle NDC$  hay  $\angle MAN = \angle ADC$ .

### Câu 5.

Ta có:

$$VT = (x^2 + y^2 + z^2) \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = 3 + \frac{x^2 + y^2}{z^2} + z^2 \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương ta có: } \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{y^2}{x^2}} = 2$$

$$VT \geq 5 + \left( \frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \right) + \left( \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \right) + \frac{15z^2}{16} \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)$$

$$\text{Lại áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có: } \frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16x^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \geq \sqrt{\frac{y^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16y^2}} = \frac{1}{2}$$

Và

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq \frac{2}{xy} \geq \frac{2}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2} = \frac{8}{(x+y)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{15z^2}{16} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{15z^2}{16} \cdot \frac{8}{(x+y)^2} = \frac{15}{2} \left(\frac{z}{x+y}\right)^2 \geq \frac{15}{2} \text{ (Do } x+y \leq z)$$

$$\Rightarrow VT \geq 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{15}{2} = \frac{27}{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $x = y = \frac{z}{2}$

$$\text{Vậy } (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq \frac{27}{2}$$

**Đề số 27. Sở GD và ĐT Ninh Bình. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1** (2,5 điểm)..

- Tìm giá trị của x để biểu thức sau có nghĩa  $A = \sqrt{2x-1}$
- Rút gọn biểu thức:  $B = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300}$
- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2** (2,0 điểm). Cho phương trình:  $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$  (1), (x là ẩn, m là tham số).

- Giải phương trình với  $m = 2$ .
- Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi giá trị của m. Tìm m để biểu thức  $P = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3** (1,5 điểm). Một xe máy đi từ A đến B. Sau đó 1 giờ, một ô tô cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Biết rằng ô tô và xe máy đến B cùng một lúc. Tính vận tốc của mỗi xe, với giả thiết quãng đường AB dài 200km.

**Câu 4** (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa của cung AB, M là một điểm bất kì trên cung AC (M khác A và C). Đường thẳng BM cắt AC tại H. Kẻ HK vuông góc với AB (K thuộc AB).

- Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh CA là tia phân giác của góc MCK.
- Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho  $BE = AM$ . Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân.

**Câu 5** (1,0 điểm). Cho I là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác ABC. Các đường thẳng AI, BI, CI tương ứng cắt các cạnh BC, CA, AB tại các điểm M, N, P. Tìm vị trí của điểm I sao cho  $Q = \frac{IA}{IM} \cdot \frac{IB}{IN} \cdot \frac{IC}{IP}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

## ĐÁP ÁN ĐỀ THI MÔN TOÁN VÀO 10 TỈNH NINH BÌNH NĂM 2014 – 2015

### Câu 1:

a.  $A = \sqrt{2x-1}$

Ta có A có nghĩa  $\Leftrightarrow 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$

Vậy  $x \geq \frac{1}{2}$  là giá trị cần tìm.

b.

$$\begin{aligned} B &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{27} - \sqrt{300} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{10^2 \cdot 3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - 10\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

Vậy  $B = \sqrt{3}$

c. 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 0(1) \\ x - y = 1(2) \end{cases} \text{ (I)}$$

Từ phương trình (2)  $\Rightarrow y = x - 1$ .

Thay vào (1) ta có  $2x - 3(x - 1) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ .

$\Rightarrow y = x - 1 = 3 - 1 = 2$ .

Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất  $(x;y) = (3;2)$ .

**Câu 2:**  $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$  (1)

a. Với  $m = 2$ , ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = -1.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{-1;3\}$ .

b. \*Phương trình (1) có  $\Delta' = (m-1)^2 - (m-5)$

$$= (m^2 - 2m + 1) - (m - 5)$$

$$= m^2 - 3m + 6$$

$$= \left(m^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}m + \frac{9}{4}\right) + \frac{15}{4}$$

$$= \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \forall m$$

Vậy  $\Delta' > 0 \forall m$ , do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

\*Theo định lí Vi-ét, ta có:  $x_1 + x_2 = 2(m-1)$  và  $x_1x_2 = m-5$ .

Ta có:

$$\begin{aligned}
P &= x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\
&= [2(m-1)]^2 - 2(m-5) \\
&= 4(m^2 - 2m + 1) - 2m + 10 \\
&= 4m^2 - 8m + 4 - 2m + 10 \\
&= 4m^2 - 10m + 14 \\
&= 4\left(m^2 - 2 \cdot \frac{5}{4}m + \frac{25}{16}\right) + \frac{31}{4} = 4\left(m - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}
\end{aligned}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow m - \frac{5}{4} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } P \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } \frac{31}{4} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$$

### Câu 3

Gọi vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là  $x$  và  $y$  (km/h) ( $x, y > 0$ )

Vận tốc ô tô lớn hơn xe máy 10km/h  $\Rightarrow y - x = 10$  (1)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là  $\frac{AB}{x} = \frac{200}{x}$  (h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là  $\frac{AB}{y} = \frac{200}{y}$  (h)

Vì ô tô xuất phát sau xe máy 1h mà 2 xe đến nơi cùng lúc, do đó thời gian đi của ô tô ít hơn xe máy là 1h.

$$\Rightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra  $y = x + 10$

Thay vào (2) ta được:

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 200x + 2000 - 200x = x^2 + 10x$$

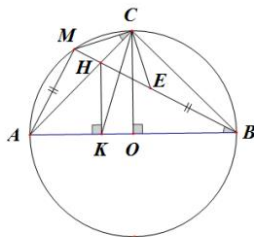
$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn) hoặc } x = -50 \text{ (loại)}$$

$$\Rightarrow y = x + 10 = 50.$$

Vậy vận tốc của xe máy và ô tô lần lượt là 40km/h và 50km/h.

### Câu 4



a. Ta có:  $AB$  là đường kính của  $(O)$  và  $C \in (O) \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

Vì  $HK \perp AB$  nên  $\angle HKB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle HCB + \angle HKB = 180^\circ$$



⇒ CBKH là tứ giác nội tiếp.

b. Ta có: AMCB là tứ giác nội tiếp nên  $\angle MCA = \angle MBA$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MA) (1)

CBKH là tứ giác nội tiếp (cmt) ⇒  $\angle HCK = \angle HBK$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HK) (2)

Từ (1) và (2) ⇒  $\angle MCA = \angle ACK$

⇒ CA là phân giác của góc MCK

c. Vì C là điểm chính giữa cung AB nên  $CA = CB$ . Suy ra tam giác ABC vuông cân ở C ⇒  $\angle BAC = 45^\circ$

Vì AMCB là tứ giác nội tiếp nên  $\angle MAC = \angle CBE$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

và  $\angle BMC = \angle BAC = 45^\circ$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC)

Xét hai tam giác AMC và BEC ta có:

$AM = BE$  (gt)

$\angle MAC = \angle CBE$  (cmt)  $CA = CB$  (cmt)

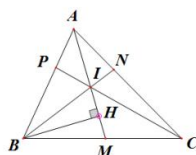
⇒ tam giác AMC = tam giác BEC (c.g.c)

⇒  $MC = EC$

⇒ tam giác ECM cân tại C.

Mặt khác ta có  $\angle EMC = 45^\circ$  ⇒ tam giác ECM vuông cân tại C.

### Câu 5



Đặt  $S_{ABI} = a; S_{ACI} = b; S_{BCI} = c$

Vẽ  $BH \perp AI$  tại H, ta có:

$$\frac{S_{ABI}}{S_{BMI}} = \frac{\frac{1}{2} BH \cdot AI}{\frac{1}{2} BH \cdot MI} = \frac{AI}{MI}$$

$$TT \Rightarrow \frac{S_{ACI}}{S_{CMI}} = \frac{AI}{MI}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABI}}{S_{BMI}} = \frac{S_{ACI}}{S_{CMI}}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{S_{ABI}}{S_{BMI}} = \frac{S_{ACI}}{S_{CMI}} = \frac{S_{ABI} + S_{ACI}}{S_{BMI} + S_{CMI}} = \frac{a + b}{S_{BCI}} = \frac{a + b}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{IA}{IM} = \frac{a + b}{c}$$

$$TT : \frac{IB}{IN} = \frac{a + c}{b}; \frac{IC}{IP} = \frac{b + c}{a}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{IA}{IM} \cdot \frac{IB}{IN} \cdot \frac{IC}{IP} = \frac{a + b}{c} \cdot \frac{a + c}{b} \cdot \frac{b + c}{a}$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số dương ta có:

$$\begin{cases} a+b \geq 2\sqrt{ab} \\ a+c \geq 2\sqrt{ac} \\ b+c \geq 2\sqrt{bc} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q \geq \frac{2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ac}}{abc} = \frac{8abc}{abc} = 8$$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$

xảy ra khi I là trọng tâm tam giác ABC.

Vậy khi I là trọng tâm tam giác ABC thì Q đạt giá trị nhỏ nhất.

**Đề số 28. Sở GD và ĐT Phú Thọ. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1 (1,5 điểm)** a) Trong các phương trình dưới đây, những phương trình nào là phương trình bậc 2:

1)  $x^2 + 3x + 2 = 0$

2)  $3x^2 + 4 = 0$  (x là ẩn số m là tham số m khác 1)

3)  $-2x + 1 = 0$

4)  $(m-1)x^2 + mx + 12 = 0$

b) Giải phương trình:  $2x - \sqrt{4} = 6$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  với a, b là số dương.

**Câu 3 (2,0 điểm)** Cho phương trình bậc 2:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 = 0$  (1)

a) Giải phương trình với  $m = 1$

b) Với giá trị nào của m phương trình (2) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho (O;R) dây  $BC < 2R$  cố định. Gọi A chạy trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn kẻ ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh AEFH nội tiếp, xác định tâm I đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

b) Chứng minh rằng khi A chạy trên cung lớn BC thì tiếp tuyến tại E của (I) luôn đi qua một điểm cố định.

c) Tìm vị trí A thuộc cung lớn BC để diện tích tam giác AEF lớn nhất.

**Câu 5 (1,5 điểm)** Giải phương trình  $x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x+5)\sqrt{2x+3} = 0$

-----Hết-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN – PHÚ THỌ - 2014 – 2015

### Câu 1

a) Giải phương trình

$$x^2 + 3x + 2 = 0; 3x^2 + 4 = 0; (m-1)x^2 + mx + 12 = 0$$

b) Giải phương trình:  $2x - \sqrt{4} = 6 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$

### Câu 2

a) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức

$$B = \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} + \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$B = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{a} \text{ với } a, b, \text{ là số dương.}$$

### Câu 3.

Cho phương trình bậc 2:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 = 0(1)$

a) Giải phương trình với  $m = 1$ : Thay  $m = 1$  ta có PT:  $x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 = 5$$

$$\text{PT có 2 nghiệm } x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

b) Với giá trị nào của phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó

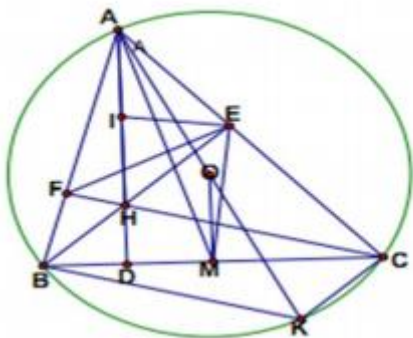
$$\Delta = (2m+1)^2 - 4m^2 = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 = 4m + 1$$

Phương trình (1) có nghiệm kép  $\Leftrightarrow \Delta = 0$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$$

Với  $m = -\frac{1}{4}$  phương trình có nghiệm  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2m+1}{2} = -\frac{1}{4}$

### Câu 4 (3,0 điểm)



a) Ta có trong tam giác ABC:

$CF \perp AB; BE \perp AC$

$\Rightarrow E; F$  cùng nhìn AH dưới góc vuông

$\Rightarrow$  tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn

> Tâm I là trung điểm của AH

b) Gọi M là trung điểm BC chứng minh ME là tiếp tuyến (I)

Ta có IA=IE (bk của đường tròn tâm I

=> góc IAE =góc AEI

Ta có trong tam giác vuông BCE vuông tại E: có EM là trung tuyến

=> EM= 1/2 BC=MC

=> góc MEC=góc MCE

Mặt khác ta lại có trong tam giác vuông ACD vuông tại D( do AD là đường cao của tam giác ABC)

Nên ta có: góc IAE + góc ECM = 90<sup>0</sup>

Hay góc AEI +góc CEM = 90<sup>0</sup>

Mà góc AEI +góc IEM +góc CME=180<sup>0</sup>

=>Góc IEM =90<sup>0</sup>

=>Vậy EM là tiếp tuyến của (I)

=>EM luôn đi qua điểm cố định M.

c) Kẻ đường kính AK ta có BHCK là hình bình hành (theo định nghĩa nên H,M K thẳng hàng. Xét tam giác AHK có OM là đường trung bình suy ra AH=2.OM không đổi đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF nhận AH là đường kính có bán kính bằng OM không đổi.

Tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC nên

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{OM}{OA}\right)^2 \Rightarrow S_{AEF} = \left(\frac{OM}{R}\right)^2 \cdot S_{ABC} \text{ Ta có: } \frac{OM}{R} \text{ không đổi}$$

$$S_{AEF}(\max) \Leftrightarrow S_{ABC}(\max) \Leftrightarrow AD(\max)$$

Mà  $AD \leq AM \leq OA + OM$  (Không đổi)  $AD(\max) = R + OM \Leftrightarrow D \equiv M$  hay A là chính giữa cung lớn BC.

Câu 5 :

$$\text{ĐKXD: } x \geq \frac{-3}{2}$$

$$x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x+5)\sqrt{2x+3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 4x^2 + 5x - 3 - (2x+5)(x+1) - (2x+5)(\sqrt{2x+3} - x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 4x^2 - 2x - 8 + (2x+5) \frac{x^2 - 2}{x+1 + \sqrt{2x+3}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x+4) + (2x+5) \frac{x^2 - 2}{x+1 + \sqrt{2x+3}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2) \left( x+4 + \frac{2x+5}{x+1 + \sqrt{2x+3}} \right) = 0$$

$$\text{Với } x \geq \frac{-3}{2} \text{ thì } x+4 + \frac{2x+5}{x+1 + \sqrt{2x+3}} > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Thay vào PT(1)  $x = \sqrt{2}$  thỏa mãn

**Đề số 29. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học: 2014-2015**

**Bài 1: (1,5 điểm)**

a/ Tính:  $2\sqrt{25} + 3\sqrt{4}$

b/ Xác định a và b để đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua điểm A(1; - 2) và điểm B(3; 4)

c/ Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} \right) : \frac{x+4}{\sqrt{x+2}}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$

**Bài 2: (2,0 điểm)**

1/ Giải phương trình  $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

2/ Cho phương trình  $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$  (1) với m là tham số.

a/ Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b/ Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1). Tìm m để biểu thức  $B = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3: (2,0 điểm)**

Để chuẩn bị cho một chuyến đi đánh bắt cá ở Hoàng Sa, hai ngư dân đảo Lý Sơn cần chuyển một số lương thực, thực phẩm lên tàu. Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lương thực, thực phẩm; sau đó người thứ hai chuyển hết số còn lại lên tàu thì thời gian người thứ hai hoàn thành lâu hơn người thứ nhất là 3 giờ.

Nếu cả hai cùng làm chung thì thời gian chuyển hết số lương thực, thực phẩm lên tàu là  $\frac{20}{7}$  giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người chuyển hết số lương thực, thực phẩm đó lên tàu trong thời gian bao lâu?

**Bài 4: (3,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính  $AB = 2R$ . Gọi M là điểm chính giữa của cung AB; P là điểm thuộc cung MB (P khác M và P khác B). Đường thẳng AP cắt đường thẳng OM tại C; đường thẳng OM cắt đường thẳng BP tại D. Tiếp tuyến của nửa đường tròn ở P cắt CD tại I.

a/ Chứng minh OADP là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b/ Chứng minh  $OB.AC = OC.BD$ .

c/ Tìm vị trí của điểm P trên cung MB để tam giác PIC là tam giác đều. Khi đó hãy tính diện tích của tam giác PIC theo R.

**Bài 5: (1,0 điểm)**

Cho biểu thức  $A = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^{2014} + 2015$ . Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$

----- **HẾT** -----

## GỢI Ý BÀI GIẢI TOÁN VÀO 10 KHÔNG CHUYÊN LÊ KHIẾT QUẢNG NGÃI.

### Bài 1:

a/ Tính:  $2\sqrt{25} + 3\sqrt{4} = 2.5 + 3.2 = 10 + 6 = 16$

b/ Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua  $A(1; -2)$  nên thay  $x = 1; y = -2$  vào ta được:

$$a.1 + b = -2. \Leftrightarrow a + b = -2 \quad (1)$$

Và đồ thị hàm số đi qua điểm  $B(3; 4)$  nên thay  $x = 3; y = 4$  vào hàm số  $y = ax + b$  ta được:  $3a + b = 4. \quad (2)$

Từ (1) và (2) giải hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b=-2 \\ 3a+b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=6 \\ a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases}$$

Suy ra  $a = 3, b = -5$ . Vậy (d):  $y = 3x - 5$

c/ Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$  ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} \right) : \frac{x+4}{\sqrt{x+2}} \\ &= \left( \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} + \frac{2(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{x+4} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}+2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{x+4} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x-2}} \\ &= \frac{\sqrt{x+2}}{x-4} \end{aligned}$$

### Bài 2:

1/ Giải phương trình  $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ) ta có phương trình  $t^2 + 5t - 36 = 0$ .  $\Delta t = 25 - 4.1.(-36) = 169$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-5+13}{2} = 4(TM)$$

$$t_2 = \frac{-5-13}{2} = -9(L)$$

Với  $t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

2/ a/ Với  $m$  là tham số, phương trình  $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0 \quad (1)$

Có  $\Delta = [-(3m + 1)]^2 - 4.1.(2m^2 + m - 1)$

$$= 9m^2 + 6m + 1 - 8m^2 - 4m + 4$$

$$= m^2 + 2m + 5$$

$$= (m+1)^2 + 4 > 0 \forall m$$

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

b/ Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1).

Ta có  $x_1 + x_2 = 3m + 1; x_1x_2 = 2m^2 + m - 1$

$$\begin{aligned}
B &= x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 \\
&= (3m+1)^2 - 5(2m^2 + m - 1) \\
&= -m^2 + m + 6 \\
&= -(m^2 - m - 6) \\
&= -(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4}
\end{aligned}$$

Điều “=” xảy ra  $\Leftrightarrow m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

Vậy  $B_{\max} = \frac{25}{4}$  khi  $m = \frac{1}{2}$

**Bài 3:** Gọi x (giờ) là thời gian người thứ I một mình làm xong cả công việc.

và y (giờ) là thời gian người thứ II một mình làm xong cả công việc. (Với  $x, y > \frac{20}{7}$ )

Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{20} \quad (1) \\ y - x = 6 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{7}{20}$

Giải phương trình được  $x_1 = 4, x_2 = -\frac{30}{7}$

Chọn  $x = 4$ .

Vậy thời gian một mình làm xong cả công việc của người thứ I là 4 giờ, của người thứ II là 10 giờ.

**Bài 4:**

a/ C/minh  $\angle AOD = \angle APD = 90^\circ$

O và P cùng nhìn đoạn AD dưới một góc  $90^\circ$

$\Rightarrow$  OADP tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AD

b/ C/ minh  $\Delta AOC$  đồng dạng  $\Delta DOB$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{OC}{OB} = \frac{AC}{DB}$$

$$\Rightarrow OB.AC = OC.BD \text{ (đpcm)}$$

c/ Ta có  $\angle IPC = \angle PBA$  (cùng chắn cung AP của (O))

và có  $\angle ICP = \angle PBA$  (cùng bù với  $\angle OCP$ )

Suy ra  $\angle IPC = \angle ICP \Rightarrow \Delta IPC$  cân tại I.

Đề  $\Delta IPC$  là tam giác đều thì  $\angle IPC = 60^\circ \Rightarrow \angle PBA = 60^\circ$

$\Rightarrow OP = PB = OB = R \Rightarrow$  số đo cung PB bằng  $60^\circ$

C/minh  $\Delta DIP$  cân tại I  $\Rightarrow ID = IP = IC = CD:2$

Do đó

$$\begin{aligned}
S_{PIC} &= \frac{1}{2} S_{DPC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot CP \cdot PD \\
&= \frac{1}{4} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{3} \cdot R = \frac{R^2\sqrt{3}}{12} \text{ (dvd)}
\end{aligned}$$



**Bài 5:**

Ta có:

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2 = \frac{2-2\sqrt{2}+1}{4} = \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$$

$$x^3 = x \cdot x^2 = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cdot \frac{3-2\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{8} = \frac{5\sqrt{2}-7}{8}$$

$$TT \Rightarrow x^4 = (x^2)^2 = \frac{17-12\sqrt{2}}{16}$$

$$x^5 = x \cdot x^4 = \frac{29\sqrt{2}-41}{32}$$

Do đó:

$$4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = \frac{29\sqrt{2}-41+34-24\sqrt{2}-25\sqrt{2}+35+20\sqrt{2}-20-16}{8} = -1$$

$$\text{Vậy } A = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^{2014} + 2015 = (-1)^{2014} + 2015 = 1 + 2015 = 2016$$

**Đề số 30. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2014-2015**

**Câu I. (2,0 điểm)**

1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}}$$

$$b) B = \left( \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 4.$$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + 6y = 11 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases}$$

**Câu II. (2,0 điểm)** Cho phương trình :  $x^2 + x + m - 5 = 0$  (1) (m là tham số, x là ẩn)

1. Giải phương trình (1) với  $m = 4$ .

2. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$  thỏa mãn:

$$\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$$

**Câu III. (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi thêm một ghế mới đủ chỗ. Tính xem lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế? (Biết rằng mỗi hàng ghế không có nhiều hơn 20 ghế)

**Câu IV. (3,5 điểm)**

Cho góc  $\angle xAy = 90^\circ$ , vẽ đường tròn tâm A bán kính R. Đường tròn này cắt Ax; Ay thứ tự tại B và D. Các tiếp tuyến với đường tròn (A) kẻ từ B và D cắt nhau tại C.

1. Tứ giác ABCD là hình gì? Chứng minh.
2. Trên BC lấy điểm M tùy ý (M khác B và C) kẻ tiếp tuyến MH với đường tròn (A), (H là tiếp điểm). MH cắt CD tại N. Chứng minh rằng góc  $\angle MAN = 45^\circ$ .
3. P; Q thứ tự là giao điểm của AM; AN với BD. Chứng minh rằng MQ; NP là các đường cao của tam giác AMN.

**Câu V. (0,5 điểm)** Cho a, b là các số thực thỏa mãn:  $2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$  ( $a \neq 0$ )

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $P = ab$ .

## ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN QUẢNG NINH NĂM 2014 – 2015

### Câu I.

1. Rút gọn biểu thức

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}} = \frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = 1$$

$$b) B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

( $x > 0; x \neq 4$ )

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x+6y=11 \\ 4x-9y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+12y=22 \\ 4x-9y=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21y=21 \\ 4x-9y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y) = \left(\frac{5}{2}; 1\right)$

### Câu II.

1. Giải phương trình  $x^2 + x + m - 5 = 0$  (1) với  $m = 4$ .

Thay  $m = 4$ , ta có

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 + 4.1.1 = 5 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Vậy tập nghiệm của (1) là  $\left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$

2. \*Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  khác 0, điều kiện cần và đủ là:

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4(m-5) > 0 \\ 0^2 + 0 + m - 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{21}{4} \\ m \neq 5 \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét ta có:  $x_1 + x_2 = -1; x_1 x_2 = m - 5$  (\*)

Theo bài ra ta có:

$$\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)x_1 + (6-m)x_2 - x_1^2 - x_2^2}{x_1x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(x_1+x_2) - (x_1+x_2)^2 + 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(-1) - (-1)^2 + 2(m-5)}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3m-17}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(3m-17) = 10(m-5)$$

$$\Leftrightarrow m = -1(TM)$$

Vậy  $m = -1$  là giá trị cần tìm.

### Câu III.

Gọi số hàng ghế là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 360$ )

Gọi số ghế trên mỗi hàng ban đầu là  $y$  ( $y \in \mathbb{N}^*$ ,  $y \leq 20$ )

Vì 360 ghế được xếp thành  $x$  hàng và mỗi hàng có  $y$  ghế nên ta có phương trình:

$$xy = 360(1)$$

Phải kê thêm một hàng ghế nên số hàng ghế sau đó là  $x + 1$  (hàng)

Mỗi hàng ghế phải kê thêm một ghế nên số ghế mỗi hàng sau đó là  $y + 1$  (ghế)

Vì 400 người ngồi đủ  $x + 1$  hàng, mỗi hàng  $y + 1$  ghế nên ta có phương trình:

$$(x+1)(y+1) = 400(2)$$

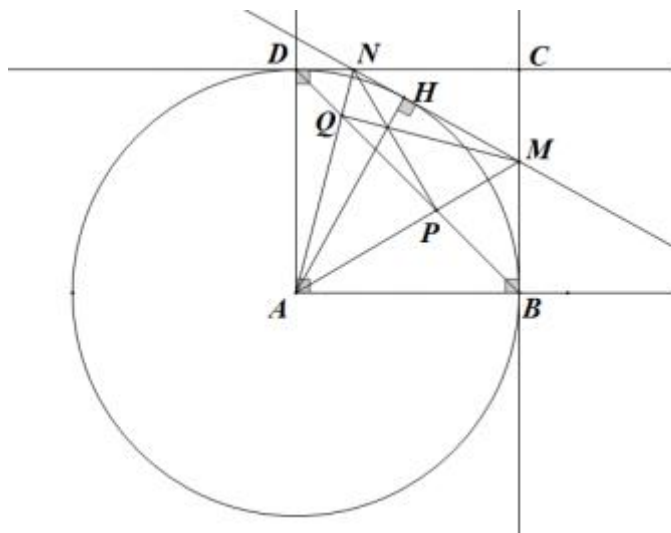
Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 260 \\ xy + x + y + 1 = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) = (24; 15)(TM) \\ (x; y) = (15; 24)(L) \end{cases}$$

Vậy có 15 hàng, mỗi hàng 24 ghế.

### Câu IV.



1. Theo tính chất tiếp tuyến ta có:  
 $CBA = ADC = 90^\circ$

Xét tứ giác ABCD có:

$$\begin{cases} \angle BAD = 90^\circ \\ \angle CBA = \angle ADC = 90^\circ \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  ABCD là hình chữ nhật.

Ta có  $AB = AC = R$  nên ABCD là hình vuông.

2. Xét 2 tam giác vuông ADN và AHN có:

$$\begin{cases} AN \text{ chung} \\ AD = AH = R \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle ADN = \triangle AHN$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \angle DAN = \angle HAN$

Tương tự:  $\angle HAM = \angle BAM$

Mặt khác

$$\angle DAN + \angle HAN + \angle HAM + \angle BAM = \angle A = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \angle HAN + 2 \cdot \angle HAM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HAN + \angle HAM = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MAN = 45^\circ$$

3. Xét tam giác vuông BCD có  $BC = CD = R$

$\Rightarrow$  Tam giác BCD vuông cân tại C  $\Rightarrow$  góc CBD =  $45^\circ$

Ta có A, B là hai điểm liên tiếp cùng nhìn QM một góc  $45^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác ABMQ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle AQM + \angle ABM = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AQM = 180^\circ - \angle ABM = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\Rightarrow MQ \perp AN \Rightarrow AN$  là đường cao của tam giác AMN (đpcm)

Tương tự ADNP là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow NP \perp AM \Rightarrow NP$  là đường cao trong tam giác AMN (đpcm).

**Câu V.**

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$$

Áp dụng BĐT  $x^2 + y^2 \geq 2xy \forall x, y \in \mathbb{R}$  (dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow x = y$ ), ta có:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2$$

$$a^2 + \frac{b^2}{4} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{b}{2} = ab$$

Cộng từng vế của hai BĐT trên, ta được:

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} \geq 2 + ab$$

$$\text{Mà } 2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4 \Rightarrow 4 \geq 2 + ab \Rightarrow ab \leq 2$$

Dấu bằng xảy ra

$$\begin{cases} a = \frac{1}{a} \\ a = \frac{b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy GTLN của P là 2, xảy ra khi  $a = 1; b = 2$  hoặc  $a = -1, b = -2$ .

**Đề số 31. Sở GD và ĐT Tây Ninh. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1:** (1 điểm) Thực hiện các phép tính

$$a) A = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$$

$$b) B = \sqrt{2}(\sqrt{50} - 3\sqrt{2})$$

**Câu 2:** (1 điểm) Giải phương trình:  $2x^2 + x - 15 = 0$

**Câu 3:** (1 điểm) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + y = 3 \\ \frac{1}{x} - 2y = 4 \end{cases}$$

**Câu 4:** (1 điểm) Tìm a và b để đường thẳng (d) :  $y = (a - 2)x + b$  có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm M(1;-3).

**Câu 5:** (1 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số  $y = -2x^2$ .

**Câu 6:** (1 điểm) Lớp 9A dự định trồng 420 cây xanh. Đến ngày thực hiện có 7 bạn không tham gia do được triệu tập học bồi dưỡng đội tuyển học sinh giỏi của nhà trường nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 3 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.

**Câu 7:** (1 điểm) Chứng minh rằng phương trình  $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$  luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  và biểu thức  $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$  không phụ thuộc vào m.

**Câu 8:** (2 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC), biết  $\angle ACB = 60^\circ$ ,  $CH = a$ . Tính AB và AC theo a.

**Câu 9:** (1 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định, CD là đường kính thay đổi của đường tròn (O) (khác AB). Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AC và AD lần lượt tại N và M. Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp.

**Câu 10:** (1 điểm) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính bằng a. Biết AC vuông góc với BD. Tính  $AB^2 + CD^2$  theo a.

--- HẾT ---

**Giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....

## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 TỈNH TÂY NINH NĂM 2014 – 2015

**Câu 1:** (1 điểm) Thực hiện các phép tính

$$a) A = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) = 2^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 - 5 = -1$$

$$b) B = \sqrt{2}(\sqrt{50} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{100} - 3 \cdot 2 = 10 - 6 = 4$$

**Câu 2:** (1 điểm) Giải phương trình:  $2x^2 + x - 15 = 0$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 121 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 11$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{-1 + 11}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 11}{4} = -3$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{5}{2}; 3 \right\}$$

**Câu 3:** (1 điểm) Điều kiện  $x \neq 0$ .

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + y = 3 \\ \frac{4}{x} + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + y = 3 \\ \frac{1}{x} - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left( \frac{1}{2}; -1 \right)$

**Câu 4:** (1 điểm) Tìm a và b để đường thẳng (d) :  $y = (a - 2)x + b$  có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm M(1; -3).

Đường thẳng d có hệ số góc bằng 4  $\Leftrightarrow a - 2 = 4 \Leftrightarrow a = 6$

Mặt khác (d) đi qua điểm M(1; -3) nên thay  $a = 6; x = 1; y = -3$  vào  $y = (a - 2)x + b$

$$\Rightarrow -3 = (6 - 2) \cdot 1 + b$$

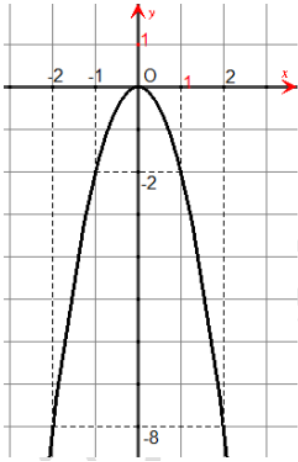
$$\Leftrightarrow b = -7$$

Vậy  $a = 6$  và  $b = -7$  là các giá trị cần tìm và khi đó (d) :  $y = 6x - 7$ .

**Câu 5:** (1 điểm) Vẽ đồ thị của hàm số  $y = -2x^2$ .

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



**Câu 6:** (1 điểm)

Gọi số học sinh lớp 9A là  $x$  ( $x \in \mathbb{Z}^+, x > 7$ ).

Theo kế hoạch, mỗi em phải trồng  $\frac{420}{x}$  (cây)

Trên thực tế số học sinh còn lại là  $x - 7$ .

Trên thực tế, mỗi em phải trồng  $\frac{420}{x-7}$  (cây)

Do lượng cây mỗi em trồng trên thực tế hơn 3 cây so với kế hoạch nên ta có phương trình :

$$\frac{420}{x-7} - \frac{420}{x} = 3(x > 7)$$

$$\Leftrightarrow 420x - 420(x-7) = 3x(x-7)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 21x - 2940 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 980 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-35)(x+28) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 35(TM) \\ x = -28(L) \end{cases}$$

Vậy lớp 9A có 35 học sinh.

**Câu 7:** (1 điểm) Phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

Phương trình có :

$$\Delta' = (m+1)^2 - 1 \cdot (m-4) = m^2 + 2m + 1 - m = m^2 + m + 5$$

$$= \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{4} > 0 \forall m$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

Theo Vi-et ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 4 \end{cases}$$

$$M = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1) = x_1 - x_1x_2 + x_2 - x_1x_2$$

$$= x_1 + x_2 - 2x_1x_2$$

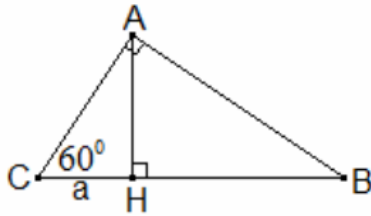
$$= 2m + 2 - 2(m-4)$$

$$= 2m + 2 - 2m + 8 = 10$$

=> không phụ thuộc vào  $m$ .

**Câu 8:**



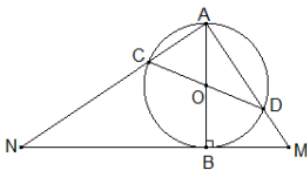


$$\Delta ACH \text{ có : } \cos C = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC = \frac{CH}{\cos C} = \frac{a}{\cos 60^\circ} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a$$

$$\Delta ABC \text{ có } AB = AC \cdot \tan C = 2a \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{3}a ; AC = 2a$$

**Câu 9 :** (1 điểm)



Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp

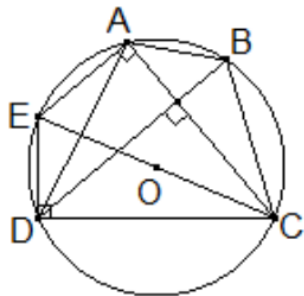
$$\text{Ta có : } \angle ADC = \frac{1}{2} \text{sd}AC$$

$$\angle N = \frac{1}{2}(\text{sd}ADB - \text{sd}BC) = \frac{1}{2}(\text{sd}ACB - \text{sd}BC) = \frac{1}{2} \text{sd}AC$$

$$\Rightarrow \angle ADC = \angle N (= \frac{1}{2} \text{sd}AC)$$

$\Rightarrow$  Tứ giác CDMN nội tiếp được (góc ngoài bằng góc đối trong).

**Câu 10 :** (1 điểm)



Tính  $AB^2 + CD^2$  theo a.

Vẽ đường kính CE của đường tròn (O).

Ta có :  $\angle EAC = 90^\circ$  ,  $\angle EDC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn đường kính EC).

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp AE \\ AC \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow AE \parallel BD$$

$\Rightarrow$  ABDE là hình thang cân (hình thang nội tiếp (O))

$\Rightarrow AB = DE$  (cạnh bên hình thang cân).

$\Rightarrow AB^2 + CD^2 = DE^2 + DC^2 = EC^2 = (2a)^2 = 4a^2$  (do  $\Delta EDC$  vuông tại D).

Vậy  $AB^2 + CD^2 = 4a^2$

**Đề số 32. Sở GD và ĐT Thái Bình. Năm học: 2014-2015**

**Bài 1: (2 điểm)** Cho biểu thức A:

$$A = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}} \quad (x > 0; x \neq 4)$$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên.

**Bài 2: (2,5 điểm)** Cho parabol (P) :  $y=x^2$  và đường thẳng (d):  $y=2(m+3)x-2m+2$  (m là tham số,  $m \in \mathbb{R}$ ).

1. Với  $m=-5$  tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d).
2. Chứng minh rằng: với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.
3. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m.

**Bài 3: (1,5 điểm)** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5(2x - y) = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

**Bài 4: (3,5 điểm)** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O;R) cắt nhau tại T, đường thẳng AT cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D khác A.

1. Chứng minh rằng tam giác ABT đồng dạng với tam giác BDT.
2. Chứng minh rằng :  $AB \cdot CD = BD \cdot AC$
3. Chứng minh rằng hai đường phân giác góc BAC và đường thẳng BC đồng quy tại một điểm
4. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng góc BAD bằng góc MAC.

**Bài 5: (0,5 điểm)** Cho các số dương x,y,z thay đổi thỏa mãn:  $x(x+1) + y(y+1) + z(z+1) \leq 18$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $B = \frac{1}{x+y+1} + \frac{1}{y+z+1} + \frac{1}{z+x+1}$

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Bài 1:

1. Với  $x > 0; x \neq 4$ , biểu thức có nghĩa ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}} \\ &= \frac{2(2\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-2) - (5\sqrt{x}-7)}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}+3}{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Vậy với  $x > 0; x \neq 4$  thì  $A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$

2. Ta có

$$\sqrt{x} > 0, \forall x > 0; x \neq 4$$

$$\Rightarrow A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2(2\sqrt{x}+1)} < \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < A < \frac{5}{2}, \text{ kết hợp với } A \text{ nhận giá trị là một số nguyên thì } A \in \{1; 2\}$$

$$A = 1 \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} (TM)$$

$$A = 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 (L)$$

Vậy với  $x = \frac{1}{9}$  thì A nhận giá trị là một số nguyên.

### Bài 2:

1. Với  $m = -5$ , (d) có phương trình  $y = -4x + 12$

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$$x^2 = -4x + 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$+, x = -6 \Rightarrow y = 36$$

$$+, x = 2 \Rightarrow y = 4$$

Vậy với  $m = -5$  thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm  $(-6; 36)$ ,  $(2; 4)$ .

2. Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$$x^2 = 2(m+3)x - 2m + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+3)x - 2m - 2 = 0(1)$$

(1) Là phương trình bậc 2 ẩn x có:

$$\Delta' = (m+3)^2 - (2m-2) = m^2 + 4m + 11 = (m+2)^2 + 6 > 0 \forall m$$

Do đó (1) có hai nghiệm m suy ra (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt m.

$x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+3) \\ x_1 x_2 = 2m-2 \end{cases}$$

Hai giao điểm đó có hoành độ dương  $\Leftrightarrow x_1; x_2$  dương

$$\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+3) > 0 \\ 2m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy với  $m > 1$  thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với hoành độ dương.

3. Gọi điểm cố định mà đường thẳng (d) đi qua với mọi m là  $(x_0; y_0)$  ta có:

$$y_0 = 2(m+3)x_0 - 2m + 2 \forall m$$

$$\Leftrightarrow m(2x_0 - 2) + 6x_0 - y_0 + 2 = 0 \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 2 = 0 \\ 6x_0 - y_0 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 8 \end{cases}$$

Vậy với mọi m thì đường thẳng (d) luôn đi qua  $(1; 8)$ .

### Bài 3:

Hệ phương trình đã cho:

$$\begin{cases} (2x - y)(x + 2y - 5) = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

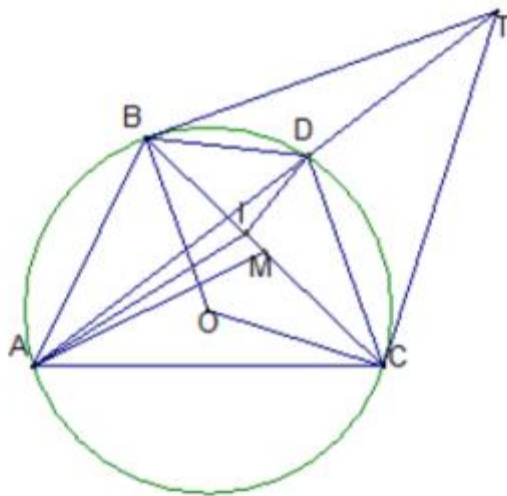
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} \quad (II) \end{cases}$$

$$+)(I) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 2x \cdot 2x - 3 \cdot (2x)^2 + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$+)(II) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ (-2y + 5)^2 - 2(-2y + 5)y - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ y^2 - 6y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ (y - 2)(y - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ có ba nghiệm:  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$

### Bài 4:



1. Xét tam giác ABT và tam giác BDT có:

BTD chung

$\widehat{BAT} = \widehat{TBD}$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung BD).

$\Rightarrow$  tam giác ABT đồng dạng với tam giác BDT (g-g)

2) Có tam giác ABT đồng dạng với tam giác BDT (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AT}{BT} \quad (1)$$

Chúng minh được tam giác ACT đồng dạng với tam giác CDT (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AT}{CT} \quad (2)$$

Tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại T nên  $BT = CT$  (3)

Từ (1), (2), (3) có  $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow AB \cdot CD = BD \cdot AC$

3. Phân giác góc BAC cắt BC tại I, theo tính chất phân giác trong tam giác ta có:

$$\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$$

Từ  $AB \cdot CD = BD \cdot AC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{IB}{IC} = \frac{BD}{CD}$

$\Rightarrow$  DI là phân giác góc BDC

Do đó hai đường phân giác góc BAC và BDC và đường thẳng BC đồng quy.

4. Lấy M' trên đoạn BC sao cho  $\widehat{BAD} = \widehat{CAM'}$

Do  $\widehat{BAD} = \widehat{M'AC}$ ;  $\widehat{BDA} = \widehat{M'CA}$  ( $\frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{AB}$ )

$\Rightarrow$  tam giác ADB đồng dạng với tam giác ACM' (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BM'}{DC} \Rightarrow AB \cdot DC = AD \cdot BM' \quad (5)$$

Từ (4), (5)  $\Rightarrow BM' = CM' \Rightarrow M \equiv M' \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{MAC}$

**Bài 5:**

$$x(x+1) + y(y+1) + z(z+1) \leq 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + (x + y + z) \leq 18$$

$$(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \geq 0 \Rightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$$

$$\Rightarrow 54 \geq (x + y + z)^2 + 3(x + y + z)$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq x + y + z \leq 6$$

$$\Rightarrow 0 \leq x + y + z \leq 6$$

$$\frac{1}{x + y + 1} + \frac{x + y + 1}{25} \geq \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{y + z + 1} + \frac{y + z + 1}{25} \geq \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{z + x + 1} + \frac{z + x + 1}{25} \geq \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow B + \frac{2(x + y + z) + 3}{25} \geq \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow B \geq \frac{27}{25} - \frac{2}{25}(x + y + z) \geq \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Dấu bằng xảy ra khi:

$$\begin{cases} x = y = z > 0; x + y + z = 6 \\ (x + y + 1)^2 = (y + z + 1)^2 = (z + x + 1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là  $\frac{3}{5}$  khi  $x = y = z = 2$

**Đề số 33. Sở GD và ĐT Thái Nguyên. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1 (1,0 điểm).** Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức sau:

$$A = (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}}$$

**Câu 2 (1,0 điểm).** Rút gọn biểu thức:

$$B = \left( \frac{x}{\sqrt{x-2}} - \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} - \frac{\sqrt{x+6}}{x-4} \right) : \left( \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} - 1 \right)$$

**Câu 3 (1,0 điểm).** Cho hàm số bậc nhất  $y = (1-2m)x + 4m + 1$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm  $A(0;1)$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Không dùng máy tính, hãy giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x - 2y = 2014 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(-2;1); B(0;2); C(\sqrt{2}; \frac{1}{2}); D(-1; \frac{-1}{4})$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  đi qua những điểm nào trong các điểm đã cho? Giải thích.

**Câu 6 (1,0 điểm).** Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2x^2 + 3x - 26 = 0$ . Hãy tính giá trị của biểu thức:  
 $C = x_1(x_2 + 1) + x_2(x_1 + 1)$

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = AC$  và đường cao  $AH = 6\text{cm}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB$ ,  $BC$  và  $CH$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC = 8\sqrt{3}\text{cm}; BC = 15\text{cm}, \angle ACB = 30^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $AB$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $AD$ ,  $BE$  lần lượt là các đường cao của tam giác. Chứng minh bốn điểm  $A, B, D, E$  cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm và vẽ đường tròn đó:

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho hai đường tròn đồng tâm  $(O; 21\text{cm})$  và  $(O; 13\text{cm})$ . Tìm bán kính của đường tròn tiếp xúc với cả hai đường tròn đã cho.

----**HẾT**----

# ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN TỈNH THÁI NGUYÊN NĂM 2014

## Câu 1

Các bước biến đổi

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{22} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}} = (\sqrt{2}\sqrt{11} + 7\sqrt{2})\sqrt{30 - 7\sqrt{11}} \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{11} + 7)\sqrt{30 - 7\sqrt{11}} = \sqrt{2}\sqrt{(30 + 7\sqrt{11})(30 - 7\sqrt{11})} \\ &= \sqrt{2}\sqrt{2 \cdot 19^2} = 2 \cdot 19 = 38 \end{aligned}$$

## Câu 2

Đặt ĐK  $x$  khác 4, khử căn thức ở mẫu số bằng biểu thức liên hợp

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{x}{\sqrt{x-2}} - \frac{x-1}{\sqrt{x+2}} - \frac{\sqrt{x+6}}{x-4} \right) : \left( \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} - 1 \right) \\ &= \left( \frac{x(\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} - \frac{(x-1)(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} - \frac{\sqrt{x+6}}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \right) : \left( \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}} \right) \\ &= \left( \frac{x\sqrt{x+2} - (x-1)\sqrt{x-2} - (\sqrt{x+6})}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \right) : \frac{\sqrt{x+2} - (\sqrt{x-2})}{\sqrt{x-2}} \\ &= \frac{4x-8}{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})} \cdot \frac{\sqrt{x-2}}{4} \\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x+2}} \end{aligned}$$

## Câu 3

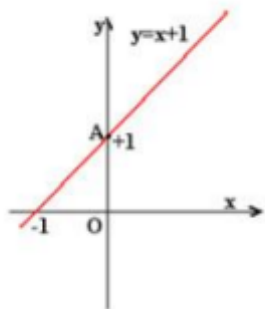
Với  $y = (1-2m)x + 4x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

$$\Rightarrow (1-2m) > 0$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Có đồ thị cắt trục Oy tại điểm  $A(0;1)$  nghĩa là ta có :

$$1 = (1-2m) \cdot 0 + 4m + 1 \Leftrightarrow m = 0$$



Hàm số được biểu diễn như sơ đồ bên

## Câu 4



$$\begin{cases} x-2y=2014 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=2014 \\ 3x+2y=6 \end{cases} \Rightarrow 4x=2020$$

$$\Rightarrow x=505 \Rightarrow y=\frac{-1509}{2}$$

### Câu 5

Hai điểm A và C thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$

Thật vậy thay vào ta có:

Tại A có:  $1 = \frac{1}{4}(-2)^2 = \frac{1}{4} \cdot 4$

Tại C có:  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{2})^2 = \frac{1}{4} \cdot 2$

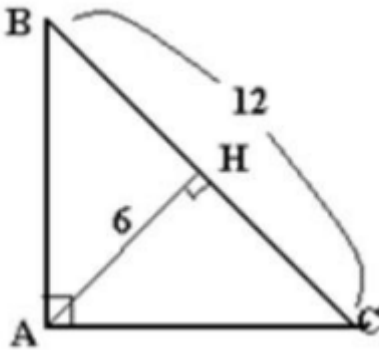
### Câu 6

Nếu  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2x^2+3x-26=0$  thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -13 \end{cases}$$

$$C = x_1(x_2+1) + x_2(x_1+1) = 2x_1x_2 + (x_1+x_2) = -26 - \frac{3}{2} = \frac{-55}{2}$$

### Câu 7

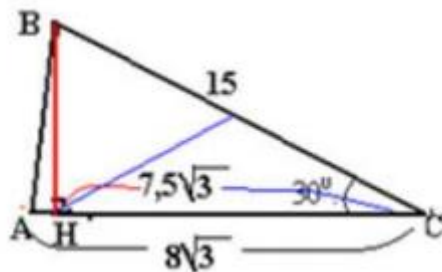


Tam giác ABC vuông có  $AB = AC$ ; đường cao  $AH = \frac{1}{2}BC$

$$\Rightarrow BC=12\text{cm}; CH=6\text{cm}$$

$$AB=AH \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

### Câu 8



Tam giác ABC có  $AC = 8\sqrt{3}cm$ ;  $BC = 15cm$ ,  $\angle C = 30^\circ$

Hạ đường cao BH ta có tam giác vuông HBC

$$HC = \frac{1}{2}BC \cdot \sqrt{3} = 7,5\sqrt{3}(cm)$$

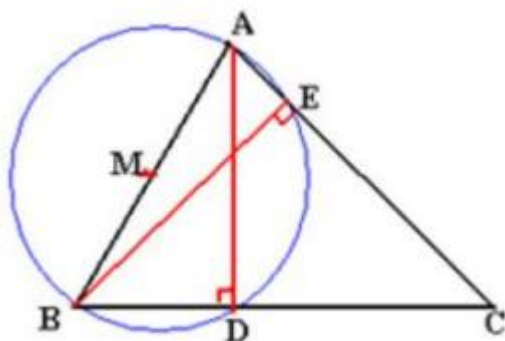
$$BH = 7,5(cm)$$

$$AH = 8\sqrt{3} - 7,5\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$$

$$\Rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (7,5)^2 = 57$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{57}(cm)$$

### Câu 9

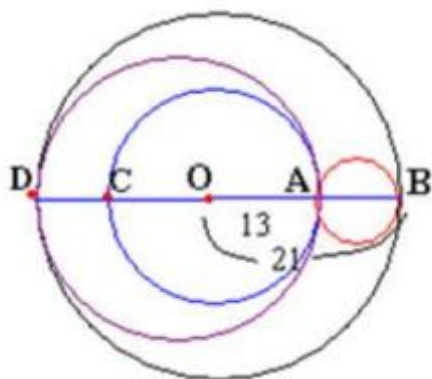


Theo gt ta có  $AD \perp BC$ ;  $BE \perp AC$

$\Rightarrow$  tứ giác ABDE có  $\angle AEB = \angle DBA = 90^\circ$

$\Rightarrow$  ABDE nội tiếp trong đường tròn có đường kính là AB, tâm đường tròn là trung điểm M của AB.

### Câu 10



Theo gt có:  $OB = 21cm$ ;  $OA = 13cm$

• Trường hợp 1: đường tròn phải tìm có đường kính là AB

$$\Rightarrow AB = 21 - 13 = 8cm$$

$\Rightarrow$  Bán kính đường tròn tiếp xúc với hai đường tròn đồng tâm  $R_1 = 4cm$

• Trường hợp 2: Đường tròn phải tìm có đường kính là OD

$$\Rightarrow AD = 21 + 13 = 34cm$$

$$\Rightarrow R_2 = 17cm$$

**Đề số 34. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1:** (2,0 điểm)

1. Giải các phương trình:

a.  $x - 2 = 0$

b.  $x^2 - 6x + 5 = 0$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

**Câu 2:** (2,0 điểm) Cho biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-x} : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$  với  $x > 0; x \neq 1$

1. Rút gọn A.

2. Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}$

**Câu 3:** (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = mx - 3$  tham số m và Parabol (P):  $y = x^2$ .

1. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 0).

2. Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 2$

**Câu 4:** (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ . Gọi C là trung điểm của OA; qua C kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt đường tròn đó tại hai điểm phân biệt M và N. Trên cung nhỏ BM lấy điểm K (K khác B và M), trên tia KN lấy điểm I sao cho  $KI = KM$ . Gọi H là giao điểm của AK và MN. Chứng minh rằng:

1. Tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

2.  $AK \cdot AH = R^2$

3.  $NI = BK$

**Câu 5:** (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn  $xyz = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = \frac{1}{x+y+1} + \frac{1}{y+z+1} + \frac{1}{z+x+1}$

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1:.....Chữ kí giám thị 2:.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 1 2đ	<p>1. Giải các phương trình:</p> <p>a. <math>x = 2</math></p> <p>b. <math>x^2 - 6x + 5 = 0</math>. Nhận thấy <math>1 + (-6) + 5 = 0</math> phương trình có dạng <math>a + b + c = 0</math>.</p> <p>Vậy nghiệm của phương trình là: <math>\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 5 \end{cases}</math></p> <p>2. Giải hệ phương trình: <math>\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}</math></p>	0,5đ  0,75  0,75
Câu 2 2đ	<p>1. Với với <math>x &gt; 0; x \neq 1</math></p> $A = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-x} : \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$ $= \frac{\sqrt{x}-1}{x(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} : \left( \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right)$ $= \frac{1}{x(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{1}$ $= \frac{1}{\sqrt{x}}$ <p>2. Với</p> $x = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1$ $\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$	1  1  0,5  0,5
Câu 3 3 2đ	<p>1. Đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 0) nên có <math>0 = m \cdot 1 - 3 \cdot m = 3</math></p> <p>2. Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (P): <math>x^2 - mx + 3 = 0</math>. Có <math>\Delta = m^2 - 12</math></p> <p>(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là <math>x_1, x_2</math> khi</p> $\Delta = m^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow m^2 > 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{3} \\ m > -2\sqrt{3} \end{cases}$ <p>Áp dụng hệ thức Vi – Ét ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}</math></p> <p>Theo bài ra ta có</p>	0,5    0,75    0,75

	$ x_1 - x_2  = 2$ $\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$ $\Leftrightarrow m^2 - 4.3 = 4$ $\Leftrightarrow m^2 = 16$ $\Leftrightarrow m = \pm 4$ Vậy $m = \pm 4$ là giá trị cần tìm.	
Câu 4 3đ	<p>1) Ta có <math>\angle AMB = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);  <math>MN \perp AB \Rightarrow \angle AMB + \angle BCH = 90^\circ</math> tứ giác BCHK nội tiếp</p> <p>2. Ta có  <math>\triangle ACH</math> đồng dạng <math>\triangle AKB</math> (g-g)  <math>\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AK}</math></p> $\Rightarrow AH \cdot AK = AC \cdot AB = 2R \cdot \frac{1}{2} R = R^2$ <p>3. Ta có: <math>\triangle OAM</math> đều (cân tại M và O)  <math>\Rightarrow \angle MAB = \angle NAB = \angle MBN = 60^\circ</math>  <math>\Rightarrow \triangle MBN, \triangle KMI</math> đều            Xét <math>\triangle KMB</math> và <math>\triangle IMN</math> có:  <math>MK = MI</math> (cạnh tam giác đều KMI)  <math>\Rightarrow \angle KMB = \angle IMN</math>            (cùng cộng với góc BMI bằng <math>60^\circ</math>)  <math>MB = MN</math> (cạnh tam giác đều BMN)  <math>\Rightarrow \triangle KMB = \triangle IMN</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow NI = BK</math></p>	1,0  1,0  0,25  0,25  0,25  0,25
Câu 5 1đ	Với $x, y, z$ là các số dương thỏa mãn $xyz = 1$ ta đặt $x = a^3, y = b^3, z = c^3 \Rightarrow abc = 1$ Khi đó ta có: $x + y + 1 = a^3 + b^3 + abc = (a + b)(a^2 - ab + b^2) + abc \geq (a + b)ab + abc = ab(a + b + c)$ Tương tự: $y + z + 1 \geq bc(a + b + c)$ $z + x + 1 \geq ca(a + b + c)$	0,25  0,25

$Q = \frac{1}{x+y+1} + \frac{1}{y+z+1} + \frac{1}{z+x+1} \leq \frac{abc}{ab(a+b+c)} + \frac{abc}{bc(a+b+c)} + \frac{abc}{ca(a+b+c)} = 1$	0,25
Vậy GTLN của Q = 1 khi a = b = c = 1, hay x = y = z = 1	0,25

**Đề số 35. Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1. (2,0 điểm)** a) Rút gọn biểu thức:  $A = 2\sqrt{3.5^2} - 3.\sqrt{3.2^2} + \sqrt{3.3^2}$

b) Tính giá trị của biểu thức:  $B = \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2}$

c) Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 10$

**Câu 2. (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = ax^2$  có đồ thị (P) và đường thẳng (d):  $y = mx + m - 3$

a) Tìm a để đồ thị (P) đi qua điểm B(2; -2)

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.

c) Gọi  $x_C$  và  $x_D$  lần lượt là hoành độ của hai điểm C và D. Tìm các giá trị của m sao cho

$$x_C^2 + x_D^2 - 2x_C x_D - 20 = 0$$

**Câu 3 (2,0 điểm)** a) Một ô tô đi trên quãng đường dài 400km. Khi đi được 180 km, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h đi trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của ô tô. Biết thời gian đi hết quãng đường là 8 giờ. (Giả thiết ô tô có vận tốc không đổi trên mỗi đoạn đường.

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x^2 - 2x)^2 + 4(x^2 - 2x) = 0(1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y-1} = \frac{3}{2}(2) \end{cases}$$

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ 2 tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm) và cát tuyến ADE không đi qua O (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của DE.

a) Chứng minh các điểm A, B, H, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Kéo dài BH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Chứng minh: HA là tia phân giác của góc BHC và  $AE \parallel CK$ .

c) Gọi I là giao điểm của BC và DE. Chứng minh  $AB^2 = AI \cdot AH$

**Câu 5 (1,0 điểm)** Một cái xô bằng I-nốc có dạng hình nón cụt (độ dày thành xô nhỏ không đáng kể) đựng hóa chất được vào bên trên một cái thùng hình trụ có miệng xô trùng khít với miệng thùng, đáy xô sát với đáy thùng và có bán kính bằng  $\frac{1}{2}$  bán kính đáy thùng. Biết rằng thùng có chiều cao bằng đường kính đáy và diện tích xung quanh bằng  $8\pi \text{ dm}^2$ . Hỏi khi xô chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là bao nhiêu lít? (Cho  $\pi \approx 3,14$  và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG THỪA THIÊN HUẾ**

**Câu 1.**

$$a) A = 2\sqrt{3 \cdot 5^2} - 3\sqrt{3 \cdot 2^2} + \sqrt{3 \cdot 3^2} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ = 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

Vậy  $A = 7\sqrt{3}$

$$b) B = \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} - \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}-2 - \sqrt{5}-2 = -4$$

Vậy  $B = -4$

$$c) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 10$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 10$$

$$\Leftrightarrow |x-3| = 10$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=10 \Rightarrow x=13 \\ x-3=-10 \Rightarrow x=-7 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{-7; 13\}$ .

**Câu 2.**

a) (P) đi qua điểm B(2; -2) nên ta có:  $-2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{-1}{2}$

Vậy (P):  $y = \frac{-1}{2}x^2$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{-1}{2}x^2 = mx + m - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 6 = 0(*)$$

$$\Delta' = m^2 - (2m - 6) = m^2 - 2m + 6 = (m-1)^2 + 5 > 0 \forall m$$

Do đó, đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.

c) Áp dụng định lý Vi-ét ta có: 
$$\begin{cases} x_C + x_D = -2m \\ x_C x_D = 2m - 6 \end{cases}$$

Theo giả thiết

$$x_C^2 + x_D^2 - 2x_C x_D - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_C + x_D)^2 - 4x_C x_D - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(2m - 6) - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1$$

Vậy với  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3.**

a) Theo bài ra ta có:



$$AC = 180 \text{ km}, CB = 400 - 180 = 220 \text{ km}.$$

Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ )

Vận tốc của ô tô trên quãng đường CB là  $x + 10$  (km/h)

$$\text{Thời gian ô tô đi từ A đến C là: } \frac{180}{x} (h)$$

$$\text{Thời gian ô tô đi từ C đến B là: } \frac{220}{x+10} (h)$$

Theo giả thiết ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} + \frac{220}{x+10} = 8$$

$$\Leftrightarrow 180(x+10) + 220x = 8x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 180x + 1800 + 220x = 8x^2 + 80x$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 320x - 1800 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 40x - 225 = 0$$

Giải phương trình này ta được  $x_1 = 45$  (thỏa mãn),  $x_2 = -5$  (loại)

Vậy vận tốc ban đầu của ô tô là 45 km/h.

$$\text{b) Điều kiện: } \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)(x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại)}$$

$$x = 2$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0 \quad (3)$$

Phương trình (3) vô nghiệm vì  $\Delta' = 1 - 4 = -3 < 0$ .

Thế  $x = 2$  vào phương trình (2) ta được

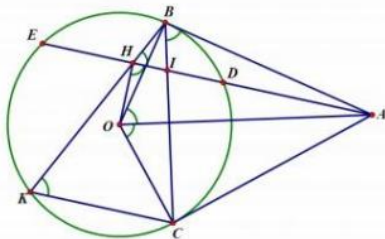
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y-2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{y-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \text{ (TM)}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (2; 2)$ .

**Câu 4.** Hình vẽ:



a) AB là tiếp tuyến của (O)  $\Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$  nên B nằm trên đường tròn đường kính OA (1).

AC là tiếp tuyến của (O)  $\Rightarrow \angle ACO = 90^\circ$  nên C nằm trên đường tròn đường kính OA (2).

OH là một phần đường kính, H là trung điểm của DE nên  $OH \perp DE$  hay  $\angle OHA = 90^\circ$  nên H nằm trên đường tròn đường kính OA



Từ (1), (2), (3) suy ra ba điểm B, C, H nằm trên đường tròn đường kính OA.

Vậy các điểm A, B, H, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Vì bốn điểm A, H, O, C cùng thuộc một đường tròn nên tứ giác AHOC nội tiếp.

$\Rightarrow \text{CHA} = \text{COA}$  (cùng chắn cung AC)

Tương tự, tứ giác ABHO nội tiếp nên  $\text{BHA} = \text{BOA}$

Mà  $\text{BOA} = \text{COA}$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên  $\text{CHA} = \text{BHA}$

Do đó, HA là tia phân giác của BHC

*Chứng minh  $AE \parallel CK$*

Ta có  $\text{CKB} = \text{CBA}$  (gọi nội tiếp, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC).

$\text{CBA} = \text{CHA}$  (tứ giác ABHC nội tiếp).

$\text{CHA} = \text{BHA}$  (chứng minh trên)

Do đó,  $\text{CKB} = \text{BHA}$  mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên  $AE \parallel CK$

c) Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle AIB$  có:

HAB chung

$\text{AHB} = \text{ABI}$  (cùng bằng  $\text{CKB}$ )

Do đó,  $\triangle ABH$  đồng dạng  $\triangle AIB$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AI} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB^2 = AI \cdot AH$$

### Câu 5.

Gọi  $r_1, r_2, h$  lần lượt là bán kính đáy nhỏ, bán kính đáy lớn và chiều cao của cái xô.

R là bán kính đáy của cái thùng.

$$\text{Khi đó, } r_1 = \frac{R}{2}; r_2 = R; h = 2R$$

Diện tích xung quanh của thùng bằng  $8\pi$  ( $\text{dm}^2$ ) nên  $2\pi R h = 8\pi$

$$\Leftrightarrow R \cdot 2R = 4 \Leftrightarrow R^2 = 2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2}$$

Thể tích của xô chứa đầy hóa chất là

$$V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) = \frac{1}{3} \pi \cdot 2R \left[ \left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2 + \frac{R}{2} \cdot R \right]$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{7}{6} \pi R^3 = \frac{7}{6} \pi (\sqrt{2})^3 = \frac{7\sqrt{2}}{3} \pi = 10,4 (\text{dm}^3) = 10,4 (\text{lit})$$

**Đề số 36. Sở GD và ĐT Tiền Giang. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1 (3,0 điểm)**

a) Giải phương trình và hệ phương trình:

$$1) (5x - 19)(x^4 - 7x^2 + 6) = 0$$

$$2) \begin{cases} 2x + 7y = 2014 \\ x - y = 2015 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức:

$$A = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$$

c) Cho phương trình:  $x^2 - (m - 1)x - m = 0$ , trong đó  $m$  là tham số,  $x$  là ẩn số. Định  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1.

**Câu 2 (2,0 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d) bằng phép tính.
- Tính độ dài đoạn AB.

**Câu 3 (1,5 điểm)**

Trên quãng đường AB, một xe máy đi từ A đến B cùng lúc đó một xe ô tô đi từ B đến A, sau 4 giờ hai xe gặp nhau và tiếp tục đi thì xe oto đến A sớm hơn xe máy đến B là 6 giờ. Tính thời gian mỗi xe đi hết quãng đường AB.

**Câu 4 (2,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua M cắt đường tròn tại hai điểm C và D (C nằm giữa M và D, d không đi qua tâm O).

- Chứng minh rằng:  $MA^2 = MC \cdot MD$
- Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp đường tròn.
- Cho  $MC \cdot MD = 144$  và  $OM = 13$  (độ dài các đoạn thẳng đã cho có cùng đơn vị đo). Tính độ dài đường tròn (O) và diện tích đường tròn (O).

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Một quả bóng World Cup xem như một hình cầu có đường kính là 17cm. Tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu.

## ĐÁP ÁN.

### Câu 1

a)

$$1)(5x-19)(x^4-7x^2+6)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-19=0(1) \\ x^4-7x^2+6=0(2) \end{cases}$$

Giải phương trình (1) ta có:  $5x-19=0 \Leftrightarrow x=\frac{19}{5}$

Giải phương trình (2) ta có:  $x^4-7x^2+6=0$

Đặt  $t=x^2$  ( $t \geq 0$ ), khi đó phương trình trở thành:  $t^2-7t+6=0$

Vì  $a+b+c=0$  nên phương trình có nghiệm  $t_1=1$ ;  $t_2=c/a=6$

Với  $t_1=1$  thì  $x_2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Với  $t_2=6$  thì  $x_2=6 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:  $S = \{-1; -\sqrt{6}; 1; \sqrt{6}; \frac{19}{5}\}$

$$3) \begin{cases} 2x+7y=2014 \\ x-y=2015 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+7y=2014 \\ -2x+2y=-4030 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1791 \\ y=-224 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x;y)=(1791;-224)$

$$b) A = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}} + \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2})$$

$$= \frac{1}{2}(|\sqrt{3}+1| - |\sqrt{3}-1|) = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1 - \sqrt{3}+1) = 1$$

$$c) x^2 - (m-1)x - m = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = [-(m-1)]^2 - 4.1.(-m) = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2$$

$$\sqrt{\Delta} = m+1$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

Theo định lý Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m-1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -m \end{cases}$$

Ta lại có:

$$\begin{cases} x_1 < 1 \\ x_2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 1 < 0 \\ x_2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 < 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ -m-m+1+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ -2m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1(2)$$

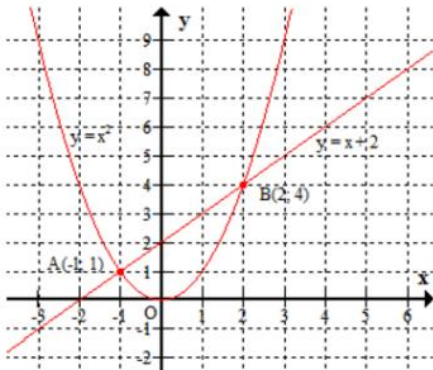
Từ (1) và (2) ta có:  $m < 1$ ;  $m \neq -1$

### Câu 2

a) Vẽ (P) và (d)

Lập bảng giá trị (có ít nhất 5 giá trị)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

Ta có:  $a - b + c = 1 - (-1) - 2 = 0$ . Nên phương trình có nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Từ đó tính được:  $y_1 = 1; y_2 = 4$

Vậy tọa độ giao điểm giữa (P) và (d) là:  $A(-1; 1); B(2; 4)$

c) Độ dài của đoạn thẳng AB:

Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (đvdt)}$$

### Câu 3

Gọi  $x(h)$  là thời gian xe máy đi hết quãng đường AB ( $x > 4$ )

$y(h)$  là thời gian ô tô đi hết quãng đường AB ( )

Trong 1 giờ xe máy đi được:  $\frac{1}{x}$  (quãng đường)

Trong 1 giờ xe ô tô đi được:  $\frac{1}{y}$  (quãng đường)

Trong 1 giờ hai xe đi được:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$  (1)

Mà thời gian xe ô tô về đến A sớm hơn xe máy về đến B là 6 giờ nên:  $x - y = 6$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

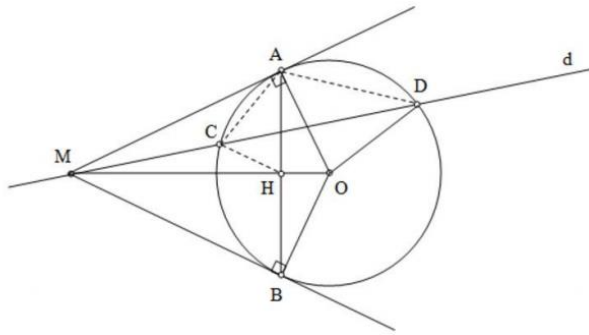
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4} \\ y = x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 14x + 24 = 0 \\ y = 2 - 6 \end{cases} \text{ (DK : } x \neq 6 \text{)}$$

Giải hệ phương trình trên được:  $x = 12$  (thỏa mãn); hoặc  $x = 2$  (loại)

Với  $x = 12$ , tìm được  $y = 6$ . Do đó, nghiệm của hệ là (12; 6)

Vậy thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là 12 giờ, ô tô đi hết quãng đường AB là 6 giờ.

### Câu 4



a) Chứng minh  $MA^2 = MC \cdot MD$

Nối AC, AD. Hai tam giác MAC và MAD có:

$\angle AMC = \angle DMA$  (góc chung)

$\angle MAC = \angle MDA$  (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow$  tam giác MAC đồng dạng với tam giác MDA

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$$

b) Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp.

+  $OA = OB$  (= bán kính)

$MA = MB$  (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: MO là trung trực AB. Suy ra:  $AH \perp OM$  tại H.

+ Trong tam giác MAO vuông tại A (gt) có AH là đường cao nên  $MA^2 = MH \cdot MO$

Kết hợp kết quả câu a), ta có  $MC \cdot MD = MH \cdot MO$ . Từ đó:  $\frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$

Lại có:  $\angle CMH = \angle OMD$  (góc chung)

$\Rightarrow$  Tam giác CMH đồng dạng với tam giác OMD (c-g-c)

$\Rightarrow \angle ODM = \angle CHM$  (\*)

Từ (\*) suy ra tứ giác CHOD nội tiếp (có một góc bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)

c) Tính  $C_{(O)}$  và  $S_{(O)}$

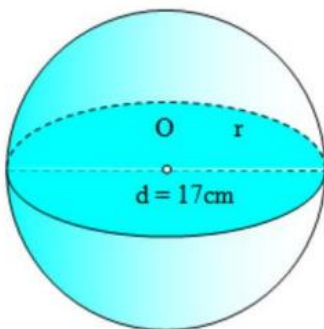
Từ câu a) ta có:  $MC \cdot MD = MA^2 = 144$

Tam giác MAO vuông tại A cho:  $OA = \sqrt{OM^2 - MA^2} = \sqrt{13^2 - 144} = 5 = R$

Từ đó: Chu vi đường tròn (O) (độ dài đường tròn) là  $C_{(O)} = 2\pi R = 10\pi$

Diện tích hình tròn (O) là:  $S_{(O)} = \pi R^2 = 25\pi$

**Câu 5**



Bán kính hình cầu:  $r = \frac{d}{2} = \frac{17}{2} (cm)$

Diện tích mặt cầu:  $S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{17}{2}\right)^2 = 289\pi (cm^2)$

Thể tích mặt cầu:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{17}{2}\right)^3 = \frac{4913}{6}\pi$

**Đề số 37. Sở GD và ĐT TP.HCM. Năm học: 2014-2015**

**Bài 1: (2 điểm)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

b)  $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

c)  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

d) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

**Bài 2: (1,5 điểm)**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x + 3$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

**Bài 3: (1,5 điểm)** Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

$$B = \left( \frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right) (x > 0)$$

**Bài 4: (1,5 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1):

Tính giá trị của biểu thức: 
$$P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

**Bài 5: (3,5 điểm)** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O ( $AB < AC$ ). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFHG nội tiếp. Suy ra  $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$ .

b) Gọi M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua BC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.

c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN.

Chứng minh  $\angle AJI = \angle ANC$ .

d) Chứng minh rằng: OA vuông góc với IJ.

## ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN TP HCM NĂM 2014 – 2015

### Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 12 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7+1}{2} = 4 \text{ hay } x = \frac{7-1}{2} = 3$$

$$b) x^2 - (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2} = 0$$

Phương trình có:  $a + b + c = 0$  nên có 2 nghiệm là:

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$$

$$c) x^4 - 9x^2 + 20 = 0$$

Đặt  $u = x^2 \geq 0$  pt trở thành

$$u^2 - 9u + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (u-4)(u-5) = 0$$

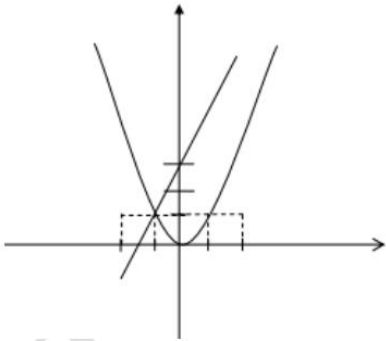
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ u = 5 \end{cases}$$

Do đó pt  $\Leftrightarrow x^2 = 4$  hay  $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm 2$  hay  $x = \pm \sqrt{5}$

$$d) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 8y = 16 \\ 12x - 9y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

### Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0), (\pm 1;1); (\pm 2;4)$

(D) đi qua  $(-1;1), (3;9)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = 3 \text{ (do } a-b+c=0)$$

$$y(-1) = 1, y(3) = 9.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là  $(-1;1), (3;9)$

**Bài 3:** Thu gọn các biểu thức sau.



$$\begin{aligned}
A &= \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \\
&= \frac{(5+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - \frac{3\sqrt{5}(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} \\
&= 3\sqrt{5}-5 + \frac{5+\sqrt{5}}{4} - \frac{9\sqrt{5}-15}{4} \\
&= 3\sqrt{5}-5 + \frac{5+\sqrt{5}-9\sqrt{5}+15}{4} \\
&= 3\sqrt{5}-5+5-2\sqrt{5} \\
&= \sqrt{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left( \frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}} \right) (x > 0) \\
&= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \right) \\
&= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} : \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\
&= (\sqrt{x}+1) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = 1
\end{aligned}$$

#### Câu 4:

Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (2) luôn có 2 nghiệm trái dấu

Ta có  $a.c = -1 < 0$ , với mọi m nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu với mọi m.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1):

Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

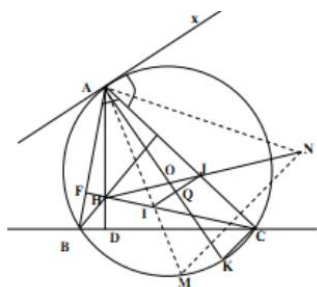
Ta có:

$$x_1^2 = mx_1 + 1; x_2^2 = mx_2 + 1$$

$$\Rightarrow P = \frac{mx_1 + 1 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{mx_2 + 1 + x_2 - 1}{x_2}$$

$$= \frac{(m+1)x_1}{x_1} - \frac{(m+1)x_2}{x_2} = 0 \text{ (Do } x_1; x_2 \neq 0)$$

#### Câu 5:



a) Ta có tứ giác BFHD nội tiếp do có 2 góc đối F và D vuông  $\Rightarrow \text{FHD} = \text{AHC} = 180^\circ - \text{ABC}$

b)  $ABC = AMC$  cùng chắn cung  $AC$

mà  $ANC = AMC$  do  $M, N$  đối xứng

Vậy ta có  $AHC$  và  $ANC$  bù nhau

$\Rightarrow$  Tứ giác  $AHCN$  nội tiếp

c) Ta sẽ chứng minh tứ giác  $AHIJ$  nội tiếp

Ta có  $NAC = MAC$  do  $MN$  đối xứng qua  $AC$  mà  $NAC = CHN$  (do  $AHCN$  nội tiếp)

$\Rightarrow IAJ = IHJ \Rightarrow$  Tứ giác  $HIJA$  nội tiếp.

$\Rightarrow AJI$  bù với  $AHI$  mà  $ANC$  bù với  $AHI$  (do  $AHCN$  nội tiếp)

$\Rightarrow AJI = ANC$

### Cách 1:

Ta sẽ chứng minh  $IJCM$  nội tiếp

Ta có  $AMJ = ANJ$  do  $AN$  và  $AM$  đối xứng qua  $AC$ .

Mà  $ACH = ANH$  ( $AHCN$  nội tiếp) vậy  $ICJ = IMJ$

$\Rightarrow IJCM$  nội tiếp  $\Rightarrow AJI = AMC = ANC$

d) Kẻ  $OA$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $K$  và  $IJ$  tại  $Q$  ta có  $AJQ = AKC$

Vì  $AKC = AMC$  (cùng chắn cung  $AC$ ), vậy  $AKC = AMC = ANC$

Xét hai tam giác  $AQJ$  và  $AKC$ :

Tam giác  $AKC$  vuông tại  $C$  (vì chắn nửa vòng tròn)  $\Rightarrow$  2 tam giác trên đồng dạng

Vậy  $Q = 90^\circ$ . Hay  $AO$  vuông góc với  $IJ$ .

**Cách 2:** Kẻ thêm tiếp tuyến  $Ax$  với vòng tròn  $(O)$  ta có  $xAC = AMC$

Mà  $AMC = AJI$  do chứng minh trên vậy ta có  $xAC = AJQ \Rightarrow JQ$  song song  $Ax$

Vậy  $IJ$  vuông góc  $AO$  (do  $Ax$  vuông góc với  $AO$ )

**Đề số 38. Sở GD và ĐT Tuyên Quang. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}}$  với  $x > 1, x \neq 1$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x + y = -4 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

**Câu 2. (1,0 điểm)**

Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị của các hàm số (P)  $y = x^2$  và (d)  $y = 3x - 2$ . Tìm tọa độ các giao điểm của 2 đồ thị trên.

**Câu 3. (2,0 điểm).** Cho phương trình:  $-3x^2 + 2x + m = 0$  với  $m$  là tham số.

a) Giải phương trình khi  $m = 1$

b) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

**Câu 4. (1,5 điểm).**

Hai ô tô đi từ A đến B dài 200km. Biết vận tốc xe thứ nhất nhanh hơn vận tốc xe thứ hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

**Câu 5. (3,0 điểm).**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ( $AB < AC$ ). Hai tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D, E là trung điểm đoạn AD, EC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác OEAM nội tiếp

b) Tam giác MBD và tam giác MAB đồng dạng.

c)  $\angle BFC = \angle MOC$  và  $BF \parallel AM$

**Câu 6. (0,5 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = 2x + \sqrt{5 - x^2}$

-----**HẾT**-----

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1

a) Với  $x > 1, x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}\sqrt{x}-(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{2x-2}{\sqrt{x}(x-1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

b) Có

$$\begin{cases} 2x+y=-4 \\ x-3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4-2x \\ x-3(-4-2x)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4-2x \\ 7x=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$$

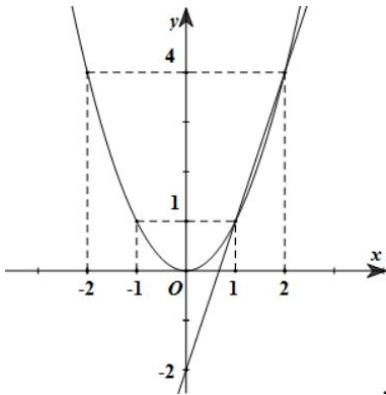
Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là  $(x;y) = (-1;-2)$

### Câu 2

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=3x-2$			-2	1	

Đồ thị:



Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d):

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1^2=1 \\ x=2 \Rightarrow y=2^2=4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là  $(1;1)$  và  $(2;4)$

### Câu 3.

a) Với  $m = 1$  ta có phương trình:

$$-3x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-x)(3x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\{-\frac{1}{3}; 1\}$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta' = 1^2 - (-3).m > 0 \Leftrightarrow 1 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}$$

#### Câu 4

Gọi vận tốc hai xe lần lượt là  $x$  (km/h) và  $y$  (km/h) ( $x, y > 0$ )

Xe thứ nhất nhanh hơn xe thứ hai là 10km/h nên  $x - y = 10 \Rightarrow x = y + 10$

Thời gian xe thứ nhất và xe thứ hai đi hết quãng đường AB lần lượt là  $\frac{200}{x}$  (h);  $\frac{200}{y}$  (h)

Vì xe thứ nhất đến sớm hơn xe thứ hai 1h nên  $\frac{200}{y} - \frac{200}{x} = 1$ (\*)

Thay  $x = y + 10$  vào (\*) ta được:

$$\frac{200}{y} - \frac{200}{y+10} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(y+10)}{y(y+10)} - \frac{200y}{y(y+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{200(y+10) - 200y}{y(y+10)} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2000}{y(y+10)} = 1$$

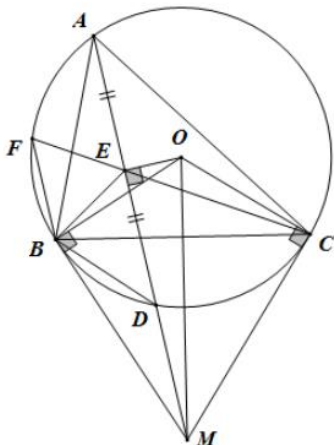
$$\Leftrightarrow y^2 + 10y - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y+50)(y-40) = 0$$

$\Leftrightarrow y = -50$  (loại) hoặc  $y = 40$  (thỏa mãn)  $\Rightarrow x = 50$

Vậy vận tốc mỗi xe lần lượt là 50km/h và 40km/h

#### Câu 5



a) Vì E là trung điểm dây AD của (O) nên  $OE \perp AD$ . Suy ra  $\angle OEM = 90^\circ$

Vì BM là tiếp tuyến của (O) nên  $OB \perp BM \Rightarrow \angle OBM = 90^\circ$ .

Suy ra  $\angle OEM = \angle OBM = 90^\circ \Rightarrow \angle OEBM$  là tứ giác nội tiếp.

b) Theo quan hệ giữa góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung, ta có  
 $\angle MBD = \angle MAB$

Xét  $\triangle MBD$  và  $\triangle MAB$  có:

$$\begin{cases} \angle MBD = \angle MAB (\text{cmt}) \\ \angle BMA \text{ chung} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle MBD$  đồng dạng với tam giác  $\triangle MAB$

c) Xét hai tam giác vuông  $\triangle OBM$  và  $\triangle OCM$  có:

$$\begin{cases} OB = OC = R \\ \angle OMC \text{ chung} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCM$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \angle BOM = \angle COM = \frac{\angle BOC}{2} \quad (1)$$

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC của (O), ta có

$$\Rightarrow \angle BFC = \frac{\angle BOC}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle BFC = \angle MOC$  (3)

Có  $\angle OEM + \angle OCM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle OEMC$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle MOC = \angle MEC$  (4)

Từ (3) và (4)  $\Rightarrow \angle BFC = \angle MEC$ .

Hai góc ở vị trí đồng vị  $\Rightarrow BF \parallel AM$

### Câu 6

Điều kiện để A có nghĩa là  $5 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 5 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski cho hai bộ số  $(2; 1)$  và  $(x; \sqrt{5 - x^2})$  ta có:

$$A^2 = (2x + 1 \cdot \sqrt{5 - x^2})^2 \leq (2^2 + 1^2)(x^2 + 5 - x^2) = 25$$

$$\Leftrightarrow A \leq 5$$

Khi  $x = 2 \Rightarrow A = 5$

Vì  $x \geq -\sqrt{5} \Rightarrow 2x \geq -2\sqrt{5}$ . Mặt khác  $\sqrt{5 - x^2} \geq 0$  nên  $A = 2x + \sqrt{5 - x^2} \geq -2\sqrt{5}$

Khi  $x = -\sqrt{5} \Rightarrow A = -2\sqrt{5}$

Vậy GTNN và GTLN của A lần lượt là  $-2\sqrt{5}$  và 5

**Đề số 39. Sở GD và ĐT Vũng Tàu. Năm học: 2014-2015**

**Bài 1: (3,0 điểm)**

- a) Giải phương trình:  $x^2+8x+7=0$
- b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$
- c) Cho biểu thức :  $M = \frac{6}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2 - \sqrt{75}}$ . Rút gọn
- d) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương x;y thỏa mãn  $4x^2=3+y^2$

**Bài 2: (2.0 điểm)**

Cho parabol (P):  $y=2x^2$  và đường thẳng (d) :  $y=x-m+1$  (với m là tham số)

- a) Vẽ Parabol (P)
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) có đúng một điểm chung.
- c) Tìm tọa độ các điểm thuộc P có hoành độ bằng hai lần tung độ

**Bài 3: (1 điểm)**

Hưởng ứng phong trào “*Vì biển đảo Trường Sa*” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở thêm hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau.

**Bài 4: (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) và một điểm A cố định nằm ngoài (O). Kẻ tiếp tuyến AB,AC v ới (O) (B,C là các tiếp điểm Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC (M khác B và C). Đường thẳng AM cắt (O) tại điểm thứ 2 là N. Gọi E à trung điểm của MN.

- a) Chứng minh 4 điểm A,B,O,E cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó
- b) Chứng minh  $2.\widehat{BNC}+\widehat{BAC}=180^\circ$
- c) Chứng minh  $AC^2 =AM. AN$  và  $MN^2=4(AE^2-AC^2)$ .
- d) Gọi I, J lần lượt là hình chiếu của M trên các cạnh AB, AC. Xác định vị trí của M sao cho tích MI.MJ đạt giá trị lớn nhất

**Bài 5: (0,5 điểm)**

Cho hai số dương x,y thỏa  $xy =3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{3}{x} + \frac{9}{y} - \frac{26}{3x+y}$

-----HẾT-----

# ĐÁP ÁN

## Bài 1:

### 1 Giải phương trình và hệ PT

a)  $x^2 + 8x + 7 = 0$

Ta có:  $a-b+c=1-8+7=0$  nên pt có hai nghiệm phân biệt:

$x_1=-1; x_2=-7$

Vậy tập nghiệm của PT là :  $S=\{-1;-7\}$

b) 
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2 + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

c)

$$M = \frac{6}{2-\sqrt{3}} + |2-\sqrt{3}| - \sqrt{75}$$
$$= 6(2+\sqrt{3}) + 2-\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 14$$

d) Ta có:  $4x^2 - y^2 = 3 \Leftrightarrow (2x+y)(2x-y) = 3 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (TM)}$$
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (L)}$$
$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 2x - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \text{ (L)}$$
$$\begin{cases} 2x + y = -3 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (L)}$$

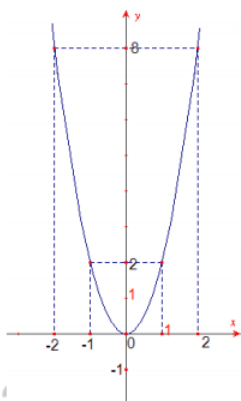
(Vì x y dương)

Vậy nghiệm dương của hpt là (1;1)

## Bài 2:

a) Vẽ đồ thị hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = x - m + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x + m - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.2.(m-1) = 9 - 8m$$



Đề (P) và (d) có một điểm chung thì :  $\Delta=0 \Leftrightarrow 9-8m=0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{8}$

Vậy với  $m = \frac{9}{8}$  thì (P) và (d) có một điểm chung

c) Điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ nghĩa là  $x=2y$  nên ta có:

$$y = 2(2y)^2 \Leftrightarrow y = 8y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy điểm thuộc (P) mà hoành độ bằng hai lần tung độ là  $(0;0); (\frac{1}{4}; \frac{1}{8})$

### Bài 3:

Gọi  $x$  (chiếc) là số tàu dự định của đội ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 140$ )

Số tàu tham gia vận chuyển là  $x+1$  (chiếc)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định:  $\frac{280}{x}$  (tấn)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo thực tế :  $\frac{280}{x+1}$  (tấn)

Theo đề bài ta có pt:  $\frac{280}{x} - \frac{280}{x+1} = 2$

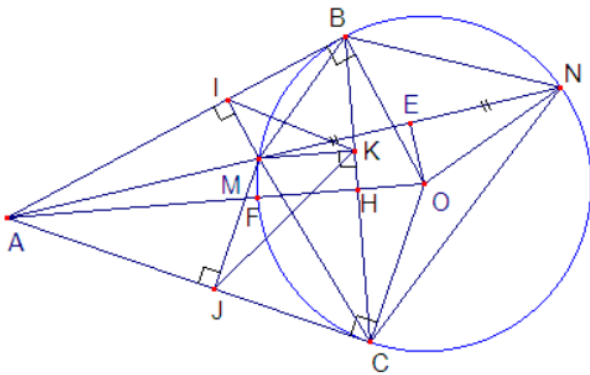
$$\Leftrightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -14(l) \end{cases}$$

Vậy đội tàu lúc đầu là có 10 chiếc

### Bài 4:



a) Ta có:  $EM=EN(gt) \Rightarrow OE \perp MN \Rightarrow AEO = 90^\circ$

Mà  $ABO = 90^\circ$  (AB là tiếp tuyến (O))

Suy ra: hai điểm B, E thuộc đường tròn đường kính OA. Hay A, B, E, O cùng thuộc một đường tròn, tâm của đường tròn là trung điểm của AO

b) Ta có:  $BOC = 2 \cdot BNC$  (góc ở tâm và góc nt cùng chắn một cung)

Mặt khác:  $BOC + BAC = 180^\circ$

suy ra:  $2 \cdot BNC + BAC = 180^\circ$  (đpcm)

c)

• Xét  $\Delta AMC$  và  $\Delta ACN$  có

$$\begin{cases} NAC \text{ chung} \\ MCA = CNA (= \frac{1}{2} s\widehat{CM}) \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta AMC \sim \Delta ACN (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow AC^2 = AM \cdot AN \text{ (đpcm)}$$

• Ta có:  $E^2 = AO^2 - OE^2$  (áp dụng ĐL Pi-ta-go vào  $\Delta AEO$ )

$AC^2 = AO^2 - OC^2$  (áp dụng ĐL Pi-ta-go vào  $\Delta ACO$ )

$$\text{Suy ra: } AE^2 - AC^2 = OC^2 - OE^2 = ON^2 - OE^2 = EN^2 = \left(\frac{MN}{2}\right)^2 = \frac{MN^2}{4} \text{ hay } MN^2 = 4(AE^2 - AC^2)$$

**Cách 2:**

$$AE^2 - AC^2 = \left(AM + \frac{MN}{2}\right)^2 - AM \cdot AN = \frac{MN^2}{4} + AM^2 + AM \cdot MN - AN \cdot AM$$

$$= \frac{MN^2}{4} + AM^2 - AM(AN - MN) = \frac{MN^2}{4}$$

$$\Rightarrow MN^2 = 4(AE^2 - AC^2)$$

Kẻ  $MK \perp BC$ , đoạn  $AO \cap (O) = \{F\}; OA \cap BC = \{H\}$

Ta có:  $MJK = MCK$  (tứ giác MJCK nt)

$MCK = MBI$  (cùng chắn cung MC)

$MBI = MKI$  (tứ giác MKBI nt)

Suy ra:  $MJK = MKI$  (1)

Chúng minh tương tự ta có cũng có:  $MIK = MKJ$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\Delta MIK \sim \Delta MKJ$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MI}{MK} = \frac{MK}{MJ} \Rightarrow MK^2 = MI \cdot MJ$$

Để  $MI \cdot MJ$  lớn nhất thì  $MK$  phải nhỏ nhất. Mặt khác  $M$  thuộc cung nhỏ BC nên  $MK \leq FH \Rightarrow$  vậy  $MK$  nhỏ nhất khi  $MK = FH$ . Hay  $M \equiv F$

Vậy khi A, M, O thẳng hàng thì  $MI \cdot MJ$  đạt giá trị lớn nhất

**Bài 5:**

$$\text{Áp dụng bất Cossi ta có: } \frac{3}{x} + \frac{9}{y} \geq 2\sqrt{\frac{27}{xy}} = 6(1)$$

$$3x + y \geq 2\sqrt{3xy} = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{26}{3x+y} \leq \frac{13}{3} \Leftrightarrow -\frac{26}{3x+y} \geq -\frac{13}{3} (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } P = \frac{3}{x} + \frac{9}{y} - \frac{26}{3x+y} \geq 6 - \frac{13}{3} \Leftrightarrow P = \frac{3}{x} + \frac{9}{y} - \frac{26}{3x+y} \geq \frac{5}{6}$$

$$\text{Vậy } \text{Min} P = \frac{5}{6} \text{ khi } \begin{cases} 3x = y \\ xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (x > 0) \\ y = 3 \end{cases}$$

**Đề số 40. Sở GD và ĐT An Giang. Năm học: 2014-2015**

**Câu 1 (3,0 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $\sqrt{2}x + 3\sqrt{2} = 0$

b) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

c)  $x^2 - 3x = 0$

**Câu 2 (1,5 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là Parabol (P)

- Vẽ đồ thị hàm số đã cho trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm nằm trên Parabol (P) có hoành độ  $x = 2$  và có hệ số góc k. Với giá trị k nào thì (d) tiếp xúc (P)?

**Câu 3 (1,5 điểm)**

Cho phương trình bậc hai ẩn x và m là tham số  $x^2 - 4x - m^2 = 0$

- Với m nào thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$
- Tìm m để biểu thức  $A = |x_1^2 - x_2^2|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O đường kính AB, vẽ bán kính OC vuông góc với đường kính AB. Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC sao cho độ dài cung MB gấp đôi độ dài cung MC. Gọi N là giao điểm của AM và OC.

- Chứng minh rằng tứ giác OBMN nội tiếp.
- Chứng minh tam giác MNO là tam giác cân.
- Cho biết  $AB = 6\text{cm}$ . Tính diện tích tứ giác BMNO.

**Câu 5 (1,0 điểm) (Xe lăn cho người khuyết tật)**

Với sự phát triển của khoa học kỹ thuật hiện nay, người ta tạo ra nhiều mẫu xe lăn đẹp và tiện dụng cho người khuyết tật. Công ty A đã sản xuất ra những chiếc xe lăn cho người khuyết tật với số vốn ban đầu là 500 triệu đồng. Chi phí để sản xuất ra một chiếc xe lăn là 2 500 000 đồng. Giá bán ra mỗi chiếc là 3 000 000 đồng.

- Viết hàm số biểu diễn tổng số tiền đã đầu tư đến khi sản xuất ra được x chiếc xe lăn (gồm vốn ban đầu và chi phí sản xuất) và hàm số biểu diễn số tiền thu được khi bán ra x chiếc xe lăn
- Công ty A phải bán bao nhiêu chiếc xe mới có thể thu hồi được vốn ban đầu.

----- **Hết** -----

***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH AN GIANG**

**Câu 1**

a) Ta có

$$\sqrt{2}x + 3\sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x = -3\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -3$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -3$

b) Ta có  $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

c)

$$x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là  $x = 0$ ;  $x = 3$

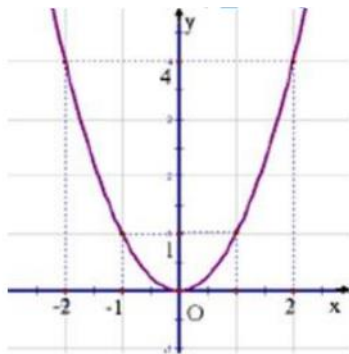
**Câu 2.**

a)  $y = f(x) = x^2$

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số là hình vẽ



b) Đường thẳng (d) có hệ số góc k nên có dạng  $y = kx + b$

Điểm thuộc (P) có hoành độ  $x = 2 \Rightarrow y = 4$

(d) qua  $(2; 4) \Rightarrow 4 = k \cdot 2 + b \Rightarrow b = -2k + 4$

(d):  $y = kx - 2k + 4$

Đường thẳng (d) tiếp xúc (P) khi đó phương trình sau có nghiệm kép

$$x^2 = kx - 2k + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - kx + 2k - 4 = 0$$

$$\Delta = k^2 - 8k + 16$$

Phương trình có nghiệm kép khi  $\Delta = 0 \Leftrightarrow k^2 - 8k + 16 = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy  $k = 4$

### Câu 3.

a)  $x^2 - 4x - m^2 = 0$  (\*)

Với m nào thì phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

Biệt thức  $\Delta' = 4 + m^2 > 0$ ;  $\forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Theo đề bài ta có  $x_1 + x_2 = 4$ ;  $x_1 x_2 = -m^2$

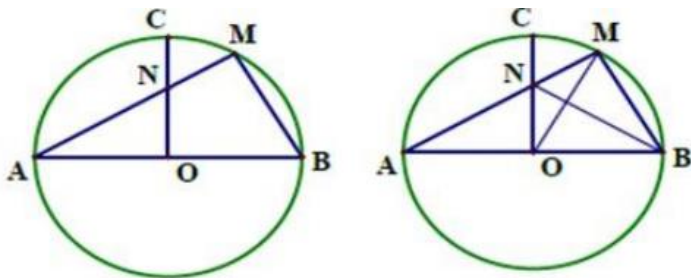
$$A = |x_1^2 - x_2^2| = |x_1 - x_2| \cdot |x_1 + x_2| = 4|x_1 - x_2|$$

$$A = 4\sqrt{(x_1 - x_2)^2} = 4\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}$$

$$= 4\sqrt{4^2 - 4(-m^2)} = 4\sqrt{16 + 4m^2} \geq 4\sqrt{16} = 16$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 16 khi  $m = 0$

### Câu 4.



a) Ta có  $OC \perp OB$  giả thiết)

$\angle AMB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle AMB + \angle NOB = 180^\circ$$

Vậy tứ giác OBMN nội tiếp (do có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ )

b) Do cung MB gấp đôi cung MC nên số đo cung MB là  $60^\circ$  số đo cung MC là  $30^\circ$

$$\Rightarrow \angle BAM = 30^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn cung } 60^\circ)$$

Và  $\angle MOC = 30^\circ$  (góc ở tâm chắn cung  $30^\circ$ ) (\*)

Tam giác AOM cân tại O (do  $OA = OM$ )

$$\Rightarrow \angle BAM = \angle OMA = 30^\circ \text{ (**)}$$

Từ (\*) và (\*\*)  $\Rightarrow \angle MOC = \angle OMA$

Vậy tam giác MNO cân tại N

c) Tam giác MOB cân tại O có  $\angle MOB = 60^\circ$  nên tam giác đều

$$\Rightarrow BO = BM$$

Theo trên  $NM = NO$  vậy BN là đường trung trực của đoạn ON

Xét tam giác BON vuông tại O có

$$\cos \angle OBN = \cos 30^\circ = \frac{OB}{BN}$$

$$\Rightarrow BN = \frac{OB}{\cos 30^\circ} = \frac{3.2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

Diện tích tứ giác BMNO

$$S = \frac{1}{2} BN \cdot OM = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3} \text{ (cm}^2)$$

### Câu 5

Ta có tổng chi phí vốn cố định và vốn sản xuất ra x chiếc xe lăn (đơn vị tính triệu đồng)

$$y = 500 + 2,5x$$

Hàm số biểu diễn số tiền thu được khi bán ra x chiếc xe lăn  $y = 3x$

Để số tiền bán được và số vốn đầu tư bằng nhau khi đó

$$500 + 2,5x = 3x$$

$$\Leftrightarrow 0,5x = 500 \Leftrightarrow x = 1000$$

Vậy công ty A phải bán ra được 1000 chiếc xe mới có thể thu hồi được vốn ban đầu.

**Đề số 41. Sở GD và ĐT Bắc Giang. Năm học: 2015-2016****Câu I. (2.0 điểm)**

1. Tính giá trị của biểu thức  $A = 2(5\sqrt{16} - 4\sqrt{25}) + \sqrt{64}$

2. Biết đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{3}ax^2$ , ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(3; -6)$  hãy xác định giá trị của  $a$ .

**Câu II. (3.0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$

2. Rút gọn biểu thức  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-4}$  (với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ ).

3. Cho phương trình  $x^2 - (m^2 + 3)x + 2m^2 + 2 = 0$  ( $x$  là ẩn,  $m$  là tham số) (1).

a. Giải phương trình (1) với  $m = -\sqrt{3}$

b. Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

**Câu III.** (1,5 điểm) Nhà bạn Dũng được ông bà nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Dũng chơi, Dũng đố Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi biết: mảnh đất có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20 m<sup>2</sup>. Các em hãy giúp bạn Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Dũng đó.

**Câu IV.** (3.0 điểm) Trên đường tròn (O) có đường kính  $AB = 2R$ , lấy một điểm C sao cho  $AC = R$  và lấy điểm D bất kỳ trên cung nhỏ BC (điểm D không trùng với B và C). Gọi E là giao điểm của AD và BC.

Đường thẳng

đi qua điểm E và vuông góc với đường thẳng AB tại điểm H cắt tia AC tại điểm F. Điểm M là trung điểm của

đoạn EF.

1. Chứng minh tứ giác BHCF là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh:  $HA.HB = HE.HF$

3. Chứng minh CM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

4. Xác định vị trí của điểm D để chu vi của tứ giác ABDC lớn nhất.

**Câu V.** (0,5 điểm) Cho ba số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $xy + xz + yz = 2016$

Chứng minh rằng  $\sqrt{\frac{yz}{x^2 + 2016}} + \sqrt{\frac{xy}{y^2 + 2016}} + \sqrt{\frac{xz}{z^2 + 2016}} \leq \frac{3}{2}$

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH BẮC GIANG**  
**MÔN THI: TOÁN**

**Câu I.**

1.  $A = 2(5\sqrt{16} - 4\sqrt{25}) + \sqrt{64} = 2(5 \cdot 4 - 4 \cdot 5) + 8 = 2(20 - 20) + 8 = 8$

2. Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}ax^2$ , ( $a \neq 0$ ) đi qua điểm  $M(3; -6)$  khi  $-6 = \frac{1}{3}a \cdot 3^2 \Leftrightarrow -6 = 3a \Leftrightarrow a = -2$

Vậy  $a = -2$  là giá trị cần tìm.

**Câu II.**

1.  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 12x + 3y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 14x = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 1)$

2. Ta có:

$$B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2 - \sqrt{x}+2 + 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x}+1} = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{x-4} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x}+1} = 4$$

Vậy  $B = 4$ , với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ .

3. a. Với  $m = -\sqrt{3}$  ta được phương trình  $x^2 - 6x + 8 = 0$

Tính được  $\Delta' = 1$

Kết luận được phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 4$ .

b. Khẳng định được phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = 2; x_2 = m^2 + 1 \text{ khi } m \neq 1 \text{ và } m \neq -1$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 1 thì  $m^2 + 1 > 1 \Leftrightarrow m \neq 0$ .

Kết luận: Với  $m \neq -1$ ;  $m \neq 0$  và  $m \neq 1$  thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

**Câu III.**

Gọi chiều rộng của mảnh đất là  $x$  (m) (điều kiện:  $x > 2$ )

Khi đó chiều dài của mảnh đất là:  $4x$  (m)

Diện tích mảnh đất nhà bạn Dũng là:  $4x^2$  (m<sup>2</sup>)



Diện tích mảnh đất sau khi giảm chiều rộng 2m và tăng chiều dài lên gấp đôi là:

$$8x.(x - 2) (\text{m}^2)$$

Theo bài ra ta có phương trình:  $8x.(x - 2) - 4x^2 = 20$

Giải phương trình ta được  $x = 5$  và  $x = -1$ .

Đối chiếu với điều kiện ta được  $x = 5$ .

Vậy chiều rộng mảnh đất là 5m và chiều dài mảnh đất là 20m.

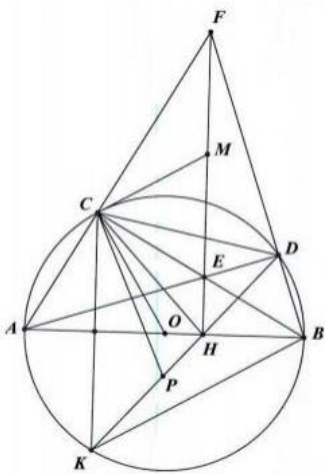
#### Câu IV.

1. Ta có:  $\angle BHF = 90^\circ$  (giả thiết) (1).

$\angle BCA = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Suy ra  $\angle BCF = 90^\circ$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BHCF nội tiếp một đường tròn (vì có hai đỉnh H, C kề nhau cùng nhìn BF dưới một góc vuông).



2. Xét tam giác vuông BHE và FHA có  $\angle BEH = \angle CAB$  (cùng phụ với góc  $\angle CBA$ ).

Suy ra hai tam giác BHE và FHA đồng dạng.

Từ đó ta có  $\frac{HB}{HF} = \frac{HE}{HA} \Leftrightarrow HA \cdot HB = HE \cdot HF$

3. Tam giác vuông ECF vuông tại C có CM là đường trung tuyến nên  $CM = ME$  suy ra CME là tam giác cân, suy ra  $\angle MCE = \angle MEC$  (3)

$\angle MCO = \angle MCE + \angle ECO = \angle MEC + \angle CBO$  (do (3) và tam giác COB cân tại O).

$$= BEH + CBO = 90^\circ$$

Vậy CM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

4. Lấy điểm K đối xứng với điểm C qua AB. Suy ra điểm K cố định trên (O)

Lấy điểm P trên đoạn DK sao cho  $DP = DC$ .

Khả định tam giác OAC đều  $\Rightarrow$  tam giác CBK đều  $\Rightarrow$  tam giác CDP đều.

Xét hai tam giác CKP và CBD có:

$$CP = CD ; CK = CB \text{ và } \angle KCP = \angle BCD \text{ (cùng bằng } 60^\circ - \angle PCB \text{)}$$

Từ đó,  $\triangle CKP = \triangle CBD$  (c.g.c) suy ra  $PK = BD$ .

Chu vi tứ giác ABDC bằng:

$$AB + BD + DC + CA = 3R + BD + DC = 3R + PK + PD = 3R + KD$$

Chu vi tứ giác lớn nhất khi KD lớn nhất  $\Rightarrow$  KD là đường kính của đường tròn (O; R).

Kết luận D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

**Câu V.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } VT &= \sqrt{\frac{yz}{x^2 + xy + xz + yz}} + \sqrt{\frac{xy}{y^2 + xy + xz + yz}} + \sqrt{\frac{xz}{z^2 + xy + xz + yz}} \\ &= \sqrt{\frac{yz}{(x+y)(x+z)}} + \sqrt{\frac{xy}{(y+x)(y+z)}} + \sqrt{\frac{xz}{(z+x)(z+y)}} \\ &\leq \frac{1}{2} \left( \frac{y}{x+y} + \frac{z}{x+z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{x+z} + \frac{z}{y+z} \right) \text{ (theo BĐT Cô-si)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{x+z} + \frac{z}{x+z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{y+z} + \frac{z}{y+z} \right) = \frac{3}{2} = VP \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $x = y = z = 4\sqrt{42}$

**Đề số 42. Sở GD và ĐT Bắc Ninh. Năm học: 2015-2016**

**Câu I. (3,0 điểm)**

1) Giải phương trình  $3x + 2 = x + 3$

2) Tìm m để hàm số  $y = (m - 2)x + 1$  đồng biến.

3) Rút gọn biểu thức  $A = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(3 - \frac{a - 5\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 5}\right)$  với  $a \geq 0, a \neq 25$

**Câu II. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 10 = 0$  (1), m là tham số.

1) Giải phương trình (1) khi  $m = -3$

2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $2x_1 + x_2 = -4$

**Câu III. (1,0 điểm)**

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

**Câu IV. (2,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính  $AB = 2R$ . Trên tia đối của tia AB lấy điểm E (khác với điểm A). Tiếp tuyến kẻ từ điểm E cắt các tiếp tuyến kẻ từ điểm A và B của nửa đường tròn (O) lần lượt tại C và D. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ điểm E.

1) Chứng minh rằng tứ giác ACMO nội tiếp được trong một đường tròn.

2) Chứng minh rằng  $\frac{DM}{DE} = \frac{CM}{CE}$

3) Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi trên tia đối của tia AB, tích  $AC \cdot BD$  không đổi.

**Câu V. (1,5 điểm)**

1) Cho a là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \frac{a}{a^2 + 1} + \frac{5(a^2 + 1)}{2a}$ .

2) Cho đường tròn (O,R) và hai dây cung AB, CD ( $AB > CD$ ). Hai đường thẳng AB, CD cắt nhau tại M. Chứng minh rằng  $MA + MB > MC + MD$ .

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu I. (3,0 điểm)

1) Giải phương trình  $3x + 2 = x + 3$

$$\Leftrightarrow 3x - x = 3 - 2$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

2) Tìm m để hàm số  $y = (m - 2)x + 1$  đồng biến.

Hàm số  $y = (m - 2)x + 1$  đồng biến.

$$\Leftrightarrow m - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > 2$$

Vậy  $m > 2$  thì hàm số đã cho đồng biến

3) Rút gọn biểu thức  $A = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(3 - \frac{a - 5\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 5}\right)$  với  $a \geq 0, a \neq 25$

$$= \left(3 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(3 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 5)}{\sqrt{a} - 5}\right)$$

$$= (3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a})$$

$$= 9 - a$$

### Câu II. (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 10 = 0$  (1), m là tham số.

1) Giải phương trình (1) khi  $m = -3$

Khi  $m = -3$  (1) trở thành :  $x^2 + 6x - 16 = 0$

$$\Delta' = 3^2 + 16 = 25 > 0$$

$$\text{PT có 2 nghiệm phân biệt } \begin{cases} x_1 = -3 - 5 = -8 \\ x_2 = -3 + 5 = 2 \end{cases}$$

Vậy PT có 2 nghiệm phân biệt :  $x = -8, x = 2$

2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $2x_1 + x_2 = -4$

PT (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - (2m - 10) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)^2 + 9 > 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$\Rightarrow$  thì PT luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

Theo Vi -ét và đầu bài cho ta có : 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 10 \\ 2x_1 + x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x_1 = 2m \\ x_1 x_2 = 2m - 10 \\ x_2 = -4 - 2x_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4 - 2m \\ x_2 = 4 + 4m \\ x_1 x_2 = 2m - 10 (*) \end{cases}$$

Thay  $x_1, x_2$  vào (\*) ta có :

$$(-4 - 2m)(4 + 4m) = 2m - 10$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 + 26m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 13m + 3 = 0$$

$$\Delta = 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 121 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-13 - 11}{8} = -3 \\ m_2 = \frac{-13 + 11}{8} = \frac{-1}{4} \end{cases} (TM)$$

Vậy  $m = -3$  hoặc  $m = \frac{-1}{4}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

### **Câu III. (1,0 điểm)**

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m. Đường chéo của hình chữ nhật dài 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

Gọi chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là  $a$  (m) ( $0 < a < 28$ )

Chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là  $b$  (m) ( $0 < a < b$ )

Chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là 28 m nên :

$$(a + b) \cdot 2 = 28$$

$$\Leftrightarrow a + b = 14 \quad (1)$$

Đường chéo của hình chữ nhật 10 m nên :

$$a^2 + b^2 = 10^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 100(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ PT  $\begin{cases} a + b = 14 \\ a^2 + b^2 = 100 \end{cases}$

Từ (1)  $\Rightarrow b = 14 - a$  thay vào (2) được :

$$a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 196 - 28a + a^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 28a + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 14a + 48 = 0$$

$$\Delta' = 49 - 48 = 1$$

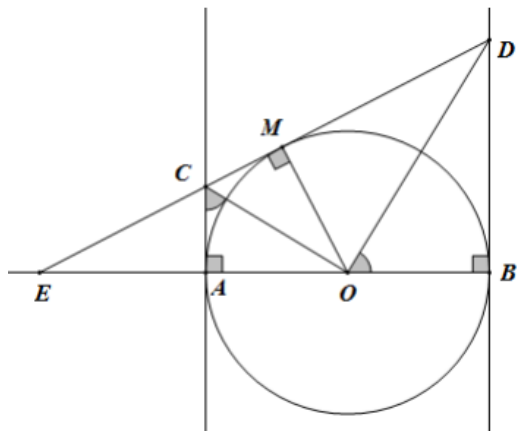
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 7 - 1 = 6 \Rightarrow b = 8(\text{loại}) \\ a = 7 + 1 = 8 \Rightarrow b = 6(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy chiều dài của HCN là 8m

Chiều rộng của HCN là 6m

#### Câu IV. (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Trên tia đối của tia AB lấy điểm E (khác với điểm A). Tiếp tuyến kẻ từ điểm E cắt các tiếp tuyến kẻ từ điểm A và B của nửa đường tròn (O) lần lượt tại C và D. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ điểm E.



1) Chứng minh rằng tứ giác ACMO nội tiếp được trong một đường tròn.

Vì AC là tiếp tuyến của (O) nên  $OA \perp AC \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$

Vì MC là tiếp tuyến của (O) nên  $OM \perp MC \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle OAC + \angle OMC = 180^\circ$ . Suy ra OACM là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng  $\frac{DM}{DE} = \frac{CM}{CE}$

Xét hai tam giác vuông OAC và OMC có

$$\begin{cases} OA = OM = R \\ chung\_OC \end{cases} \Rightarrow \Delta OAC = \Delta OMC \text{ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)}$$

$$\Rightarrow CA = CM \Rightarrow \frac{CM}{CE} = \frac{CA}{CE}. \text{ Tương tự ta có } \frac{DM}{DE} = \frac{DB}{DE}$$

$$\text{Mà } AC \parallel BD \text{ (cùng vuông góc } AB) \text{ nên } \frac{CA}{DB} = \frac{CE}{DE} \Rightarrow \frac{CA}{CE} = \frac{DB}{DE} \Rightarrow \frac{CM}{CE} = \frac{DM}{DE}$$

3) Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi trên tia đối của tia AB, tích AC.BD không đổi.

$$\text{Vì } \Delta OAC = \Delta OMC \Rightarrow AOC = MOC \Rightarrow AOC = \frac{1}{2} AOM$$

$$\text{Tương tự: } BOD = \frac{1}{2} BOM$$

$$\text{Suy ra } AOC + BOD = \frac{1}{2} (AOM + BOM) = 90^\circ$$

$$\text{Mà } AOC + ACO = 90^\circ \Rightarrow ACO = BOD$$

$$\Rightarrow \Delta AOC \sim \Delta BDO (g.g) \Rightarrow \frac{AO}{BD} = \frac{AC}{BO} \Rightarrow AC \cdot BD = AO \cdot BO = R^2 \text{ (không đổi, đpcm)}$$

### Câu V. (1,5 điểm)

1) Cho a là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \frac{a}{a^2+1} + \frac{5(a^2+1)}{2a}$ .

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương, ta có:

$$\frac{a}{a^2+1} + \frac{a^2+1}{4a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{a^2+1} \cdot \frac{a^2+1}{4a}} = 1$$

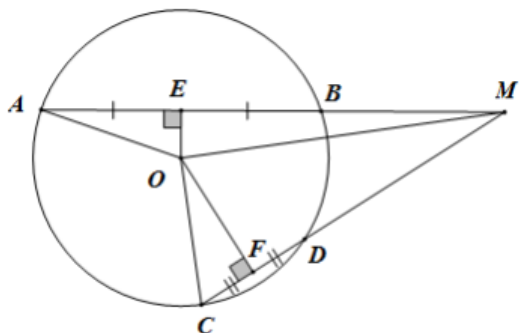
$$a^2+1 \geq 2\sqrt{a^2 \cdot 1} = 2a \Rightarrow \frac{a^2+1}{a} \geq 2 \Rightarrow \frac{9}{4} \cdot \frac{a^2+1}{a} \geq \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow S \geq 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a^2+1} = \frac{a^2+1}{4a} \\ a^2 = 1 \Leftrightarrow a = 1 \\ a > 0 \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của S là  $\frac{11}{2}$ , xảy ra khi  $a = 1$ .

2) Cho đường tròn  $(O,R)$  và hai dây cung  $AB, CD$  ( $AB > CD$ ). Hai đường thẳng  $AB, CD$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $MA + MB > MC + MD$ .



Gọi E, F lần lượt là trung điểm AB, CD. Suy ra  $OE \perp AB, OF \perp CD$

Có  $MA + MB = (MB + BA) + MB = (MB + 2BE) + MB = 2(MB + BE) = 2ME$

Tương tự  $MC + MD = 2MF$

Vì  $\triangle MOE$  vuông tại E nên  $ME = \sqrt{MO^2 - OE^2}$

Tam giác AOE vuông tại E nên  $OE^2 = AO^2 - AE^2 = R^2 - \frac{AB^2}{4}$

Suy ra  $MA + MB = 2ME = 2\sqrt{MO^2 - R^2 + \frac{AB^2}{4}}$

Tương tự  $MC + MD = 2MF = 2\sqrt{MO^2 - R^2 + \frac{CD^2}{4}}$

Mà  $AB > CD \Rightarrow MA + MB > MC + MD$  (đpcm)



**Đề số 43. Sở GD và ĐT Vũng Tàu. Năm học: 2015-2016****Bài 1: (2,5 điểm)**

a) Giải phương trình:  $x(x+3) = x^2 + 6$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

**Bài 2: (2.0 điểm)**Cho parabol (P):  $y = x^2$ 

a) Vẽ Parabol (P)

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (d):  $y = 2x + 3$ **Bài 3: (1,5 điểm)**a) Cho phương trình  $x^2 + x + m - 2 = 0$  (1). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$ .

b) Giải phương trình  $\frac{1}{x^2 - x} - 2x^2 + 2x + 1 = 0$

**Bài 4: (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài (O). Dụng cát tuyến AMN không đi qua O, M nằm giữa A và N. Dụng hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là hai tiếp điểm và C thuộc cung nhỏ MN). Gọi I là trung điểm của MN.

a) Chứng minh tứ giác OI nội tiếp.

b) Hai tia BO và CI lần lượt cắt (O) tại D và E (D khác B, E khác C). Chứng minh góc CED = góc BAO.

c) Chứng minh OI vuông góc với BE

d) Đường thẳng OI cắt đường tròn tại P và Q (I thuộc OP); MN cắt BC tại F; T là giao điểm thứ hai của PF và (O). Chứng minh ba điểm A; T; Q thẳng hàng.

**Bài 5: (0,5 điểm)** Cho hai số dương x, y thỏa  $x \geq 2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy}$$

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài 1: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình:  $x(x+3) = x^2 + 6$

Phương trình tương đương với:  $x^2 + 3x - x^2 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 2$ .

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x;y) = (3;-1)$

c) Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

$$\text{Ta có: } P = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}+1-2\sqrt{3} = 1-\sqrt{3}$$

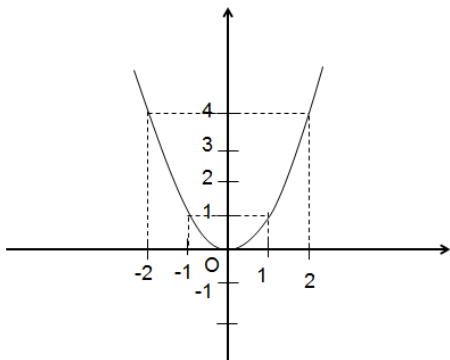
### Bài 2: (2.0 điểm)

Cho parabol (P):  $y = x^2$

a) Vẽ Parabol (P)

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



b) Tìm tọa độ các giao của (P) và đường thẳng (d):  $y = 2x + 3$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:  $x^2 = 2x + 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Ta có:  $a = 1; b = -2; c = -3$

Có:  $a - b + c = 0$

Nên phương trình có 2 nghiệm:  $x = -1; x = -c/a = 3$

Với  $x = -1$  ta có  $y = 1 \Rightarrow A(-1;1)$

Với  $x = 3$  ta có  $y = 9 \Rightarrow B(3;9)$

Vậy d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B như trên.

### Bài 3: (1,5 điểm)

a) a) Cho phương trình  $x^2 + x + m - 2 = 0$  (1). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$ .

+ Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì  $\Delta = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$

+ Theo Viet ta có:  $x_1 + x_2 = -1; x_1 \cdot x_2 = m - 2$

Khi  $m < \frac{9}{4}$  thì pt có 2 nghiệm phân biệt nên  $x_1^2 + x_1 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = -x_1 - m + 2$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1 \Leftrightarrow -x_1 - m + 2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$$

+Ta có  $\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) - m + 2 + 2x_1x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow 1 - m + 2 + 2(m - 2) = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

b) Giải phương trình  $\frac{1}{x^2 - x} - 2x^2 + 2x + 1 = 0$  ĐK:  $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2 - x} - 2(x^2 - x) + 1 = 0. \quad (1) \text{ Đặt } t = x^2 - x \quad (t \neq 0)$$

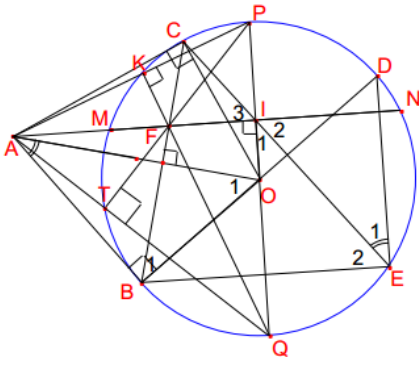
$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{t} - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t - 1 = 0.$$

Có:  $a + b + c = 2 - 1 - 1 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm:  $x_1 = 1; x_2 = -1/2$ .

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = 1; x_2 = -1/2$ .

### Bài 4: (3,5 điểm)

a) Chứng minh tứ giác OI nội tiếp.



+ Ta có  $\angle ABO = 90^\circ$  (tctt)

$\angle AIO = 90^\circ$  (  $IM = IN$  )

+ Suy ra  $\angle ABO + \angle AIO = 180^\circ$  nên tứ giác  $ABOI$  nội tiếp đường tròn đường kính  $AO$ .

b) Chứng minh  $\angle CED = \angle BAO$

+ Vì  $AB, AC$  là hai tiếp tuyến của  $(O)$  nên  $AO \perp BC$

+ Ta có:  $\angle E_1 = \angle B_1$  ( hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $CD$  của đường tròn  $(O)$  )

$\angle BAO = \angle B_1$  (cùng phụ  $O_1$ )

Suy ra  $\angle E_1 = \angle BAO$  hay  $\angle CED = \angle BAO$

c) Chứng minh  $OI$  vuông góc với  $BE$

+ Ta có :  $\angle E_2 = \angle ABC$  (cùng chắn cung  $BC$ );  $\angle ABC = \angle I_3$  ( $A, B, O, I, C$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $AO$ );

$\angle I_3 = \angle I_2$  (đđ)

Suy ra  $\angle E_2 = \angle I_2$ . Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên  $MN \parallel BE$ .

+ Ta lại có  $MN \perp OI$  ( $IM = IN$ ) nên  $OI \perp BE$

d) Chứng minh ba điểm  $A, T, Q$  thẳng hàng.

+ Gọi  $K$  là giao điểm  $OF$  và  $AP$

+ Ta có  $\angle QKP = 90^\circ$  (góc nt chắn nửa đường tròn) nên  $QK \perp AP$

+ Trong tam giác  $APQ$  có hai đường cao  $AI$  và  $QK$  cắt nhau tại  $F$  nên  $F$  là trực tâm.

Suy ra  $PF$  là đường cao thứ 3 của tam giác  $APQ$  nên  $PF \perp QA$  (1)

+ Ta lại có  $\angle QTP = 90^\circ$  ( góc nt chắn nửa đường tròn) nên  $PF \perp QT$  (2)

Từ (1);(2) suy ra  $QA \equiv QT$ . Do đó 3 điểm  $A, T, Q$  thẳng hàng.

**Bài 5: (0,5 điểm)** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa  $x \geq 2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy} = \frac{x^2 + y^2 + x^2 - 2xy}{xy} = \frac{x^2 + y^2}{xy} + \frac{x^2 - 2xy}{xy} \\ &= \frac{4x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x^2 - 2xy}{xy} = \frac{3x^2}{4xy} + \frac{x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x(x-2y)}{xy} \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} + \frac{x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x-2y}{y} \geq \frac{3}{4} \cdot 2 + 1 + 0 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{vì } \begin{cases} \frac{x}{y} \geq 2 \\ x^2 + 4y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot 4y^2} = 4xy \\ x - 2y \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\min} = \frac{5}{2} \text{ khi } x = 2y$$

**Đề số 44. Sở GD và ĐT Bến Tre. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (3,0 điểm)** Không sử dụng máy tính cầm tay:

- Tính  $\sqrt{49} - \sqrt{25}$
- Rút gọn biểu thức  $A = 5\sqrt{8} + \sqrt{50} - 2\sqrt{18}$
- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

**Câu 2 (5,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 7 = 0$  (1)

- Giải phương trình (1) với  $m = 1$
- Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị  $m$ .
- Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1). Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$$

**Câu 3 (5,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x - 3$

- Vẽ đồ thị Parabol (P).
- Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).
- Viết phương trình đường thẳng (d1) song song với đường thẳng (d) và có điểm chung với parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1.

**Câu 4. (7,0 điểm)** Cho nửa đường tròn (O;R), đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn (O; R), vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Gọi M là điểm bất kì trên cung AB ( $M \neq A$ ;  $M \neq B$ ). Tiếp tuyến tại M với nửa đường tròn (O; R) cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

- Chứng minh tứ giác ACMO nội tiếp.
- Chứng minh tam giác COD vuông.
- Chứng minh:  $AC \cdot BD = R^2$
- Trong trường hợp  $AM = R$ . Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây MB và cung MB của nửa đường tròn (O; R) theo R.

----- **Hết** -----

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH BẾN TRE**

**Câu 1.**

a)  $\sqrt{49} - \sqrt{25} = 7 - 2 = 5$

b)  $A = 5\sqrt{8} + \sqrt{50} - 2\sqrt{18} = 5 \cdot 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (10 + 5 - 6)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

c)  $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 9x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm:  $x = 2$  và  $y = 3$ .

**Câu 2.**

a) Khi  $m = 1$ , phương trình (1) trở thành:  $x^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$

Vậy khi  $m = 1$ , phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = \sqrt{5}; x_2 = -\sqrt{5}$

b) Phương trình (1) có  $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (2m-7) = m^2 - 2m + 1 - 2m + 7 = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0, \forall m$

Vậy phương trình ( ) luôn có nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

c) Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình (1):  $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ P = x_1 \cdot x_2 = 2m - 7 \end{cases}$

Theo đề bài:  $A = x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = (2m - 2)^2 - (2m - 7) = 4m^2 - 8m + 4 - 2m + 7 = 4m^2 - 10m + 11 = (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{19}{4} \geq \frac{19}{4}$

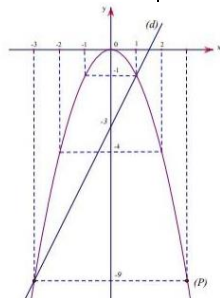
A đạt GTNN khi:  $(2m - \frac{5}{2})^2 = 0 \Leftrightarrow 2m - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$

Vậy khi  $m = \frac{5}{4}$  thì  $A_{\min} = \frac{19}{4}$

**Câu 3.**

a) Bảng một số giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):  $-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow y = -1 \Rightarrow (1; -1)$

Hoặc  $x = -3 \Rightarrow y = -9 \Rightarrow (-3; -9)$

Vậy giao điểm của (P) và (d): (1; -1) và (-3; -9)

d) Phương trình đường thẳng (d1) có dạng:  $y = ax + b$

(d1) // (d)  $\Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2x + b$  ( $b \neq -3$ )

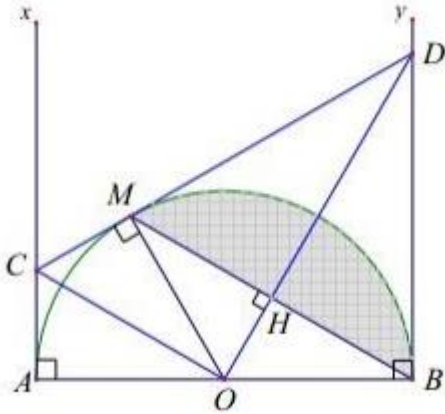
Gọi A là điểm  $\in (P)$  có  $x_A = -1 \Rightarrow y_A = -1 \Rightarrow A(-1; -1)$

(d1):  $y = 2x + b$  có chung với (P) điểm  $A(-1; -1)$  nên:  $-1 = 2 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = 1$

Vậy (d1) có phương trình:  $y = 2x + 1$

#### Câu 4.

a) Hình vẽ



$Ax$  là tiếp tuyến tại A  $\Rightarrow Ax \perp AB \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$

CD là tiếp tuyến tại M  $\Rightarrow CD \perp OM \Rightarrow \angle OMC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle OAC + \angle OMC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy: Tứ giác ACMO nội tiếp được đường tròn.

b) Nửa (O; R) có:

Hai tiếp tuyến CA, CM cắt nhau tại C  $\Rightarrow OC$  là phân giác của  $\angle AOM$  (1)

Hai tiếp tuyến DB, DM cắt nhau tại D  $\Rightarrow OD$  là phân giác của  $\angle MOB$  (2)

$\angle AOM + \angle MOB = 180^\circ$  (kề bù)

Từ (1), (2) và (3)  $\Rightarrow \angle COD = 90^\circ \Rightarrow \triangle COD$  vuông tại O

c)  $\triangle COD$  vuông tại O có  $OM \perp CD$

$\Rightarrow OM^2 = MC \cdot MD$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Mà:  $OM = R$ ;  $MC = AC$ ;  $MD = BD$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Nên:  $OM^2 = MC \cdot MD \Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$  Vậy  $AC \cdot BD = R^2$

c) Khi  $AM = R \Rightarrow \triangle OAM$  đều  $\Rightarrow \angle AOM = 60^\circ \Rightarrow \angle MOB = 120^\circ$

$\Rightarrow$  số cung  $MB = 120^\circ \Rightarrow n^\circ = 120^\circ$

Gọi  $S_q$  là diện tích hình quạt chắn cung nhỏ BC, ta có:  $S_q = \frac{\pi R^2 n}{360}$

$$S_q = \frac{\pi R^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3}$$

Ta có:  $OB = OM = R$  và  $DB = DM$  (cmt)  $\Rightarrow OD$  là đường trung trực của MB

$\Rightarrow OD \perp MB$  tại H và  $HB = HM = \frac{1}{2} MB$

OD là phân giác của  $\angle MOB \Rightarrow \angle HOM = \frac{1}{2} \angle MOB = 60^\circ$



$\Delta HOM$  vuông tại H nên:

$$OH = OM \cdot \cos HOM = R \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}R$$

$$HM = OM \cdot \sin HOM = R \cdot \sin 60^\circ = R \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow BM = R\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{OBM} = \frac{1}{2} BM \cdot OH = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

Gọi S là diện tích hình viên phân cần tìm, ta có:  $S = S_q - S_{OBM}$

$$S = \frac{\pi R^2}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi R^2 - 3R^2\sqrt{3}}{12} \text{ (đvtt)}$$

**Đề số 45. Sở GD và ĐT Bình Định. Năm học: 2015-2016**

**Bài 1:** (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức: 
$$P = \left( \frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2$$
 (với  $a \geq 0; a \neq 1$ )

**Bài 2:** (2,0 điểm).

Cho phương trình:  $x^2 + 2(1 - m)x - 3 + m = 0$ ;  $m$  là tham số

- Giải phương trình với  $m = 0$
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .
- Tìm giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

**Bài 3:** (2,0 điểm).

Trên một vùng biển được xem như bằng phẳng và không có chướng ngại vật. Vào lúc 6 giờ có một tàu cá đi thẳng qua tọa độ X theo hướng Từ Nam đến Bắc với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ một tàu du lịch cũng đi thẳng qua tọa độ X theo hướng từ Đông sang Tây với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá 12 km/h. Đến 8 giờ khoảng cách giữa hai tàu là 60 km. Tính vận tốc của mỗi tàu.

**Bài 4:** (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC ( $AB < AC$ ) có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O; R). Vẽ đường cao AH của tam giác ABC, đường kính AD của đường tròn. Gọi E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C và B xuống đường thẳng AD. M là trung điểm của BC.

- Chứng minh các tứ giác ABHF và BMFO nội tiếp.
- Chứng minh  $HE \parallel BD$ .
- Chứng minh:  $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$  ( $S_{ABC}$  là diện tích tam giác ABC)

**Bài 5:** (1,0 điểm).

Cho các số thực  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Chứng minh rằng:

$$N = \frac{3 + a^2}{b + c} + \frac{3 + b^2}{c + a} + \frac{3 + c^2}{a + b} \geq 6$$

-----Hết-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Bài 1:** (2,0 điểm).

a) Ta có: 
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (0; 1)$

b) Với  $a \geq 0, a \neq 1$  ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left( \frac{1-\sqrt{a}}{1-a} \right)^2 \\ &= \left( \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a}+\sqrt{a^2})}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left( \frac{1-\sqrt{a}}{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})} \right)^2 \\ &= (1+\sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{a})^2} = 1 \end{aligned}$$

**Bài 2:** (2,0 điểm).

a) Thay  $m = 0$  vào phương trình đã cho ta được:  $x^2 + 2x - 3 = 0$

Ta có  $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ , phương trình có hai nghiệm là:  $x_1 = 1; x_2 = -3$

Vậy  $m = 0$  phương trình có hai nghiệm là:  $x_1 = 1; x_2 = -3$

b) Ta có:  $\Delta' = (1-m)^2 - 1(-3+m) = m^2 - 2m + 1 + 3 - m$

$$= m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m$$

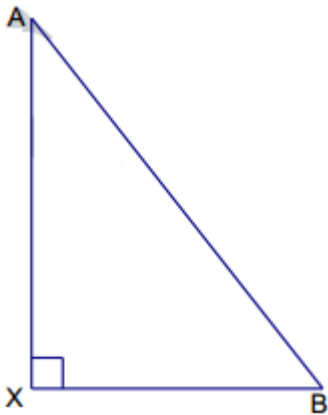
Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị  $m$ .

c) Vì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị  $m$ .

Nên phương trình có hai nghiệm đối nhau khi:  $x_1 + x_2 = 0$  Hay:  $0 = x_1 + x_2 = -2(1-m) \Leftrightarrow m = 1$

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau khi  $m = 1$

**Bài 3:** (2,0 điểm).



- Gọi vận tốc của tàu cá là:  $x$  (km/h),  $x > 0$  - Vận tốc của tàu du lịch là:  $x + 12$  km/h - Đến 8 giờ thì hai tàu cách nhau khoảng  $AB = 60$  km

lúc đó, thời gian tàu cá đã đi là:  $8 - 6 = 2$  (giờ)

thời gian tàu du lịch đã đi là:  $8 - 7 = 1$  (giờ)

Giả sử tàu cá đến điểm A, tàu du lịch đến điểm B

Tàu cá đã đi đoạn  $XA = 2x$  (km)

Tàu du lịch đã đi đoạn  $XB = 1 \cdot (x+12) = x+12$  (km)

Vì  $XA \perp XB$  (do hai phương Bắc – Nam và Đông – Tây vuông góc nhau)

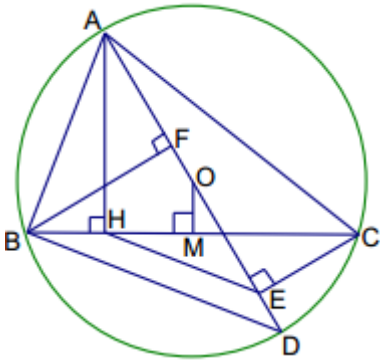
Nên theo định lý Pytago, ta có:  $XA^2 + XB^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 + (x+12)^2 = 60^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 24x - 3456 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -28,8(L) \\ x_2 = 24(TM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của tàu cá và tàu du lịch lần lượt là: 24 km/h và 36 km/h

**Bài 4:** (3,0 điểm).



a) Chứng minh các tứ giác ABHF và BMFO nội tiếp. - Dễ chứng minh  $\angle AHB = \angle BFA = 90^\circ \Rightarrow$

H và F thuộc đường tròn đường kính AB (quỹ tích cung chứa góc)

Vậy tứ giác ABHF nội tiếp đường tròn đường kính AB - M là trung điểm của BC (gt), suy ra:  $OM \perp BC$

khi đó:  $\angle BFO = \angle BMO = 90^\circ$  nên M, F thuộc đường tròn đường kính OB (quỹ tích cung chứa góc)

Vậy tứ giác BMOF nội tiếp đường tròn đường kính OB

b) Chứng minh  $HE \parallel BD$ .

Dễ chứng minh tứ giác ACEH nội tiếp đường tròn đường kính AC, suy ra:  $\angle CHE = \angle CAE (= \frac{1}{2} \text{sđ } CE)$

Lại có:  $\angle CAE = \angle CAD = \angle CBD (= \frac{1}{2} \text{sđ } CD)$

nên  $\angle CHE = \angle CBD$  và chúng ở vị trí so le trong suy ra:  $HE \parallel BD$

d) Chứng minh:  $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$  ( $S_{ABC}$  là diện tích tam giác ABC)

Ta có:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin \angle ABC$

Mặt khác: trong tam giác ABD có:  $\angle ABD = 90^\circ$  (nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên  $AB = AD \sin \angle D = 2R \sin \angle ACB$

Tương tự cũng có:  $AC = 2R \sin \angle ABC$  và  $BC = 2R \sin \angle BAC$

Khi đó  $AB \cdot AC \cdot BC = 8R^3 \cdot \sin \angle BAC \cdot \sin \angle CBA \cdot \sin \angle ACB$  (1)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \sin \angle BAC \cdot 2R \cdot \sin \angle ACB \cdot \sin \angle CBA = 2R^2 \sin \angle BAC \cdot \sin \angle ACB \cdot \sin \angle CBA \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{AB \cdot BC \cdot CA} = \frac{1}{4R}$$

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$$

**Bài 5:** (1,0 điểm).

Cho các số thực  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ . Chứng minh rằng:

$$N = \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} \geq 6$$

Ta có:

$$\begin{aligned} N &= \left( \frac{3}{b+c} + \frac{3}{c+a} + \frac{3}{a+b} \right) + \left( \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= 3 \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left( \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= (a+b+c) \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left( \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= \frac{1}{2} [(a+b) + (b+c) + (c+a)] \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left( \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= \frac{1}{2} (x+y+z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \left( \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

Với  $x=b+c>0; y=c+a>0; z=a+b>0$

Trong đó

$$\begin{aligned} (x+y+z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) &= 3 + \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left( \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) + \left( \frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) \\ &= 3 + \left[ \frac{(x-y)^2}{xy} + 2 \right] + \left[ \frac{(y-z)^2}{yz} + 2 \right] + \left[ \frac{(x-z)^2}{xz} + 2 \right] \geq 9 \end{aligned}$$

(1) xảy ra dấu “=” khi và chỉ khi  $x = y = z$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+c = a+c = a+b \\ a+b+c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a = 3-b = 3-c \\ a+b+c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

Còn

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} &= \frac{(3-x)^2}{x} + \frac{(3-y)^2}{y} + \frac{(3-z)^2}{z} = \left( \frac{9}{x} - 6 - x \right) + \left( \frac{9}{y} - 6 - y \right) + \left( \frac{9}{z} - 6 - z \right) \\ &= 9 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - 18 + (x+y+z) = \frac{3}{2} (x+y+z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - 12 \quad (\text{vì } x+y+z=2(a+b+c)=6) \end{aligned}$$

và kết hợp với (1) suy ra:  $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{3}{2} \cdot 9 - 12 = \frac{3}{2}$

(2) xảy ra dấu “=” khi và chỉ khi  $x = y = z \Leftrightarrow a = b = c = 1$

Do đó từ (1) và (2) suy ra:  $N \geq \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{3}{2} = 6$ , dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = 1$

Vậy  $N = \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} \geq 6$ ; dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = 1$

**Cách 2:**

$$\begin{aligned} N &= \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} = 3 \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left( \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &\geq 3 \left[ \frac{(1+1+1)^2}{2(a+b+c)} \right] + \left[ \frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)} \right] = 3 \cdot \frac{9}{6} + \frac{9}{6} = 6 \end{aligned}$$

Dấu = xảy ra khi  $a = b = c = 1$

**Đề số 46. Sở GD và ĐT Bình Dương. Năm học: 2015-2016**

**Bài 1 (1 điểm)**

Tính:  $A = \sqrt{3x^2 - 2x - x\sqrt{2} - 1}$  với  $x = \sqrt{2}$

**Bài 2 (1,5 điểm)**

- 1) Vẽ đồ thị (P) hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$
- 2) Xác định a, b để đường thẳng  $y = ax + b$  đi qua gốc tọa độ và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -3.

**Bài 3 (2,0 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ \frac{1}{2}x - y = 1 \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình:  $x - \sqrt{x} - 2 = 0$

**Bài 4 (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$  (m là tham số)

- 1) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.
- 2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.
- 3) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

**Bài 5 (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của cạnh AC. Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N. Đường thẳng BM cắt đường tròn đường kính MC tại D.

- 1) Chứng minh tứ giác BADC nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn đó.
- 2) Chứng minh DB là phân giác của góc ADN.
- 3) Chứng minh OM là tiếp tuyến của đường tròn đường kính MC.
- 4) BA và CD kéo dài cắt nhau tại P. Chứng minh ba điểm P, M, N thẳng hàng.

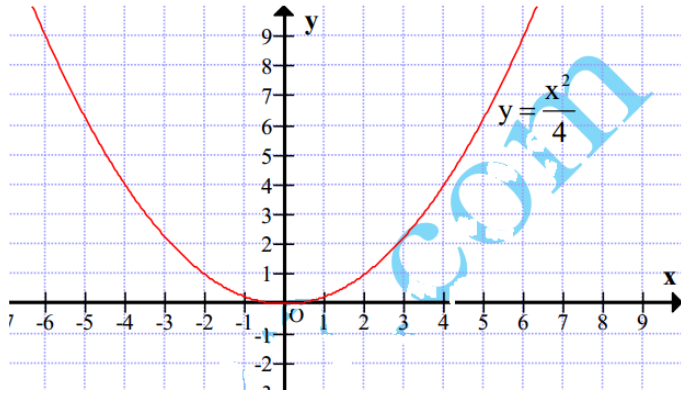
.....HẾT.....

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
2015 - 2016  
BÌNH DƯƠNG**

**Bài 1.** Với  $x = \sqrt{2}$  ta có:  $A = \sqrt{6 - 2\sqrt{2} - 2 - 1} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$

**Bài 2.**

1) Vẽ đồ thị (P) hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$



2) Gọi (d) là đường thẳng có phương trình  $y = ax + b$ .  
Vì (d) đi qua gốc tọa độ  $O(0; 0)$  nên  $b = 0$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):  $\frac{x^2}{4} = ax$

Vì (d) cắt (P) tại điểm A có hoành độ là  $-3$  nên:  $\frac{9}{4} = a(-3) \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$

Vậy:  $a = -\frac{3}{4}; b = 0$

**Bài 3.**

1) Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ \frac{1}{2}x - y = 1 \end{cases} \text{ có nghiệm } \begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (HS tự giải)}$$

2) Phương trình:  $x - \sqrt{x} - 2 = 0$  (ĐK:  $x \geq 0$ )

Phương trình trên tương với

$$x - 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = -1 \\ \sqrt{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy  $x = 4$

**Bài 4.** Phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$  (m là tham số)

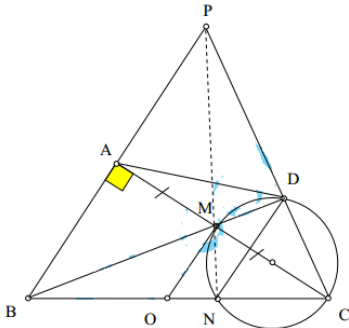
1)  $\Delta = 4m^2 + 8 > 0$  với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

2) Để phương trình có hai nghiệm cùng dương mà  $\Delta > 0$  với mọi m thì ta phải có:

$$\begin{cases} P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

3) Theo Viet:  $S = 2m + 2$ ;  $P = 2m$ . Suy ra:  $S - P = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - x_1x_2 = 2$  là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào  $m$ .

**Bài 5.**



- $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$  (gt) nên tứ giác BADC nội tiếp đường tròn tâm O là trung điểm của BC.
  - $\angle ADB = \angle BDN (= \angle ACB)$  (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung trong các đường tròn ngoại tiếp tứ giác BADC, NMDC) nên DB là phân giác góc AND.
  - $OM \perp AC$  (OM là đường trung bình tam giác ABC) nên suy ra MO là tiếp tuyến đường tròn đường kính MC.
  - $MN \perp BC$  (góc MNC nội tiếp nửa đường tròn đường kính MC)
  - $PM \perp BC$  (M là trực tâm tam giác PBC)
- Suy ra P, M, N thẳng hàng.



**Đề số 47. Sở GD và ĐT Bình Thuận. Năm học: 2015-2016**

**Bài 1:** (2 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2+x-6=0$

b) 
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

**Bài 2:** (2 điểm) Rút gọn biểu thức :

a)  $A = \sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{75}$

b)  $B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}}$

**Bài 3:** (2 điểm)

a) Vẽ đồ thị ( P ) của hàm số  $y = x^2$

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d)  $y = kx + 1$  luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k .

**Bài 4:** (4 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ , D là một điểm tùy ý trên nửa đường tròn ( D khác A và D khác B ) . Các tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C, BC cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Kẻ DF vuông góc với AB tại F.

a) Chứng minh : Tam giác OACD nội tiếp.

b) Chứng minh:  $CD^2 = CE.CB$

c) Chứng minh: Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF.

d) Giả sử  $OC = 2R$  , tính diện tích phần tam giác ACD nằm ngoài nửa đường tròn (O) theo R.

----- **HẾT** -----

*Giám thị không giải thích gì thêm*

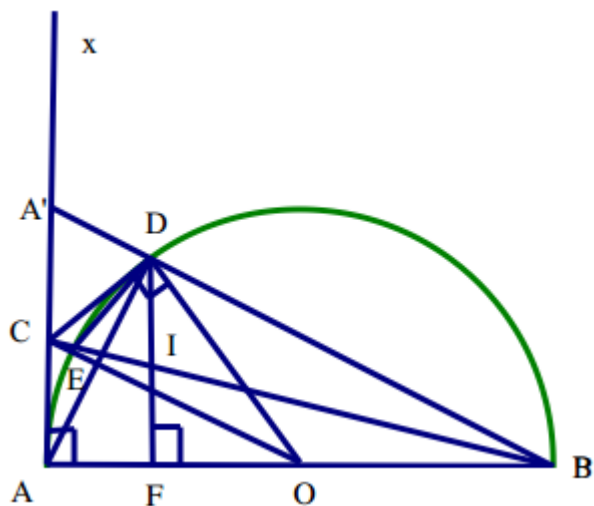
Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

Chữ ký của giám thị 1 : ..... Chữ ký của giám thị 2 .....

ĐÁP ÁN

Bài 1		
1đ	a	$x^2 + x - 6 = 0$ $\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-6) = 25$ $\sqrt{\Delta} = 5$ $\Rightarrow x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$
1đ	b	$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x+y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$
Bài 2		
	a	$A = \sqrt{27} - 2\sqrt{27} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$
	b	$B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}} = \frac{6}{3^2 - \sqrt{7}^2} = \frac{6}{9-7} = 3$
Bài 3	a	<p>Lập đúng bảng giá trị và vẽ hình (1đ) <math>y=x^2</math></p>
	b	<p>PT hoành độ giao điểm của (P) và (d)</p> $x^2 = kx + 1$ $x^2 - kx - 1 = 0$ $\Delta = k^2 + 4$ <p><math>\forall k^2 \geq 0</math> với mọi giá trị k</p> <p>Nên <math>k^2 + 4 &gt; 0</math> với mọi giá trị k</p> <p><math>\Rightarrow \Delta &gt; 0</math> với mọi giá trị k</p> <p>Vậy đ ờng thẳng (d) <math>y = kx + 1</math> luôn cắt đ ờ thị (P) tại hai điểm phân i t với mọi k .</p>
Bài 4		

a



Xét tam giác OACD có:  
 $\angle CAO = 90^\circ$  (CA là tiếp tuyến)  
 $\angle CDO = 90^\circ$  (CD là tiếp tuyến)  
 $\Rightarrow \angle CAO + \angle CDO = 180^\circ$   
 $\Rightarrow$  Tứ giác OACD nội tiếp

b

Xét tam giác CDE và tam giác CBD có:  
 $\angle DCE$  chung và  $\angle CDE = \angle CBD (= \frac{1}{2}$  số cung DE)  
 $\Rightarrow$  Xét tam giác CDE đồng dạng với tam giác CBD (g.g)  
 $\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow CD^2 = CE \cdot CB$

c

Tia BD cắt Ax tại A'. Gọi I là giao điểm của BC và DF  
Ta có  $\angle ADB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  
 $\Rightarrow \angle ADA' = 90^\circ$ , suy ra  $\triangle ADA'$  vuông tại D.  
Lại có  $CD = CA$  (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)  
nên suy ra đợc  $CD = CA'$ , do đó  $CA = A'C$  (1).  
Mặt khác ta có  $DF \parallel AA'$  (cùng vuông góc với AB)  
nên theo định lý Ta-lét thì  $\frac{ID}{CA'} = \frac{IF}{CA} (= \frac{BI}{BC})$  (2)  
Từ (1) và (2) suy ra  $ID = IF$   
Vậy BC đi qua trung điểm của DF.

d

Tính  $\cos \angle COD = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle COD = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \angle AOD = 120^\circ$   
 $S_{\text{quat}} = \frac{\pi \cdot R \cdot 120}{360} = \frac{\pi R}{3} (dvd t)$   
Tính  $CD = R\sqrt{3}$   
 $S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} CD \cdot DO = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot R = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 (dvd t)$   
 $S_{OACD} = 2S_{\triangle OCD} = \sqrt{3} R^2 (dvd t)$

Diện tích phần tam giác ACD nằm ngoài nửa đường tròn (O)

$$S_{OACD} - S_{quat} = \sqrt{3}R^2 - \frac{\pi R}{3} (dv dt)$$

**Đề số 48. Sở GD và ĐT Cần Thơ. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1: (2,5 điểm)**

1) Giải các phương trình và hệ phương trình trên tập số thực:

a)  $2x^2 - 3x - 27 = 0$

b)  $x^4 - x^2 - 72 = 0$

c) 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

2) Tính GTBT  $P = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  với  $x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ;  $y = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

**Câu 2: (1,5 điểm)**

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho (P):  $y = -\frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị của (P).

b) Gọi A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) và B(x<sub>2</sub>; y<sub>2</sub>) là hoành độ giao điểm của (P) và (d):  $y = x - 4$ . Chứng minh:

$$y_1 + y_2 - 5(x_1 + x_2) = 0$$

**Câu 3: (1,5 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - ax - b^2 + 5 = 0$

a) GPT khi a = b = 3

b) Tính  $2a^3 + 3b^4$  biết phương trình nhận x<sub>1</sub> = 3, x<sub>2</sub> = -9 làm nghiệm.

**Câu 4: (1,5 điểm)**

Nhân ngày quốc tế thiếu nhi, 13 HS ( nam và nữ) tham gia gói 80 phần quà cho các em thiếu nhi. Biết tổng số quà mà HS nam gói được bằng tổng số quà mà HS nữ gói được. Số quà mỗi bạn nam gói nhiều hơn số quà mà mỗi bạn nữ gói là 3 phần. Tính số HS nam và nữ.

**Câu 5: (3 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Đường thẳng qua O và vuông góc AB cắt cung AB tại C. Gọi E là trung điểm BC. AE cắt nửa đường tròn O tại F. Đường thẳng qua C và vuông góc AF tại G cắt AB tại H.

a) Cm: tứ giác CGOA nội tiếp đường tròn. Tính OGH

b) Chứng minh: OG là tia phân giác CFO

c) Chứng minh ΔCGO đồng dạng ΔCFB

d) Tính diện tích ΔFAB theo R.

----HẾT----

## GIẢI

### Câu 1:

1)

$$a) 2x^2 - 3x - 27 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4.2.(-27) = 225$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 15$$

$$x_1 = \frac{9}{2}; x_2 = -3$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$$b) x^4 - x^2 - 72 = 0$$

Đặt  $x^2 = t$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình trở thành:  $t^2 - t - 72 = 0$

$$\Delta = 289 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 17$$

Phương trình có 2 nghiệm  $t = 9$  (tm);  $t = -8$  (loại)

Với  $t = 9 \Leftrightarrow x^2 = 9$

$$\Rightarrow x = \pm 3$$

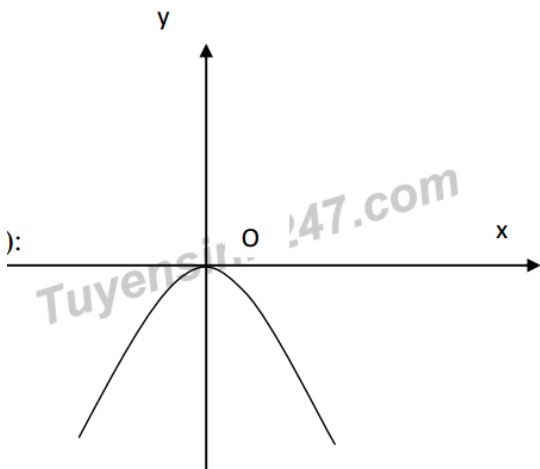
Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt là  $x = 3$ ;  $x = -3$

$$c) \begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 10x + 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$2) \text{ Ta có: } P = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2}{(\sqrt{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{1} = 4$$

### Câu 2:

$$a) (P): y = \frac{-1}{2}x^2$$



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{-1}{2}x^2 = x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

Giải phương trình ta được:  $x = 2$ ;  $x = -4$

Tọa độ giao điểm là:  $(2; -2)$  và  $(-4; -8)$

Khi đó:  $y_1 + y_2 - 5(x_1 + x_2) = -2 + (-8) - 5(2 - 4) = 0$

**Câu 3:**  $x^2 - ax - b^2 + 5 = 0$

a) Khi  $a = b = 3$  ta có phương trình:  $x^2 - 3x - 4 = 0$

vì  $a - b + c = 1 - (-3) - 4 = 0$  nên phương trình có nghiệm:  $x = -1; x = 4$ .

b) Vì phương trình nhận  $x = 3; x = -9$  là nghiệm nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9 - 3a - b^2 + 5 = 0 \\ 81 + 9a - b^2 + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b^2 = 14 \\ 9a - b^2 = -86 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a = -71 \\ b^2 = 14 - 3a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b^2 = 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 2a^3 + 3b^4 = 2.(-6)^3 + 3.32^2 = 2640$$

**Câu 4:**

Gọi  $x$  (HS) là số HS nam.

ĐK:  $0 < x < 13$ ,  $x$  nguyên.

Số HS nữ là:  $13 - x$  (HS)

Số phần quà mà mỗi HS Nam gói được:  $\frac{40}{x}$  (phần)

Số phần quà mà mỗi HS nữ gói được:  $\frac{40}{13-x}$  (phần)

Theo bài toán ta có phương trình:

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{13-x} = 3$$

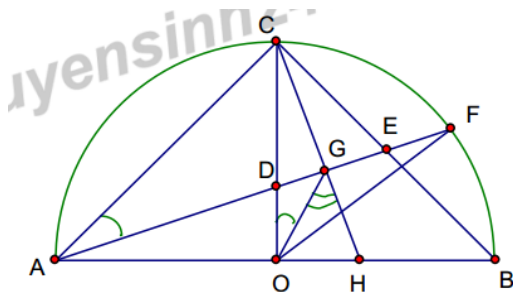
$$\Leftrightarrow 40(13-x) - 40x = 3x(13-x)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 119x + 520 = 0$$

Giải phương trình ta được  $x = 5$ .

Vậy số HS nam là 5, số HS nữ là 8.

**Câu 5:**



a) Ta có  $\angle AOC = \angle AGC = 90^\circ$

nên O, G cùng nhìn AC dưới 1 góc  $90^\circ$

Do đó tứ giác ACGO nội tiếp đường tròn đường kính AC.

$$\Rightarrow \angle OGH = \angle OAC$$

Mà  $\triangle OAC$  vuông cân tại O

$$\text{Nên } \angle OAC = 45^\circ$$

$$\text{Do đó } \angle OGH = 45^\circ$$

b) Vì tứ giác ACGO nội tiếp

Nên  $\angle CAG = \angle COG$  ( cùng chắn cung CG)

Mà  $CAG = \frac{1}{2}COF$  ( góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung CF)

$$\Rightarrow COG = \frac{1}{2}COF$$

Nên OG là tia phân giác CFO

c) Xét  $\triangle CGO$  và  $\triangle CFB$  có

$CGO = CBF$  ( cùng bằng góc C F A )

$OCG = FCB (= OAG)$

Nên hai tam giác đồng dạng.

d) Gọi D là giao điểm CO và AE.

Ta có D là trọng tâm  $\triangle CAB$  (CO và AE là trung tuyến)

$$\Rightarrow OD = \frac{1}{3}OC = \frac{R}{3}$$

Do đó theo định lý Pitago ta tính được:  $AD = \frac{R}{3}\sqrt{10}$

Mà  $\triangle AOD$  đồng dạng  $\triangle AFB$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle AFB}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{R\sqrt{10}}{3}}{2R}\right)^2 = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AFB} = \frac{18}{5} \cdot S_{\triangle ADO} = \frac{18}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot R \cdot \frac{R}{3} = \frac{3}{5}R^2$$

**Đề số 49. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2015-2016**

**Bài 1:** (1,5 điểm)

- 1) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức  $\sqrt{28a^4}$
- 2) Tính giá trị của biểu thức :  $A = \left( \frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - 1} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

**Bài 2:** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3}{2x} - y = 6 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases}$$

**Bài 3:** (2,0 điểm) Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị (P)

- 1) Vẽ đồ thị (P)
- 2) Cho các hàm số  $y = x + 2$  và  $y = -x + m$  ( với  $m$  là tham số) lần lượt có đồ thị là (d) và (dm). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để trên một mặt phẳng tọa độ các đồ thị của (P), (d) và (dm) cùng đi qua một điểm.

**Bài 4:** (2,0 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x - 2m = 0$ , với  $m$  là tham số.

- 1) Giải phương trình khi  $m = 1$ .
- 2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ . Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho  $x_1^2 + x_1 - x_2^2 = 5 - 2m$

**Bài 5:** (3,5 điểm)

Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

- 1) Chứng minh rằng ABOC là tứ giác nội tiếp.
- 2) Cho bán kính đường tròn (O) bằng 3cm, độ dài đoạn thẳng OA bằng 5cm. Tính độ dài đoạn thẳng BC.
- 3) Gọi (K) là đường tròn qua A và tiếp xúc với đường thẳng BC tại C. Đường tròn (K) và đường tròn (O) cắt nhau tại điểm thứ hai là M. Chứng minh rằng đường thẳng BM đi qua trung điểm của đoạn thẳng AC.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh :.....Số báo danh :.....Phòng thi:.....



**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO ĐÀ NẰNG NĂM 5 – 2016**

**Bài 1:**

1)  $\sqrt{28a^4} = \sqrt{7 \cdot 4 \cdot (a^2)^2} = 2\sqrt{7} |a^2| = 2\sqrt{7}a^2$  (vì  $a^2 \geq 0$  với mọi a)

2)

$$A = \left[ \frac{\sqrt{7}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} \right] (\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$A = (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2$$

**Vậy A = 2**

**Bài 2: - ĐK : x ≠ 0. Ta có :**

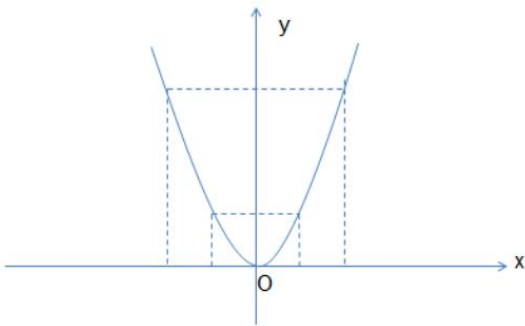
$$\begin{cases} \frac{3}{2x} - y = 6 \\ \frac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 3xy = 12x \\ 1 + 2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 4 \\ 1 + 2xy = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \neq 0(TM) \\ 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot y = -4 \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ 1 + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

**Bài 3 : 1) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị:  $y = x^2$**

x	0	1	2
y	0	1	4



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :  $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0(*)$

Phương trình (\*) có dạng :  $a - b + c = 0$  nên có 2 nghiệm :  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 2 \end{cases}$

Ta có (d) cắt (P) tại hai điểm A(-1; 1) và B(2; 4).

Đề (P), (d) và (dm) cùng đi qua một điểm thì hoặc  $A \in (dm)$  hoặc  $B \in (dm)$  .

+ Với  $A(-1; 1) \in (dm)$  , ta có :  $1 = -(-1) + m \Leftrightarrow m = 0$

+ Với  $B(2; 4) \in (dm)$  , ta có :  $4 = -2 + m \Leftrightarrow m = 6$

Vậy khi  $m = 0$  hoặc  $m = 6$  thì (P), (d) và (dm) cùng đi qua một điểm.

**Bài 4 :**

1) Thay  $m = 1$  được phương trình :  $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$

Vậy khi  $m = 1$ , phương trình có hai nghiệm  $x = \sqrt{2}$  và  $x = -\sqrt{2}$

2) Có  $\Delta = b^2 - 4ac = 4(m - 1)^2 + 8m = 4(m^2 - 2m + 1) + 8m = 4m^2 + 4 > 0$  với mọi  $m$  nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

Theo Vi-et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m - 2 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2m & (2) \end{cases}$$

Theo bài ta có  $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$  (3).

Từ (1) và (3) ta có hệ (I) :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2m - 2 - x_1 \\ x_1^2 + x_1 - (2m - 2 - x_1) = 5 - 2m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2m - 2 - x_1 \\ x_1^2 + 2x_1 = 3 \end{cases}$$

Từ hệ (I) có PT :  $x_1^2 + 2x_1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$  và  $x_1 = -3$

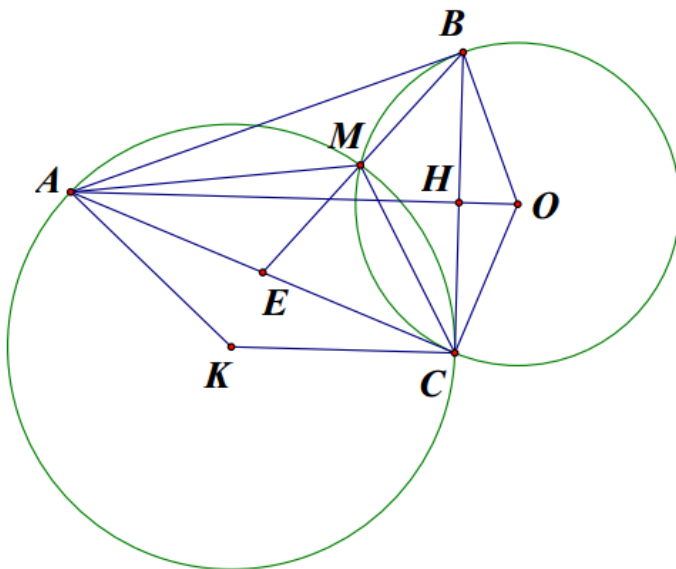
+ Với  $x = x_1 = 1, x_2 = 2m - 2 - x_1 = 2m - 2 - 1 = 2m - 3$ .

Thay vào (2) ta được:  $1 \cdot (2m - 3) = -2m \Leftrightarrow 4m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$

+ Với  $x = x_1 = -3$ , tương tự như trên ta có  $m = -\frac{3}{4}$

Vậy khi  $m = \pm \frac{3}{4}$  thì PT có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa :  $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$

**Bài 5 : Hình vẽ**



a) - Có  $AB \perp OB$  (t/c tiếp tuyến)  $\Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$

- Có  $AC \perp OC$  (t/c tiếp tuyến)  $\Rightarrow \angle ACO = 90^\circ$

- Xét tứ giác ABOC có  $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên nội tiếp được trong đường tròn.

b) - AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên AO là đường trung trực của BC. Gọi H là giao điểm của AO và BC, ta có  $BC = 2BH$ .

-  $\Delta ABO$  vuông tại B có BH là đường cao nên  $OB^2 = OH \cdot AO$

$$\Rightarrow OH = \frac{OB^2}{AO} = \frac{9}{5} \text{ cm}$$

-  $\Delta OBH$  vuông tại H  $\Rightarrow BH^2 = OB^2 - OH^2 \Rightarrow BH = \frac{12}{5} \text{ cm}$

$$\text{Vậy } BC = 2BH = \frac{24}{5} \text{ cm}$$

c)- Gọi E là giao điểm của BM và AC.

-  $\Delta EMC$  và  $\Delta ECB$  có  $\angle MEC = \angle CEB$  và  $\angle MCE = \angle ECB$  (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến CA cùng chắn cung MC của đường tròn (O))

$$\Rightarrow \Delta EMC \sim \Delta ECB \text{ (g-g)} \Rightarrow EC^2 = EM \cdot EB \text{ (*)}$$

-  $\Delta EMA$  và  $\Delta EAB$  có  $\angle MEA = \angle AEB$  (a) và :

+ Có  $\angle MAE = \angle MCB$  (3) (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến CB cùng chắn cung MC của đường tròn (K))

+ Có  $\angle MCB = \angle ABE$  (4) (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến BA cùng chắn cung MB của đường tròn (O))

+ Từ (3) và (4)  $\Rightarrow \angle MAE = \angle AEB$  (b)

- Từ (a) và (b)  $\Rightarrow \Delta EMA \sim \Delta EAB$  (g-g)  $\Rightarrow EA^2 = EM \cdot EB$  (\*\*)

- Từ (\*) và (\*\*)  $\Rightarrow EC^2 = EA^2 \Rightarrow EC = EA$ . Vậy BM đi qua trung điểm E của AC.

**Đề số 50. Sở GD và ĐT Đồng Nai. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

- 1) Giải phương trình  $5x^2 - 16x + 3 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$
- 3) Giải phương trình  $x^4 + 9x^2 = 0$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

- 1) Tính:  $\frac{2}{\sqrt{2}+2} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{18}$
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số  $y = 4x + m$  đi qua điểm (1;6)
- 3) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$ . Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng  $y = 2$ .

**Câu 3.** (1,25 điểm)

Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 6 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ 20 phút và người thứ hai làm trong 10 giờ thì xong công việc. Tính thời gian mỗi công nhân khi làm riêng xong công việc.

**Câu 4.** (1,25 điểm)

- 1) Chứng minh phương trình  $x^2 - 2x - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Tính  $T = 2x_1 + x_2 \cdot (2 - 3x_1)$ .
- 2) Chứng minh  $x^2 - 3x + 5 > 0$ , với mọi số thực x.

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O đường kính AB. Lấy hai điểm phân biệt C và D thuộc đường tròn (O); biết C và D nằm khác phía đối với đường thẳng AB. Gọi E, F tương ứng là trung điểm của hai dây AC, AD.

- 1) Chứng minh  $AC^2 + CB^2 = AD^2 + DB^2$ .
- 2) Chứng minh tứ giác AEOF nội tiếp đường tròn. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEOF.
- 3) Đường thẳng EF cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE tại điểm K khác E. Chứng minh đường thẳng DK là tiếp tuyến của đường tròn (O). Tìm điều kiện của tam giác ACD để tứ giác AEDK là hình chữ nhật.

----HẾT----

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHÍNH THỨC VÀO 10 TỈNH ĐỒNG NAI  
NĂM HỌC 2015 – 2016**

**Câu 1**

**1.1 Giải pt  $5x^2 - 16x + 3 = 0$**

$$\Delta' = (-8)^2 - 5.3 = 49$$

Phương trình có 2 nghiệm  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{8 \pm 7}{5} \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = \frac{1}{5}$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

**1.2 Giải hệ** 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 3x + 9y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 11y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{29}{11} \\ y = \frac{16}{11} \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có 1 nghiệm duy nhất.

**1.3 Giải pt  $x^4 + 9x^2 = 0$**

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 + 9) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -9(VN) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất  $x = 0$ .

**Câu 2**

**2.1 Tính**

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{2}+2} + \frac{1}{3}\sqrt{18} &= \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{1-2} + \frac{3\sqrt{2}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{2}-2}{-1} + \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \end{aligned}$$

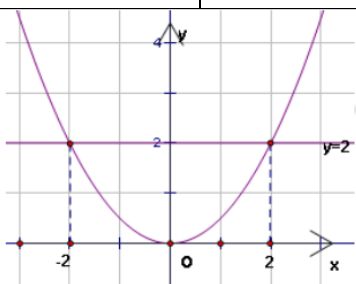
**2.2 Tìm m để đồ thị hàm số  $y = 4x + m$  đi qua (1;6)**

Thay  $x = 1$  ;  $y = 6$  vào ta có  $6 = 4.1 + m \Rightarrow m = 2$

**2.3 Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = \frac{x^2}{2}$ . Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng  $y = 2$ .**

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{x^2}{2}$	2	1/2	0	1/2	2



(P) cắt (d)  $y = 2$  nên  $y = 2$  thỏa (P)

$$\Rightarrow 2 = \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

hay tọa độ giao điểm là  $(-2; 2)$  và  $(2; 2)$

### Câu 3

Gọi  $x$  (h) là thời gian người thứ nhất làm 1 mình xong công việc ( $x > 6$ ).

Thì trong 1h người thứ nhất làm được  $1/x$  (cv)

$y$  (h) là thời gian người thứ hai làm 1 mình xong công việc ( $y > 6$ )

Trong 1h người thứ hai làm được  $1/y$  (cv)

Trong 3h20' người thứ nhất làm được  $\frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x}$  (công việc) trong 10h người thứ hai làm được  $10 \cdot \frac{1}{y}$  (công việc)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{y}\right) + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{20}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} (TM)$$

### Câu 4.

1) C/m pt  $x^2 - 2x - 2 = 0$  luôn có 2 nghiệm phân biệt

$\Delta' = (-1)^2 - 1(-2) = 3 > 0$  nên pt luôn có 2 nghiệm phân biệt

Theo Viet ta có:  $x_1 + x_2 = 2$ ;  $x_1 \cdot x_2 = -2$

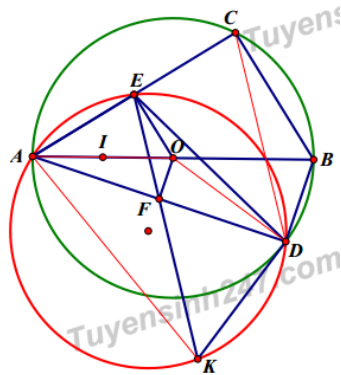
Tính  $T = 2x_1 + x_2(2 - 3x_1) = 2(x_1 + x_2) - 3x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (2) - 3 \cdot (-2) = 10$

2) C/m  $x^2 - 3x + 5 > 0$  với mọi  $x$

$$x^2 - 3x + 5 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0$$

### Câu 5.

#### Cách 1



a) Dùng định lý Pytago cho tam giác vuông ACB và ADB

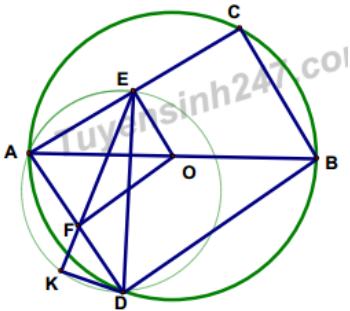
b) Ta có E là trung điểm của AC, F là trung điểm của AD nên OE vuông góc với AC, OF vuông góc với AD do đó tứ giác AEOF có tổng hai góc đối là  $2v$  nên nội tiếp. Do góc AEO vuông nên tâm I đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEOF là trung điểm của AO.

c) \* Ta có tam giác OAD cân tại O nên góc OAD = góc ODA, mà góc ADK = góc AEK = góc AOF. Do góc OAD + góc AOF =  $90^0$  nên góc ODA + góc ADK =  $90^0$  suy ra DK vuông góc với DO suy ra KD là tiếp tuyến (O).

\* Ta có OF là đường trung bình tam giác ABD nên  $OF \parallel DB$  suy ra  $\angle AOF = \angle ABD = \angle ACD$ .

Để tứ giác AEDK là hình chữ nhật thì  $EF = FK = FA = FD$  suy ra góc FAE = góc FEA suy ra góc FAE = góc ACD do đó tam giác ACD cân tại D

## Cách 2



1) C/m  $AC^2 + CB^2 = AD^2 + DB^2$

$\Delta ABC$  vuông tại C. Theo Pitago thì  $AB^2 = AC^2 + CB^2$

$\Delta ABD$  vuông tại D. Theo Pitago thì  $AB^2 = AD^2 + DB^2$

Suy ra  $AC^2 + CB^2 = AD^2 + DB^2$

2) cm AEOF nội tiếp

E là trung điểm dây AC nên  $OE \perp AC$  hay  $\angle AEO = 90^0$

F là trung điểm dây AD nên  $OF \perp AD$  hay  $\angle AFO = 90^0$

$\angle AEO + \angle AFO = 180^0 \Rightarrow$  AEOF nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng  $180^0$ ), Tâm của đường tròn là trung điểm OA

3) C/m DK là tiếp tuyến (O).

$\Delta ABD$  có FO là đường trung bình nên  $\angle AOF = \angle ABD$

$$\angle ADK = \angle AEF (\angle AEK) = \angle AOF = \angle ABD = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AD}$$

Vậy DK là tiếp tuyến (O)

-----HẾT-----

**Đề số 51. Sở GD và ĐT Hải Dương. Năm học: 2015-2016**

**Câu I (2,0 điểm)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

- 1)  $2x+1=0$
- 2) 
$$\begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = -1 + 2x \end{cases}$$
- 3)  $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$

**Câu II (2,0 điểm)**

- 1) Rút gọn biểu thức  $A = (\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 3) - (\sqrt{a} + 1)^2 + \sqrt{9a}$  với  $a \geq 0$
- 2) Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 60 km. Hai người đi xe đạp cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B với vận tốc bằng nhau. Sau khi đi được 1 giờ thì xe của người thứ nhất bị hỏng nên phải dừng lại sửa xe 20 phút, còn người thứ hai tiếp tục đi với vận tốc ban đầu. Sau khi sửa xe xong, người thứ nhất đi với vận tốc nhanh hơn trước 4 km/h nên đã đến B cùng lúc với người thứ hai. Tính vận tốc hai người đi lúc đầu.

**Câu III (2,0 điểm)**

- 1) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$  có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- 2) Cho hai hàm số  $y = (3m + 2)x + 5$  với  $m \neq -1$  và  $y = -x - 1$  có đồ thị cắt nhau tại điểm A(x;y). Tìm các giá trị của  $m$  để biểu thức  $P = y^2 + 2x - 3$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định và đường kính CD thay đổi không trùng với AB. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt các đường thẳng BC và BD lần lượt tại E và F. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF.

- 1) Chứng minh ACBD là hình chữ nhật.
- 2) Gọi H là trực tâm của tam giác BPQ. Chứng minh H là trung điểm của OA.
- 3) Xác định vị trí của đường kính CD để tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

**Câu V (1,0 điểm)** Cho 2015 số nguyên dương  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$  thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \geq 89$$

Chứng minh rằng trong 2015 số nguyên dương đó, luôn tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.

-----Hết-----

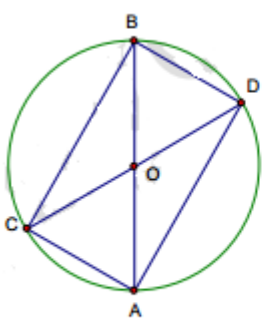
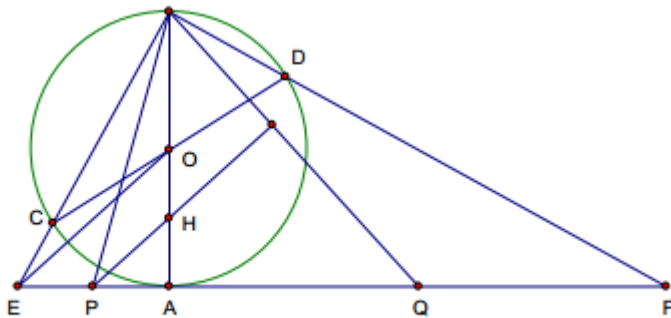
Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Chữ kí của giám thị 1: .....Chữ kí của giám thị 2: .....



**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**  
**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  
**NĂM HỌC 2015 - 2016**  
**(Hướng dẫn chấm gồm: 03 trang)**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I	1	Giải phương trình $2x+1=0$	0,50
		$Pt \Leftrightarrow 2x=-1$	0,25
		$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$	0,25
I	2	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x = 3 - 2y \\ y = -1 + 2x \end{cases}$	0,50
		Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$	0,25
		Tìm được $x=y=1$	0,25
I	3	Giải phương trình $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$	1,00
		Đặt $t = x^2, t \geq 0$ ta được $t^2 + 8t - 9 = 0$	0,25
		Giải phương trình ta tìm được $\begin{cases} t = 1 \\ t = -9 \end{cases}$	0,25
		$t = -9 < 0 \Rightarrow$ loại	0,25
		$t = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$	0,25
II	1	1) Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 3) - (\sqrt{a} + 1)^2 + \sqrt{9a}$ với $a \geq 0$	1,00
		$(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 3) = a - \sqrt{a} - 6$	0,25
		$(\sqrt{a} + 1)^2 = a + 2\sqrt{a} + 1$	0,25
		$A = a - \sqrt{a} - 6 - (a + 2\sqrt{a} + 1) + 3\sqrt{a}$	0,25
		$A = -7$	0,25
II	2	Tính vận tốc hai người đi lúc đầu	1,00
		Gọi vận tốc hai người đi lúc đầu là $x$ km/h ( $x > 0$ )	0,25
		Thời gian đi từ A đến B của người thứ hai là $\frac{60}{x}$ (h)	
		Quãng đường người thứ nhất đi được trong 1 giờ đầu là $x$ (km) $\Rightarrow$ Quãng đường còn lại là $60 - x$ (km)	0,25
		$\Rightarrow$ Thời gian người thứ nhất đi quãng đường còn lại là $\frac{60 - x}{x + 4}$ (h)	
		$20' = \frac{1}{3}$ (h)	0,25
		Theo bài ra ta có: $\frac{60}{x} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{60 - x}{x + 4}$	
		$\Leftrightarrow 60.3(x+4) = 4.x(x+4) + 3.x.(60-x)$ $\Leftrightarrow x^2 + 16x - 720 = 0$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -36 \end{cases}$ <p>Do <math>x &gt; 0</math> nên <math>x = 20</math>. Vậy vận tốc hai người đi lúc đầu là 20 km/h</p>	
III	1	Tìm $m$ để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.	1,00
		$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) = 2m + 4$	0,25
		Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 2m + 4 = 0$ $\Leftrightarrow m = -2$	0,25
		Nghiệm kép là: $x_1 = x_2 = m + 1$	0,25
		Vậy $m = -2$ thì phương trình có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = -1$	0,25
III	2	Cho hai hàm số $y = (3m + 2)x + 5$ với $m \neq -1$ và $y = -x - 1$ có đồ thị cắt nhau tại điểm $A(x; y)$ . Tìm các giá trị của $m$ để biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.	1,00
		Với $m \neq -1$ hai đồ thị cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{-2}{m+1}; \frac{2}{m+1} - 1\right)$	0,25
		$P = y^2 + 2x - 3 = \left(\frac{2}{m+1} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{-2}{m+1}\right) - 3$	0,25
		Đặt $t = \frac{2}{m+1}$ ta được $P = t^2 - 4t - 2 = (t - 2)^2 - 6 \geq -6$	0,25
		$P = -6 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \frac{2}{m+1} = 2 \Leftrightarrow m = 0$	0,25
		Vậy $m = 0$ thì biểu thức $P = y^2 + 2x - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất	
IV	1	Chứng minh ACBD là hình chữ nhật	1,00
		 <p>Hình vẽ ý 1</p>	
		 <p>Hình vẽ ý 2 và 3</p>	
		Vẽ đúng hình ý 1	0,25
		$\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		$\angle CAD = \angle CBD = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		Suy ra Chứng minh ACBD là hình chữ nhật	0,25
IV	2	Chứng minh H là trung điểm của OA	1,00
		Tam giác BEF vuông tại B có đường cao BA nên $AB^2 = AE \cdot AF$	0,25
		$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow \frac{AE}{2OA} = \frac{AB}{2AQ} \Rightarrow \frac{AE}{OA} = \frac{AB}{AQ}$	
		$\angle EAO = \angle BAQ = 90^\circ \Rightarrow$ tam giác AEO đồng dạng với tam giác ABQ	0,25
		$\Rightarrow \angle AEO = \angle ABQ$ . Mặt khác $\angle HPF = \angle ABQ$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) nên	0,25

		AEO=HPF. Hai góc này ở vị trí đồng vị lên PH//OE	
		P là trung điểm của EA $\Rightarrow$ H là trung điểm của OA	0,25
IV	3	Xác định vị trí của CD để tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất	1,00
		Ta có: $S_{\Delta BPQ} = \frac{AB.PQ}{2} = R.PQ = R(AP + AQ) = \frac{R}{2}(AE + AF)$	0,25
		$\geq \frac{R}{2}.2\sqrt{AE.AF}$	0,25
		$= R.\sqrt{AB^2} = R.AB = 2R^2$ $S_{\Delta BPQ} = 2R^2 \Leftrightarrow AE = AF$	0,25
		$\Leftrightarrow$ tam giác BEF vuông cân tại B $\Leftrightarrow$ tam giác BCD vuông cân tại B $\Rightarrow$ CD vuông AB Vậy $S_{\Delta BPQ}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $2R^2$ khi CD vuông AB	0,25
V		Cho 2015 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \geq 89$ Chứng minh rằng trong 2015 số nguyên dương đó, luôn tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.	1,00
		Giả sử trong 2015 số nguyên dương đã cho không có 2 số nào bằng nhau. Không mất tính tổng quát, ta sắp xếp các số đó như sau: $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{2015} \Rightarrow a_1 \geq 1, a_2 \geq 2, a_3 \geq 3, \dots, a_{2015} \geq 2015$	0,25
		$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} \leq \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2015}}$	0,25
		$= 1 + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{2}{2\sqrt{2015}}$ $< 1 + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}} + \frac{1}{\sqrt{2015} + \sqrt{2014}}\right)$	0,25
		$= 1 + 2(\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{2014} - \sqrt{2013} + \sqrt{2015} - \sqrt{2014})$ $= 1 + 2(\sqrt{2015} - 1)$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2015}}} < 89$ Vô lý. Do đó trong 2015 số nguyên dương đã cho, luôn tồn tại ít nhất 2 số bằng nhau.	0,25

**Đề số 52. Sở GD và ĐT Hải Phòng. Năm học: 2015-2016**

**Phần I. Trắc nghiệm khách quan (2, 0 điểm)**

Hãy chỉ chọn một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

**Câu 1.** Biểu thức  $M = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$  xác định khi cầ chỉ khi:

- A.  $x \leq \frac{1}{3}$                       B.  $x \geq \frac{1}{3}$                       C.  $x > \frac{1}{3}$                       D.  $x < \frac{1}{3}$

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R?

- A.  $y = \frac{x}{3} - 1$                       B.  $y = \sqrt{2}x - 3x$                       C.  $y = (\sqrt{5} - 1)x$                       D.  $y = (\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}$

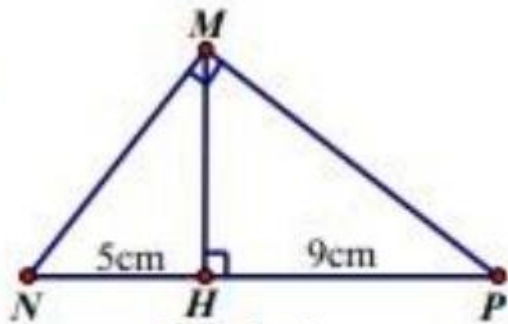
**Câu 3.** Đường thẳng đi qua điểm M(1; -2) và song song với đường thẳng  $x - 2y = -3$  có phương trình là:

- A.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

**Câu 4.** Phương trình  $3x^2 - 5x - 2015$  có tổng hai nghiệm là:

- A.  $\frac{5}{6}$                       B.  $-\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{2015}{3}$                       D.  $\frac{5}{3}$

**Câu 5.** Cho  $\Delta MNP$  vuông tại M, đường cao MH (hình 1). Biết NH = 5 cm, HP = 9 cm. Độ dài MH bằng:



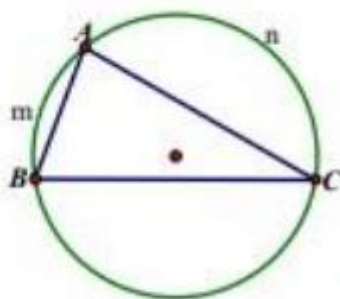
Hình 1

- A.  $3\sqrt{5}$  cm                      B. 7cm                      C. 4cm                      D. 4,5cm

**Câu 6.** Cho đường tròn (O; 25 cm) và dây AB = 40 cm. Khi đó khoảng cách từ tâm O đến dây AB là:

- A. 15cm                      B. 7cm                      C. 20cm                      D. 24cm

**Câu 7.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O (hình 2), biết số cung AmB =  $60^\circ$ , số cung AnC =  $140^\circ$ . Số đo của góc BAC bằng:



Hình 2

- A.  $40^\circ$                       B.  $160^\circ$                       C.  $80^\circ$                       D.  $120^\circ$

**Câu 8.** Khối nón có chiều cao bằng 12 cm, đường sinh bằng 15 cm thì có thể tích là:

- A.  $36\pi \text{ cm}^3$                       B.  $81\pi \text{ cm}^3$                       C.  $162\pi \text{ cm}^3$                       D.  $324\pi \text{ cm}^3$

**Phần II. Tự luận (8,0 điểm)**

**Bài 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$

b)  $B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$

2. Giải hệ phương trình, bất phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases}$$

b)  $\frac{x+3}{4} + 1 < x + \frac{x+2}{3}$

**Bài 2.** (2,0 điểm)

1. Trong hệ trục Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = (5m - 1)x - 6m^2 + 2m$  (m là tham số) và parabol (P):  $y = x^2$ .

a) Tìm giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi  $x_1; x_2$  lần lượt là hoành độ của A, B. Tìm giá trị của m để  $x_1^2 + x_2^2 = 1$

2. Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần (mỗi tuần trồng được diện tích bằng nhau). Thực tế, mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên cuối cùng đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn dự định một tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

**Bài 3.** (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A và  $AC > AB$ , D là một điểm trên cạnh AC sao cho  $CD < AD$ . Vẽ đường tròn tâm D và tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (D) tại F (F khác E).

a) Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại các điểm N, K, I. Chứng minh:  $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$ . Suy ra:  $IF \cdot BK = IK \cdot BF$

c) Chứng minh rằng: tam giác ANF là tam giác cân.

**Bài 4.** (1,0 điểm)

a) Cho  $a, b > 0$ . Chứng minh rằng:  $3(b^2 + 2a^2) \geq (b + 2a)^2$

b) Cho  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{1}{2}$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{b^2 + 2a^2}}{ab} + \frac{\sqrt{c^2 + 2b^2}}{bc} + \frac{\sqrt{a^2 + 2c^2}}{ca} \geq \sqrt{3}$$

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG HẢI PHÒNG**

**I. Phần 1: Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm). Mỗi câu đúng được 0,25 điểm**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	B	D	A	A	C	D

**II. Phần 2. Tự luận (8,0 điểm)**

**Bài 1. (2,0 điểm)**

a)  $A = 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$

b)

$$B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} = (3 + \sqrt{3})\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$$

$$= (3 + \sqrt{3})|3 - \sqrt{3}| = (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 9 - 3 = 6$$

2.

$$a) \begin{cases} 3x + y = 8 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 16 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x, y) = (3; -1)$

b)  $\frac{x+3}{4} + 1 < x + \frac{x+2}{3} \Leftrightarrow 3x + 9 + 12 < 12x + 4x + 8 \Leftrightarrow -13x < -13 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy bất phương trình có nghiệm  $x > 1$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$x^2 = (5m-1)x - 6m^2 + 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (5m-1)x + 6m^2 - 2m = 0$$

$$\Delta = (m-1)^2$$

Để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq 1.$$

b)(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi  $m \neq 1$ .

hệ thức Vi-ét với phương trình (1) có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5m - 1 \\ x_1 x_2 = 6m^2 - 2m \end{cases}$

Lại có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (5m-1)^2 - 2(6m^2 - 2m) = 1$$

$$\Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(TM) \\ m = \frac{6}{13}(TM) \end{cases}$$

Vậy với  $m = 0; m = \frac{6}{13}$  thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn đầu bài.

2. Gọi diện tích rừng mà mỗi tuần lâm trường dự định trồng là  $x$  (ha). (Điều kiện:  $x > 0$ )

Theo dự định, thời gian trồng hết 75 ha rừng là:  $\frac{75}{x}$  (tuần)

Vì mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được  $x + 5$  (ha)

Do đó thời gian thực tế lâm trường trồng hết 80 ha rừng là  $\frac{80}{x+5}$  (tuần)

Vì thực tế, lâm trường trồng xong sớm so với dự định là 1 tuần nên ta có phương trình:

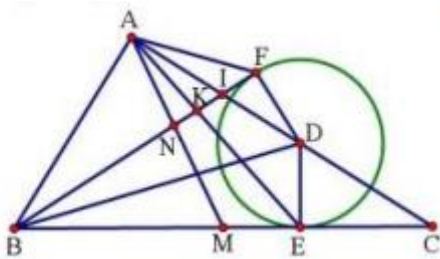
$$\frac{75}{x} - \frac{80}{x+5} = 1$$

Giải ra ta được:  $x = 15$  (thỏa mãn điều kiện);  $x = -20$  (loại)

Vậy mỗi tuần lâm trường dự định trồng 15 ha rừng.

### Bài 3. (3,0 điểm)

Vẽ hình đúng cho phần a)



a) Theo tính chất tiếp tuyến, ta có:  $BED = BFD = 90^\circ$

Mà  $BAD = BAC = 90^\circ$  (giả thiết)

Do đó:  $BED = BFD = BAD = 90^\circ$

Vậy: Năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính BD.

b) Gọi (O) là đường tròn đường kính BD.

Trong đường tròn (O), ta có:

Cung DE = cung DF (do DE, DF là bán kính đường tròn (D))  $\Rightarrow EAD = DAF$

Suy ra: AD là tia phân giác  $\hat{A}$  hay AI là tia phân giác của  $\Delta KAF$

Theo tính chất phân giác ta có  $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$  (1)

Vì  $AB \perp AI$  nên AB là tia phân giác ngoài tại đỉnh A của  $\Delta KAF$ .

Theo tính chất phân giác ta có:  $\frac{BK}{BF} = \frac{AK}{AF}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{IK}{IF} = \frac{BK}{BF}$

Vậy  $IF \cdot BK = IK \cdot BF$  (đpcm)

c) Ta có: AM là trung tuyến thuộc cạnh huyền BC nên  $AM = MC$ ,

Do đó  $\Delta AMC$  cân tại M, suy ra:  $MCA = MAC$

Từ đó  $NAF = MAC + DAF = MCA + EAC$  (vì AI là tia phân giác của góc EAF)

Mà  $AEB = MCA + EAC$  (góc ngoài của tam giác AEC)

Nên  $NAF = AEB$

Mặt khác  $AFB = AEB$  (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow NAF = BFA = NFA$

Vậy:  $\Delta ANF$  cân tại N (đpcm)

**Bài 4.** (1,0 điểm)

a) Ta có:  $3(b^2 + 2a^2) \geq (b + 2a)^2$

$$\Leftrightarrow 3b^2 + 6a^2 \geq b^2 + 4ab + 4a^2$$

$$\Leftrightarrow 2(a - b)^2 \geq 0 \quad \forall a, b$$

Dấu “ ” xảy ra khi và chỉ khi  $a = b$

b) Theo câu a

$$3(b^2 + 2a^2) \geq (b + 2a)^2 \Rightarrow \sqrt{b^2 + 2a^2} \geq \frac{b + 2a}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{b^2 + 2a^2}}{ab} \geq \frac{bc + 2ac}{\sqrt{3}abc} \quad (1)$$

Chứng minh tương tự:

$$\frac{\sqrt{c^2 + 2b^2}}{bc} \geq \frac{ca + 2ab}{\sqrt{3}abc} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{a^2 + 2c^2}}{ca} \geq \frac{ab + 2bc}{\sqrt{3}abc} \quad (3)$$

Cộng (1), (2) và (3) về với về ta được

$$\frac{\sqrt{b^2 + 2a^2}}{ab} + \frac{\sqrt{c^2 + 2b^2}}{bc} + \frac{\sqrt{a^2 + 2c^2}}{ca} \geq \frac{3(ab + bc + ca)}{\sqrt{3}abc} = \sqrt{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \quad (4)$$

Áp dụng BĐT  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$  với  $x, y > 0$  ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \right) \geq \frac{1}{2} \left( \frac{4}{a+b} + \frac{4}{b+c} + \frac{4}{c+a} \right) = 2 \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \geq 1 \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra

$$\frac{\sqrt{b^2 + 2a^2}}{ab} + \frac{\sqrt{c^2 + 2b^2}}{bc} + \frac{\sqrt{a^2 + 2c^2}}{ca} \geq \sqrt{3}$$

Dấu “=” xảy ra khi  $a = b = c = 3$ .



**Đề số 53. Sở GD và ĐT Hà Nam. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{8} - 7\sqrt{32} + 5\sqrt{50}$

b) Cho biểu thức  $B = \frac{x - \sqrt{x}}{x - 4} + \frac{2}{2 - \sqrt{x}} - 1$  (với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ ).

Rút gọn B và tìm x để  $B = 1$ .

**Câu 2 (1,5 điểm)**

a) Giải phương trình  $5x^2 - 6x - 8 = 0$

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x+3)(y+2) = 7 + xy \\ (x+1)(y+1) = xy + 2 \end{cases}$$

**Câu 3 (1,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 3mx - 3$  (với m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 3).

b) Xác định các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2 tung độ của hai giao điểm đó bằng -10.

**Câu 4 (4,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm trên đường tròn. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại A. Trên d lấy điểm D (D không trùng với A), kẻ tiếp tuyến DB của (O) (B là điểm, B không trùng với A).

a) Chứng minh rằng tứ giác AOBĐ nội tiếp.

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm C. Kẻ DH vuông góc với OC (H thuộc OC). Gọi I là giao điểm của AB và OD. Chứng minh rằng  $OH \cdot OC = OI \cdot OD$

c) Gọi M là giao điểm của DH với cung nhỏ AB của (O). Chứng minh rằng CM là tiếp tuyến của (O)

d) Gọi E là giao điểm của DH và CI. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường tròn đường kính OD và đường tròn ngoại tiếp tam giác OIM. Chứng minh rằng O, E, F thẳng hàng.

**Câu 5 (1,0 điểm)** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn  $x + 3y \leq 10$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}} \geq 10$ .

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

----- **Hết** -----

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH HÀ NAM**

**Câu 1.**

a)  $A = 2\sqrt{2} - 28\sqrt{2} + 25\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

b)  $B = \frac{x - \sqrt{x} - 2(\sqrt{x} + 2) - x + 4}{x - 4} = \frac{-3\sqrt{x}}{x - 4}$

**Câu 2.**

a) Ta có  $\Delta' = (-3)^2 - 5 \cdot (-8) = 49 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = \frac{3+7}{5} = 2; x_2 = \frac{3-7}{5} = \frac{-4}{5}$

b)  $\begin{cases} (x+3)(y+2) = xy+7 \\ (x+1)(y+1) = xy+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+2x+3y+6 = xy+7 \\ xy+x+y+1 = xy+2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=1 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; -1)$

**Câu 3.**

a) Đường thẳng (d) đi qua A(1; 3) nên  $3 = 3m \cdot 1 - 3 \Leftrightarrow m = 2$ .

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$x^2 = 3mx - 3 \Leftrightarrow x^2 + 3mx - 3 = 0 (*)$

Ta có  $\Delta = 9m^2 + 12 > 0$ , với mọi m nên phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm  $(x_1; y_1)$  và  $(x_2; y_2)$ .

Theo định lý Vi-ét ta có:  $x_1 + x_2 = -3m$ ;  $x_1 \cdot x_2 = -3$ .

Theo bài ra ta có:

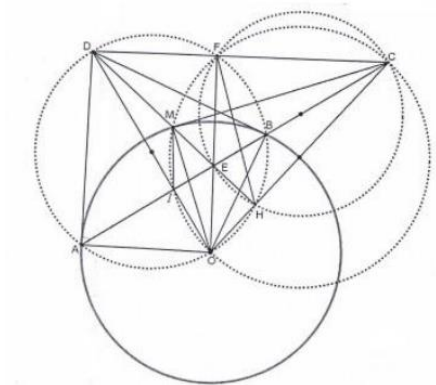
$y_1 + y_2 = -10 \Leftrightarrow -x_1^2 - x_2^2 = -10$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

$\Leftrightarrow 9m^2 + 6 = 10$

$\Leftrightarrow m = \pm \frac{2}{3}$

**Câu 4.**



a) DA và DB là các tiếp tuyến của (O) nên  $OBD = OAD = 90^\circ$

Xét tứ giác AOBD có  $OBD + OAD = 180^\circ$ , mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AOBD nội tiếp

b) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có  $DA = DB$  và DO là tia phân giác của ABD

Do đó tam giác ABD cân tại D có DO là đường phân giác nên đồng thời là đường trung trực....

Xét  $\triangle OIC$  và  $\triangle OHD$  có  $OIC=OHD=90^\circ$ ; chung  $OC$  nên

$\triangle OIC \sim \triangle OHD$  (g.g)

$$\frac{OI}{OH} = \frac{OC}{OD} \Rightarrow OH \cdot OC = OI \cdot OD \quad (1)$$

c) Xét tam giác AOD vuông tại A có AI là đường cao nên  $OA^2 = OH \cdot OD$  (2)

Mà  $OM = OA$  (là bán kính (O)). (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $OM^2 = OH \cdot OC \Rightarrow \frac{OM}{OH} = \frac{OC}{OM}$

Xét  $\triangle OHM$  và  $\triangle OMC$  có chung  $OC$ ;  $\frac{OM}{OH} = \frac{OC}{OM}$  nên  $\triangle OHM \sim \triangle OMC$  (c.g.c).

$\Rightarrow OMC=OIC=90^\circ$  nên  $CM$  là tiếp tuyến của (O).

d) Do  $OMC=OIC=90^\circ$  nên tứ giác OIMC nội tiếp đường tròn đường kính OC.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác CIM là đường tròn đường kính OC.

$\Rightarrow OFC=90^\circ$

Mặt khác ta có  $OFD=90^\circ$ . Như vậy  $OFC; OFD$  kề bù suy ra ba điểm C, F, D thẳng hàng.

Xét tam giác OCD có ba đường cao CH, DI, OF mà có E là giao điểm CH, DI nên ba điểm O, E, F thẳng hàng.

### Câu 5.

Cách 1. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số dương, ta có

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot x} = 3 \quad (1)$$

$$\frac{27}{\sqrt{3y}} + \frac{27}{\sqrt{3y}} + 3y \geq 3\sqrt[3]{\frac{27}{\sqrt{3y}} \cdot \frac{27}{\sqrt{3y}} \cdot 3y} = 27 \quad (2)$$

Cộng các bất đẳng thức (1) và (2) ta được

$$2\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}}\right) + x + 3y \geq 30$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}}\right) \geq 30 - (x + 3y) \geq 20 \quad (\text{do } x + 3y \leq 10)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}} \geq 10$$

Đấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

Cách 2. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski, ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3 \cdot 27}{3\sqrt{3y}} \geq \frac{(1+9)^2}{\sqrt{x} + 3\sqrt{3y}} = \frac{100}{\sqrt{x} + 3\sqrt{3y}}$$

$$(1\sqrt{x} + 3\sqrt{3y})^2 \leq (1^2 + 3^2)(x + 3y) \leq 100$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + 3\sqrt{3y} \leq 10$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{27}{\sqrt{3y}} \geq 10$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

**ĐỀ SỐ 54. SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI. NĂM HỌC: 2015-2016**

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $P = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$  và  $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = 9$ .
- 2) Rút gọn biểu thức Q.
- 3) Tìm giá trị của x để biểu thức  $\frac{P}{Q}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài II (2,0 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

**Bài III (2,0 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$
- 2) Cho phương trình :  $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$  (x là ẩn số).
  - a. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.
  - b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 5.

**Bài IV (3,5 điểm)** Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

- 1) Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $CA \cdot CB = CH \cdot CD$ .
- 3) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.
- 4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài V (0,5 điểm)** Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 4$ , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{ab}{a+b+2}$$

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN

### Bài I (2,0 điểm)

1) Với  $x = 9$  ta có  $P = \frac{9+3}{3-2} = 12$

2) Với  $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) + 5\sqrt{x}-2}{x-4}$   
 $= \frac{x-3\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{x+2\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

3)  $\frac{P}{Q} = \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{3}$  (Do bất đẳng thức Cossi).

Đấu bằng xảy ra khi  $\sqrt{x} = \frac{3}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $\frac{P}{Q}$  là  $2\sqrt{3}$

### Bài II (2,0 điểm)

Gọi  $t_1$  là thời gian tàu tuần tra chạy ngược dòng nước.

Gọi  $t_2$  là thời gian tàu tuần tra chạy xuôi dòng nước.

Gọi  $V$  là vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên.

Ta có:

$$V - 2 = \frac{60}{t_1}; V + 2 = \frac{48}{t_2}$$

$$\Rightarrow \frac{60}{t_1} + 2 = \frac{48}{t_2} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4 \quad (1)$$

$$t_1 - t_2 = 1 \quad (2)$$

$$(1); (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4 \\ t_1 - t_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_1} - \frac{48}{t_2} = -4 \\ t_1 = 1 + t_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{60}{1+t_2} - \frac{48}{t_2} = -4 \Leftrightarrow 4t_2^2 + 16t_2 - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = -6(L) \\ t_2 = 2(TM) \Rightarrow V = 22(\text{km/h}) \end{cases}$$

### Bài III (2,0 điểm)

1) Với điều kiện  $x \geq -1$ , ta có hệ đã cho tương đương:

$$\begin{cases} 6(x+y) + 3\sqrt{x+1} = 12 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x+y) = 7 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ 3\sqrt{x+1}=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$$

2)

$$a) \Delta = (m+5)^2 - 4(3m+6) = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0 \forall m$$

Do đó, phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

$$b) \text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 6 \end{cases}$$

Để  $x_1 > 0; x_2 > 0$  điều kiện là  $m > -5$  và  $m > -2 \Leftrightarrow m > -2$  (Điều kiện để  $S > 0; P > 0$ )

Yêu cầu bài toán tương đương :

$$x_1^2 + x_2^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 25$$

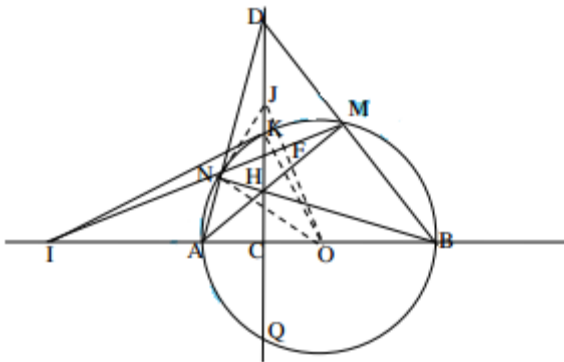
$$\Leftrightarrow (m+5)^2 - 2(3m+6) = 25 \left( \text{Do } \begin{cases} x_1 + x_2 = m + 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 6 \end{cases} \right)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 = 0, m > -2$$

$$\Leftrightarrow m = 2 \text{ hay } m = -6, m > -2$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

#### Bài IV (3,5 điểm)



1) Tứ giác ACMD có  $\angle ACD = \angle AMD = 90^\circ$  Nên tứ giác ACMD nội tiếp

2) Xét 2 tam giác vuông :  $\triangle ACH$  và  $\triangle DCB$  đồng dạng

(Do có  $\angle CDB = \angle MAB$  (góc có cạnh thẳng góc))

$$\text{Nên ta có: } \frac{CA}{CH} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow CA \cdot CB = CH \cdot CD$$

3) Do H là trực tâm của  $\triangle ABD$

Vì có 2 chiều cao DC và AM giao nhau tại H, nên  $AD \perp BN$

Hơn nữa  $\angle ANB = 90^\circ$  vì chắn nửa đường tròn đường kính AB.

Nên A, N, D thẳng hàng.

Gọi tiếp tuyến tại N cắt CD tại J ta chứng minh  $\angle JND = \angle NDJ$ .

Ta có  $\angle JND = \angle NBA$  cùng chắn cung AN.

Ta có  $\angle NDJ = \angle NBA$  góc có cạnh thẳng góc

$\Rightarrow \angle JND = \angle NDJ$ . Vậy trong tam giác vuông  $\triangle DNH$  J là trung điểm của HD.

4) Gọi I là giao điểm của MN với AB. CK cắt đường tròn tâm O tại điểm Q.

Khi đó JM, JN là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

Gọi F là giao điểm của MN và JO. Ta có KFOQ là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \angle FIK = \angle FQK$ .

Ta có:  $\angle KFO = \angle KOQ \Rightarrow \angle KFI = \angle FOI$

$\Rightarrow$  tứ giác KFOI nội tiếp

$\Rightarrow IKO = 90^\circ \Rightarrow IK$  là tiếp tuyến đường tròn tâm O

Vậy MN đi qua điểm cố định I (với IK là tiếp tuyến của đường tròn tâm O)

**Bài 4 (0,5 điểm)**

$$M = \frac{ab}{a+b+2} = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2(a+b+2)} = \frac{(a+b)^2 - 4}{2(a+b+2)} = \frac{(a+b+2)(a+b-2)}{2(a+b+2)}$$
$$= \frac{a+b-2}{2}$$

Ta có:  $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a+b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$

$$\text{Vậy } M \leq \frac{\sqrt{2(a^2 + b^2)} - 2}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot 4} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

Khi  $a=b=\sqrt{2}$  thì  $M=\sqrt{2}-1$ . Vậy giá trị lớn nhất của M là  $\sqrt{2}-1$

-----HẾT-----

**Đề số 55. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1:** Rút gọn các biểu thức

$$a) P = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$$

$$b) Q = \left(1 + \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0, x \neq 1.$$

**Câu 2:** Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m + 1 = 0$  (m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 1$

**Câu 3:** Một đội xe nhận vận chuyển 72 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 3 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 2 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

**Câu 4:** Cho tam giác nhọn ABC, đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Gọi H là giao điểm của BN và CM.

- Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp được trong một đường tròn.
- Gọi K là giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng AH. Chứng minh  $\triangle BHK$  đồng dạng  $\triangle ACK$ .
- Chứng minh:  $KM + KN \leq BC$ . Dấu “=” xảy ra khi nào?

**Câu 5:** Cho các số thực a, b, c thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ .

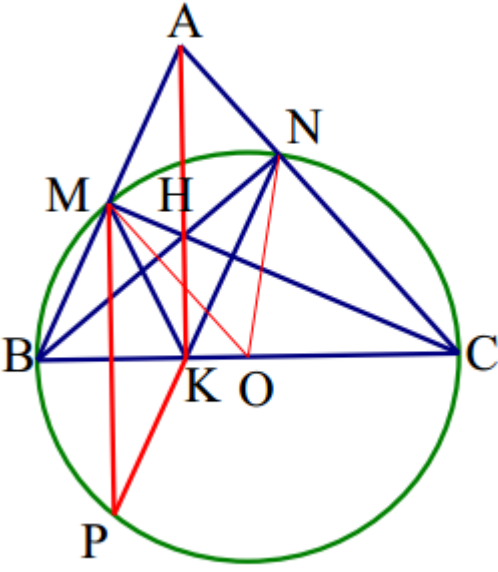
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $F = ab + bc + 2ca$ .

- HẾT -



**ĐÁP ÁN MÔN TOÁN MÃ ĐỀ 01**

Câu	Nội dung	Điểm
1	a) Ta có: $P = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$	1,0
	b) $Q = \left[ \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} (0 < x \neq 1)$	1,0
2	Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + m + 1) = m$ Để phương trình bậc hai đã cho có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta' > 0$ $\Rightarrow m > 0$ .  Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m + 1 \end{cases}$	1,0
	Theo bài ra $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1 x_2 - 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 + 1 = 0$ $\Rightarrow 4(m+1)^2 - 5(m^2 + m + 1) + 1 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 3m = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ Đối chiếu điều kiện $m > 0$ ta có $m = 3$ thỏa mãn bài toán	1,0
3	Gọi số xe lúc đầu của đoàn xe là $x$ chiếc ( $x > 3$ , $x$ nguyên dương) Số hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{72}{x}$ (tấn) Số xe thực tế chở hàng là: $x - 3$ (chiếc) Số hàng mỗi xe thực tế phải chở là: $(\frac{72}{x} + 2)$ (tấn)	0,5
	Theo bài ra ta có pt: $(x-3)(\frac{72}{x} + 2) = 72$ $\Leftrightarrow (x-3)(72+2x) = 72x$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow x = -9$ hoặc $x = 12$ . Đối chiếu đk, ta có : $x = 12$ .	0,5
	Vậy đoàn xe lúc đầu có 12 chiếc.	0,5

4		0,5
	<p>a) Theo giả thiết ta có <math>\angle BMC = \angle BNC = 90^\circ</math> (Do cùng chắn một nửa đường tròn)  <math>\Rightarrow \angle AMH = \angle ANH = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác AMHN nội tiếp đường tròn.</p>	0,5
	<p>b) Vì <math>BN \perp AC, CM \perp AB, \Rightarrow H</math> là trực tâm <math>\Delta ABC</math>.  <math>\Rightarrow AK \perp BC \Rightarrow \angle AKB = \angle ANB = 90^\circ \Rightarrow</math> Tứ giác ABKN nội tiếp đường tròn.  <math>\Rightarrow \angle KAC = \angle NBC</math> (cùng chắn cung KN)  <math>\Delta BHK</math> và <math>\Delta ACK</math> có:  <math>\angle HBK = \angle KAC, \angle HKB = \angle AKC = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow \Delta BHK</math> đồng dạng <math>\Delta ACK</math> (g-g)</p>	1,0
	<p>c) Từ M kẻ đường vuông góc với BC cắt đường tròn tại <math>\Rightarrow BC</math> là trung trực của MP (tính chất đối xứng của đường tròn) <math>\Rightarrow DK = KI</math>  Ta có các tứ giác ABKN, BMHK nội tiếp <math>\Rightarrow \angle ABN = \angle AKN = \angle HKM</math>  <math>\Rightarrow \angle MKB = \angle NKC</math> (cùng phụ với hai góc bằng nhau)  Mặt khác BC là trung trực của MP nên <math>\angle MKB = \angle BKP \Rightarrow \angle BKP = \angle NKC</math>  <math>\Rightarrow</math> 3 điểm P, K, N thẳng hàng suy ra <math>KM + KN = KP + KN = PN \leq BC</math> (do PN là dây còn BC là đường kính).  Dấu “=” xảy ra khi K trùng O, khi đó <math>\Delta ABC</math> cân tại A</p>	1,0
5	<p>Ta có: <math>(a+b+c)^2 \geq 0 \Rightarrow ab+bc+ca \geq \frac{a^2+b^2+c^2}{2} = -\frac{1}{2}</math></p>	0,25
	<p>Ta có: <math>(a+c)^2 \geq 0 \Rightarrow ac \geq -\frac{a^2+c^2}{2} = \frac{b^2-(a^2+b^2+c^2)}{2} = \frac{b^2-1}{2} \geq \frac{-1}{2}</math></p>	0,25
	<p>Do đó: <math>F = ab+bc+ca \geq \frac{-1}{2} + \frac{-1}{2} = -1</math></p>	0,25
	<p>F min = -1. Dấu “=” xảy ra khi <math>\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+c=0, b=0 \\ a^2+b^2+c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=-c=\pm\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}</math></p>	0,25

**Đề số 56. Sở GD và ĐT Hòa Bình. Năm học: 2015-2016**

**Câu I (3,0 điểm)**

1) a) Tính giá trị biểu thức  $A = x^2 - 2x + 3$  với  $x = 2$ .

b) Rút gọn:  $B = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 2\sqrt{5}$

2) Giải các phương trình sau

a)  $2x + 1 = 3x - 5$

b)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2x}$

3) Cho hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị là (P). Tìm trên (P) các điểm có tung độ bằng 4, vẽ đồ thị (P).

**Câu II (3,0 điểm)**

1) Giải phương trình:  $|2x - 5| + x = 3$ .

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = \frac{-1}{2} \\ 2x - \frac{3}{y} = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

3) Cho phương trình:  $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ . Tìm  $m$  để biểu thức  $C = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

**Câu III (1,0 điểm)**

Năm học 2014 – 2015 hai trường A và B có tổng số 390 học sinh thi đỗ vào đại học đạt tỉ lệ 78%, biết trường A có tỉ lệ đỗ đại học là 75%, trường B có tỉ lệ đỗ đại học là 80%. Tính số học sinh dự thi đại học năm học 2014 – 2015 ở mỗi trường.

**Câu IV (2,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O, đường kính BC. Lấy một điểm A trên đường tròn (O) sao cho  $AB > AC$  (A khác C). Từ A vẽ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Từ H vẽ HE vuông góc với AB và HF vuông góc với AC (E thuộc AB, F thuộc AC)

1) Chứng minh rằng AEHF là hình chữ nhật và  $OA \perp EF$

2) Tia FE cắt đường tròn (O) tại P. Chứng minh rằng  $\Delta APH$  cân

**Câu V (1,0 điểm)**

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn 
$$\begin{cases} a, b, c \in [0; 2] \\ a + b + c = 3 \end{cases}$$

Chứng minh rằng  $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu I

1) a) Với  $x = 2$  ta có  $A = 22 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$

b)  $B = \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{3^2 \cdot 5} + 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

2) a)  $2x + 1 = 3x - 5 \Leftrightarrow 2x - 3x = -5 - 1 \Leftrightarrow -x = -6 \Leftrightarrow x = 6$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\{6\}$

b) Điều kiện  $x \neq 0$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2x} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\{1\}$

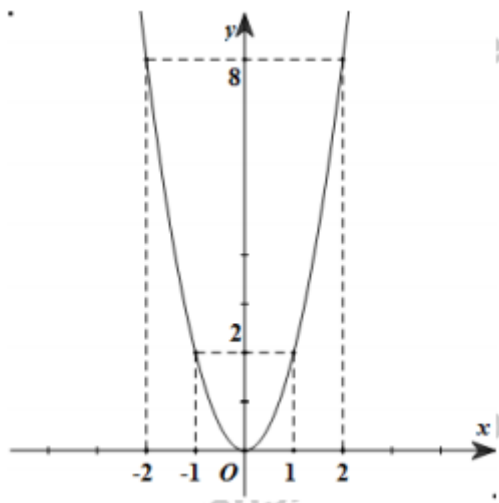
2) Thay  $y = 4$  ta có  $4 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Vậy các điểm cần tìm là  $(\sqrt{2}; 4)$  và  $(-\sqrt{2}; 4)$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị



### Câu II

1)  $|2x-5|+x=3 \Leftrightarrow |2x-5|=3-x$  (1)

Xét  $2x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$  thì  $|2x-5|=2x-5$ .

Phương trình (1) trở thành

$$2x-5=3-x \Leftrightarrow x=\frac{8}{3} \text{ (thỏa mãn)}$$

+Xét  $2x-5 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$  thì  $|2x-5|=5-2x$ .

Phương trình (1) trở thành

$$5-2x=3-x \Leftrightarrow x=2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\left\{2; \frac{8}{3}\right\}$

2) Điều kiện  $y \neq 0$ . Đặt  $t = \frac{1}{y}$ , hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} x+t = \frac{-1}{2} \\ 2x-3t = \frac{-7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-1}{2} - x \\ 2x-3(\frac{-1}{2}-x) = \frac{-7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-1}{2} - x \\ 5x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất là  $(-1; 2)$

3) Phương trình đã cho có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 10) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m+11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-11}{2}$$

Theo Vi-ét ta có  $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ ;  $x_1 x_2 = m^2 - 10$

Suy ra:

$$C = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m+1)^2 - 2(m^2 - 10)$$

$$= 2m^2 + 8m + 24 = 2(m+2)^2 + 16 \geq 16$$

$$\Rightarrow C \geq 16$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $m = -2$  (thỏa mãn)

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $C$  là 16 khi  $m = -2$

### Câu III

Gọi số học sinh dự thi đại học ở trường A và trường B lần lượt là  $x$  và  $y$  (học sinh) ( $x, y \in \mathbb{N}^*$ )

Tổng số học sinh 2 trường thi đỗ là 390 và tỉ lệ đỗ đại học của cả hai trường là 78%  $\Rightarrow$  Số học sinh dự thi đại học của cả hai trường là  $390 : 78\% = 500$  (em)

Suy ra  $x + y = 500$  (1)

Tỉ lệ đỗ đại học của trường A là 75%  $\Rightarrow$  Trường A có  $0,75x$  học sinh đỗ đại học

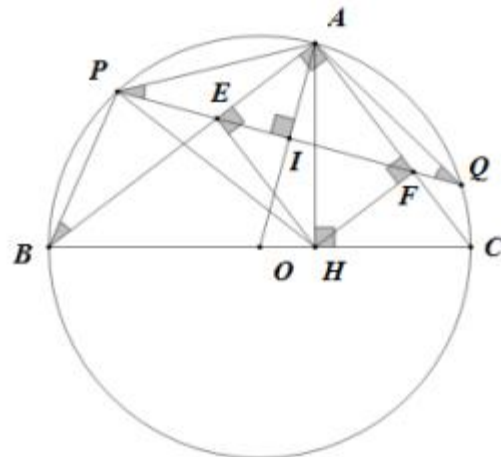
Tỉ lệ đỗ đại học của trường B là 80%  $\Rightarrow$  Trường B có  $0,8x$  học sinh đỗ đại học

Suy ra  $0,75x + 0,8y = 390$  (2)

Từ (1) và (2) giải hệ phương trình ta có  $x = 200$ ;  $y = 300$

Vậy số học sinh dự thi đại học ở trường A và trường B lần lượt là 200 và 300 học sinh.

### Câu IV



1) Có  $BAC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vì  $HE \perp AB$ ,  $HF \perp AC$  nên  $AEH = AFH = 90^\circ$

Tứ giác  $AEHF$  có 3 góc vuông nên nó là hình chữ nhật

Gọi  $I$  là giao  $OA$  và  $EF$ . Vì  $\Delta OAB$  cân ở  $O$  nên  $EAI = ABO$  (1)

$AEHF$  là hình chữ nhật nên nó nội tiếp đường tròn  $\Rightarrow AEI = AHF$  (2)

Vì  $AE \parallel HF$  (cùng  $\perp AC$ ) nên  $AHF = EAH = 90^\circ - ABO$  (3)

Từ (1), (2), (3)  $\Rightarrow EAI + AEI = 90^\circ \Rightarrow \Delta AEI$  vuông tại  $I \Rightarrow OA \perp EF$

2) Gọi  $Q$  là giao của tia  $EF$  với  $(O)$ . Vì  $OA \perp PQ$  nên  $A$  là điểm chính giữa cung  $PQ$

$\Rightarrow \Delta APQ$  cân tại  $A \Rightarrow APQ = AQP$

Vì  $APBQ$  là tứ giác nội tiếp nên  $ABP = AQP$

Suy ra  $ABP = APQ = AQP \Rightarrow$  tam giác  $ABP$  đồng dạng với tam giác  $APE$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AP} = \frac{AP}{AE} \Rightarrow AP^2 = AE \cdot AB$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $AHB$  có  $AH^2 = AE \cdot AB$

$\Rightarrow AP^2 = AH^2 \Rightarrow AP = AH \Rightarrow \Delta APH$  cân ở  $A$ .

### Câu V

Vì  $a, b, c \in [0; 2]$  nên  $abc \geq 0$  và  $(2-a)(2-b)(2-c) \geq 0 \Leftrightarrow 8 + 2(ab + bc + ca) - 4(a + b + c) - abc \geq 0 \Leftrightarrow$

$$2(ab + bc + ca) \geq 4(a + b + c) + abc - 8$$

Mà  $a + b + c = 3$ ;  $abc \geq 0$  nên  $2(ab + bc + ca) \geq 4 \Rightarrow ab + bc + ca \geq 2$

Suy ra  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 9 - 2(ab + bc + ca) \leq 5$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = 0$ ;  $b = 1$ ;  $c = 2$  và các hoán vị

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$

**Đề số 57. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2,0 điểm).**

1) Rút gọn biểu thức  $P = \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$

**Câu 2 (1,5 điểm).**

1) Xác định tọa độ các điểm A và B thuộc đồ thị hàm số  $y=2x-6$ , biết điểm A có hoành độ bằng 0 và điểm B có tung độ bằng 0.

2) Xác định tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y=mx^2$  đi qua điểm P(1;-2).

**Câu 3 (1,5 điểm).** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$  ( $m$  là tham số).

1) Giải phương trình với  $m = 1$ .

2) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$

**Câu 4 (1,5 điểm).**

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, AB=3cm, BC=6 cm. Tính góc C.

2) Một tàu hoả đi từ A đến B với quãng đường 40 km. Khi đi đến B, tàu dừng lại 20 phút rồi đi tiếp 30 km nữa để đến C với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi từ A đến B là 5 km/h. Tính vận tốc của tàu hoả khi đi trên quãng đường AB, biết thời gian kể từ khi tàu hoả xuất phát từ A đến khi tới C hết tất cả 2 giờ.

**Câu 5 (2,5 điểm).** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O và  $AB < AC$ . Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Kẻ BE và CF vuông góc với AD (E, F thuộc AD). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

1) Chứng minh bốn điểm A, B, H, E cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh HE song song với CD.

3) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh  $ME = MF$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số lớn hơn 1. Chứng minh

$$\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$$

-----**Hết**-----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh: .....; số báo danh: .....phòng thi số:.....

Họ tên, chữ ký giám thi : 1: ..... 2: .....

**HƯỚNG DẪN CHẤM**  
(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

**I. Hướng dẫn chung**

- 1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước chính của lời giải hoặc nêu kết quả. Trong bài làm, thí sinh phải trình bày lập luận đầy đủ.
- 2) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 3) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) phải đảm bảo không làm thay đổi tổng số điểm của mỗi câu, mỗi ý trong hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 4) Các điểm thành phần và điểm cộng toàn bài phải giữ nguyên không được làm tròn.

**II. Đáp án và thang điểm**

Câu		Đáp án	Điểm
Câu 1 2,0 đ	1) 1,0đ	$P =  \sqrt{3} + 2  +  \sqrt{3} - 2 $	0,5đ
		$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2$	0,25đ
		$P = 4$	0,25đ
	2) 1,0đ	Từ hpt suy ra $4x = 4 \Rightarrow x = 1$	0,5đ
		$\Rightarrow y = -2$ Nghiem của hpt $(x; y) = (1; -2)$	0,5đ
Câu 2 1,5đ	1) 1,0đ	Điểm A thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$ , mà hoành độ $x = 0$	0,25đ
		Suy ra tung độ $y = -6$ .	
		Vậy điểm A có tọa độ $A(0; -6)$ .	0,25đ
		Điểm B thuộc đường thẳng $y = 2x - 6$ , mà tung độ $y = 0$	0,25đ
	Suy ra hoành độ $x = 3$ .		
Vậy điểm B có tọa độ $B(3; 0)$ .	0,25đ		
2) 0,5đ	Đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $P(1; -2)$ suy ra $-2 = m \cdot 1^2$	0,25đ	
$m = -2$	0,25đ		
Câu 3 1,5đ	1) 1,0đ	Với $m = 1$ , phương trình trở thành $x^2 - 4x + 2 = 0$	0,25đ
		$\Delta' = 2$	0,25đ
		$x_1 = 2 + \sqrt{2}; x_2 = 2 - \sqrt{2}$	0,5đ
	2) 0,5đ	Điều kiện PT có 2 nghiệm không âm $x_1; x_2$ là	0,25đ
		$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 \geq 0 \\ 2(m + 1) \geq 0 \\ 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0$	
Theo hệ thức Vi-ét $x_1 + x_2 = 2(m + 1); x_1 x_2 = 2m$	0,25đ		
Ta có:			



		$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 2$ $\Leftrightarrow 2m + 2 + 2\sqrt{2m} = 2$ $\Leftrightarrow m = 0(TM)$	
Câu 4 1,5đ	1) 0,5đ	Tam giác ABC vuông tại A	0,25đ
		Ta có: $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{6} = 0,5$	
		$\Rightarrow C = 30^\circ$	0,25đ
	2) 1,0đ	Gọi vận tốc tàu hoả khi đi trên quãng đường AB là $x$ (km/h; $x > 0$ )	0,25đ
		Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường AB là $\frac{40}{x}$ (giờ)	0,25đ
		Thời gian tàu hoả đi hết quãng đường BC là $\frac{30}{x+5}$ (giờ)	
Theo bài ta có phương trình $\frac{40}{x} + \frac{30}{x+5} + \frac{1}{3} = 2$			
	Biến đổi pt ta được $x^2 - 37x - 120 = 0$	0,25đ	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -3(L) \end{cases}$	0,25đ	
	Vận tốc của tàu hoả khi đi trên quãng đường AB là 40 km/h.		
Câu 5 2,5đ			
	1) 1đ	Theo bài có $\angle AEB = \angle AHB = 90^\circ$ .	0,5đ
		Suy ra bốn điểm $A, B, H, E$ cùng thuộc một đường tròn.	0,5đ
	2) 1,0đ	Tứ giác ABH nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle BAE = \angle EHC$ (1)	0,25đ
		Mặt khác, $\angle BCD = \angle BAE$ (góc nội tiếp cùng chắn BD) (2)	0,25đ
		Từ (1) và (2) suy ra $\angle BCD = \angle EHC$	0,25đ
		$\Rightarrow HE \parallel CD$	0,25đ
	3) 0,5đ	Gọi $K$ là trung điểm của $EC$ , $I$ là giao điểm của $MK$ với $ED$ .	0,25đ
		Khi đó $MK$ là đường trung bình của $\triangle BCE$ $\Rightarrow MK \parallel BE$ mà $BE \perp AD$ (gt) $\Rightarrow MK \perp AD$ hay $MK \perp EF$ (3)	
		Lại có $CF \perp AD$ (gt) $\Rightarrow MK \parallel CF$ hay $KI \parallel CF$ . $\triangle ECF$ có $KI \parallel CF$ , $KE = KC$ nên $IE = IF$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $MK$ là đường trung trực của $EF$ $\Rightarrow ME = MF$	0,25đ

Câu 6 1,0đ	Với a, b, c là các số lớn hơn 1, áp dụng BĐT Cô-si ta có $\frac{a^2}{b-1} + 4(b-1) \geq 4a(1)$	0,25đ
	$\frac{b^2}{c-1} + 4(c-1) \geq 4b(2)$	0,25đ
	$\frac{c^2}{a-1} + 4(a-1) \geq 4c(3)$	0,25đ
	Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{c-1} + \frac{c^2}{a-1} \geq 12$	0,25đ

**Bài 1. ( 2.00 điểm)**

Cho biểu thức  $M = \frac{x\sqrt{y} - \sqrt{y} - y\sqrt{y} + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{xy}}$

- 1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn M.
- 2) Tính giá trị của M, biết rằng  $x = (1 - \sqrt{3})^2$ ;  $y = 3 - \sqrt{8}$

**Bài 2. (2,00 điểm)**

- 1) Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 4 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$
- 2) Tìm giá trị của m để phương trình  $x^2 - mx + 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$

**Bài 3. ( 2,00 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = -x^2$

- 1) Vẽ parabol (P).
- 2) Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng (d):  $y = -x - 2$  và (P). Tìm tọa độ điểm M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M.

**Bài 4. (4,00 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Hai đường tròn (B; BA) và (C; CA) cắt nhau tại điểm thứ hai là D. Vẽ đường thẳng a bất kì qua D cắt đường tròn (B) tại M và cắt đường tròn (C) tại N ( D nằm giữa M và N). Tiếp tuyến tại M của đường tròn (B) và tiếp tuyến tại N của đường tròn (C) cắt nhau tại E.

- 1) Chứng minh BC là tia phân giác của ABD
- 2) Gọi I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh:  $AD^2 = 4BI.CI$
- 3) Chứng minh bốn điểm A, M, E, N cùng thuộc một đường tròn.
- 4) Chứng minh rằng số đo MEN không phụ thuộc vị trí của đường thẳng a.

# HƯỚNG DẪN CHẤM

(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

## I. Hướng dẫn chung

- 1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước chính của lời giải hoặc nêu kết quả. Trong bài làm, thí sinh phải trình bày lập luận đầy đủ.
- 2) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 3) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) phải đảm bảo không làm thay đổi tổng số điểm của mỗi câu, mỗi ý trong hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 4) Các điểm thành phần và điểm cộng toàn bài phải giữ nguyên không được làm tròn.

## II. Đáp án và thang điểm

### Bài 1:

a) ĐK:  $x \geq 0; y \geq 0$

$$M = \frac{x\sqrt{y} - \sqrt{y} - y\sqrt{y} + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{xy}} = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}}$$
$$= \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{1 + \sqrt{xy}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{xy})}{1 + \sqrt{xy}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

b) Với  $x = (1 - \sqrt{3})^2; y = 3 - \sqrt{8} = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$

$$M = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{2} + 1 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

### Bài 2:

a)

$$\begin{cases} 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 4 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 4 \\ 4\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\sqrt{y} = 0 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = 0 \\ 2\sqrt{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

b)

$$\Delta = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = m^2 - 4$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì:  $m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$  hoặc  $m \leq -2$

Theo hệ thức Viet, ta có:  $x_1 + x_2 = m; x_1 \cdot x_2 = 1$

Ta có:

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + 1 + x_2^2 + 2x_2 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 2(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 = 0$$

$$\text{Suy ra: } m^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} - 1 (L) \\ m = -\sqrt{3} - 1 (TM) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m = -\sqrt{3} - 1$$

### Bài 3:

a) Vẽ đồ thị  $y = -x^2$

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Tọa độ đỉnh:  $I(0;0)$

Trục đối xứng:  $x = 0$

Tính biến thiên:

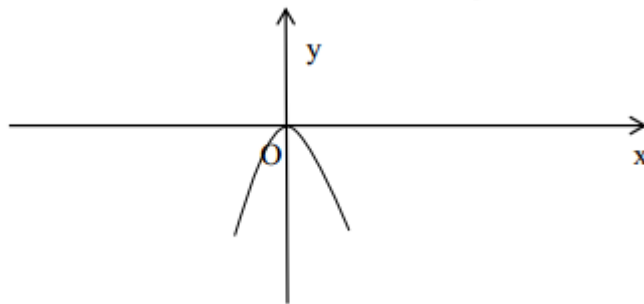
Hàm số đồng biến trên  $(-\infty;0)$  và nghịch biến trên  $(0;+\infty)$ .

BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y		0	

Bảng giá trị

x	-1	0	1
y	-1	0	-1



b)HD: Viết pt đường trung trực ( $d'$ ) của AB, tìm giao điểm của ( $d'$ ) và (P), ta tìm được hai điểm M.

Hoành độ các giao điểm A, B của đường thẳng ( $d$ ):  $y = -x - 2$  và (P) là nghiệm của phương trình:  $-x^2 = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 2$

+ Với  $x = -1$ , thay vào (P), ta có:  $y = -(-1)^2 = -1$ , ta có:  $A(-1; -1)$

+ Với  $x = 2$ , thay vào (P), ta có:  $y = -(2)^2 = -4$ , ta có:  $B(2; -4)$

Suy ra trung điểm của AB là:  $I(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2})$

Đường thẳng ( $d'$ ) vuông góc với (d) có dạng:  $y = x + b$ ;

Vì ( $d'$ ):  $y = x + b$  đi qua I nên:  $\frac{-5}{2} = \frac{1}{2} + b \Leftrightarrow b = -3$

Vậy ( $d'$ ):  $y = x - 3$

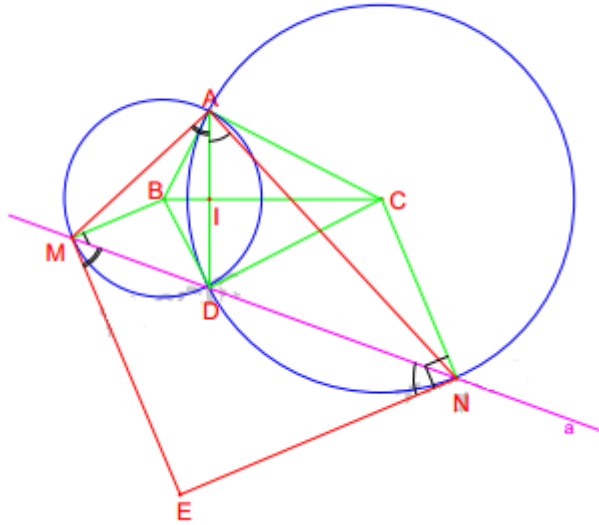
Phương trình hoành độ của ( $d'$ ) và (P) là:  $x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

+ Với  $x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7 - \sqrt{13}}{2}$

+ Với  $x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7 + \sqrt{13}}{2}$

Vậy có hai điểm M cần tìm là:  $(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-7 - \sqrt{13}}{2})$  và  $(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-7 + \sqrt{13}}{2})$

**Bài 4:**



a) C/m:  $\triangle ABC = \triangle DBC$  (ccc)  $\Rightarrow \angle ABC = \angle DBC$  hay: BC là phân giác của  $\angle ABD$

b) Ta có:  $AB = BD$  (=bk(B))

$CA = CD$  (=bk(C))

Suy ra: BC là trung trực của AD hay  $BC \perp AD \Rightarrow AI \perp IB$

Ta lại có:  $BC \perp AD$  tại I  $\Rightarrow IA = ID$  (đlí)

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại A (gt) có:  $AI \perp BC$ , suy ra:  $AI^2 = BI \cdot CI$  hay:  $\frac{AD^2}{4} = BI \cdot CI \Rightarrow AD^2 = 4BI \cdot CI$

c) Ta có:  $\angle DME = \angle DAM$  (hệ quả t/c góc tạo bởi tia tuyến và dây cung)

$\angle DNE = \angle DAN$  (hệ quả t/c góc tạo bởi tia tuyến và dây cung)

Suy ra:  $\angle DME + \angle DNE = \angle DAM + \angle DAN$

Trong  $\triangle MNE$  có:  $\angle MEN + \angle EMN + \angle ENM = 180^\circ$ , suy ra:  $\angle MEN + \angle DAM + \angle DAN = 180^\circ$

Hay:  $\angle MEN + \angle MAN = 180^\circ \Rightarrow$  tứ giác AMEN nội tiếp.

d) Trong  $\triangle AMN$  có:  $\angle MAN + \angle AMN + \angle ANM = 180^\circ$ , mà:  $\angle MEN + \angle MAN = 180^\circ$

suy ra:  $\angle MEN = \angle AMN + \angle ANM$

Ta lại có:  $\angle AND = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle ACD$ ,  $\angle AMD = \angle ABC = \frac{1}{2} \angle ABD$  (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn một cung)

Mà:  $\triangle ABC$  vuông tại A nên:  $\angle MEN = 90^\circ$  (không đổi)

Vậy số đo góc MEN không phụ thuộc vào đường thẳng a.

-----HẾT-----

**Đề số 59. Sở GD và ĐT Kiên Giang. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1:** (2,0 điểm)

a. Tính  $A = \sqrt{50} + \sqrt{48} - \sqrt{98}$

b. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x}-12}{6\sqrt{x}-36} + \frac{6}{x-6\sqrt{x}}$  ( $x > 0$  và  $x \neq 36$ )

**Câu 2** (1,5 điểm)

Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (a):  $y = -2x + 1$

- Vẽ (P) và a trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Xác định đường thẳng (d) biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng (a) và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2

**Câu 3:** (1,5 điểm)

Cho phương trình bậc hai  $x^2 + 2(m+3)x + m^2 + 6m = 0$  (1) với x là ẩn số

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.
- Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn đẳng thức  $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13$

**Câu 4 :** (1,5 điểm)

Một tổ công nhân phải may xong 420 bộ đồng phục trong khoảng thời gian nhất định. Nếu thêm 3 công nhân vào tổ thì mỗi người sẽ may ít hơn lúc ban đầu là 7 bộ đồng phục. Tính số công nhân có trong tổ lúc đầu.

**Câu 5:** (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ( $AB < AC$ ) ba đường cao AP, BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp
- Chứng minh tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB
- Kẻ tiếp tuyến BD với đường tròn đường kính AH (D là tiếp điểm) kẻ tiếp tuyến BE với đường tròn đường kính CH (E là tiếp điểm). Chứng minh  $BD = BE$
- Giả sử  $AB = 4$  cm,  $AC = 5$  cm,  $BC = 6$  cm. Tính MN

-----**HẾT**-----

## ĐÁP ÁN

### Câu 1:

a)  $A = \sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 0,25$   
 $A = \sqrt{2} = 0,25$

b) Với  $x > 0$  và  $x$  khác 36

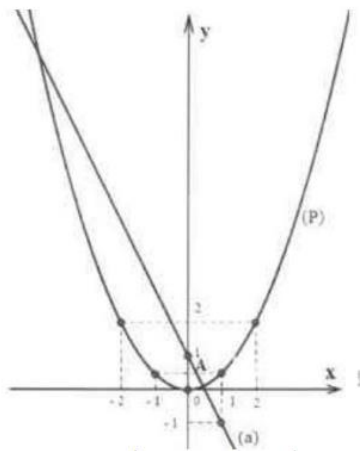
$$B = \frac{\sqrt{x}-12}{6\sqrt{x}-36} + \frac{6}{x-6\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-12}{6(\sqrt{x}-6)} + \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)} = 0,5$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-12)+6.6}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)} = \frac{x-12\sqrt{x}+36}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)} = 0,5$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}-6)^2}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)} = \frac{\sqrt{x}-6}{6\sqrt{x}} = 0,5$$

### Câu 2:

a. Parabol có đỉnh gốc O đi qua hai điểm A(-2;2), B(2;2), đường thẳng đi qua hai điểm C(1;-1), D(0;1)  
Đồ thị: 0,5



Chú ý: Nếu học sinh chỉ làm đúng phần tọa độ các điểm mà đồ thị đi qua nhưng không vẽ đúng đồ thị thì cho 0,25 điểm.

b. Vì (d) // (a) nên (d):  $y = -2x + b$  (b khác 1) 0,25

Gọi  $N(x_0; y_0)$  là giao điểm của (d) và (P) ta có  $x_0 = -2$

$$N \in (P) \Rightarrow y_0 = 2 = 0,25$$

$$N \in (d) \Rightarrow 2 = -2(-2) + b \Rightarrow b = -2 \text{ (TM)} = 0,25$$

Vậy (d):  $y = -2x - 2 = 0,25$

### Câu 3:

a.  $\Delta' = (m+3)^2 - (m^2 + 6m) = 9 > 0 = 0,25$

$\Rightarrow$  pt (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m 0,25

b. Theo câu a phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m, áp dụng định lý Vi et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 x_2 = m^2 + 6m \end{cases} = 0,25$$

$$(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13 \Rightarrow 4x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) - 12 = 0 = 0,25$$



$$\Leftrightarrow 4(m^2 + 6m) - 4(m + 3) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 20m - 24 = 0 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases} \quad 0,25$$

Vậy  $m = 1, m = -6$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 4** (1,5 điểm)

Gọi số công nhân của tổ lúc đầu là  $x$  (công nhân) ( $x > 0, x$  nguyên) thì số công nhân của tổ lúc sau là  $x + 3$  (công nhân)  $0,25$

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc đầu là  $\frac{420}{x}$  (bộ)

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc sau là  $\frac{420}{x+3}$  (bộ)  $0,25$

Theo đề bài ta có  $\frac{420}{x} = \frac{420}{x+3} + 7$   $0,25$

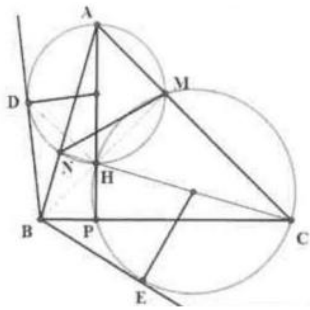
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ x = -15(L) \end{cases} \quad 0,25$$

Vậy số công nhân của tổ lúc đầu là 12 người  $0,25$

**Câu 5:**

Hình vẽ : 0,5



**a. Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp**

Ta có  $\angle BMC = \angle BNC = 90^\circ$

$\Rightarrow M$  và  $N$  cùng nhìn  $BC$  dưới một góc không đổi bằng  $90^\circ$   $0,25$

$\Rightarrow$  tứ giác  $BCMN$  nội tiếp đường tròn  $0,25$

**b. Chứng minh tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB**

Xét tam giác  $ANM$  và  $ACB$  có:

Góc  $A$  chung  $0,25$

Góc  $ANM =$  góc  $ACB$  (cùng bù với góc  $BNM$ )  $0,25$

$\Rightarrow$  tam giác  $ANM$  đồng dạng với tam giác  $ACB$   $0,25$

**c. Kẻ tiếp tuyến  $BD$  với đường tròn đường kính  $AH$  ( $D$  là tiếp điểm) kẻ tiếp tuyến  $BE$  với đường tròn đường kính  $CH$  ( $E$  là tiếp điểm). Chứng minh  $BD = BE$**

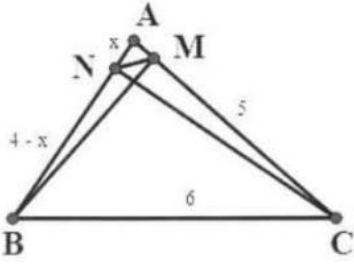
+ Chứng minh tam giác  $BDH$  đồng dạng với tam giác  $BMD$  (góc – góc)

$\Rightarrow BD^2 = BH \cdot BM$   $0,25$

+ Tương tự ta chứng minh được  $BE^2 = BH \cdot BM$   $0,25$

$\Rightarrow BD = BE$   $0,25$

**d. Giả sử  $AB = 4$  cm,  $AC = 5$  cm,  $BC = 6$  cm. Tính  $MN$**



Đặt  $AN = x$   $NB = 4 - x$  (điều kiện  $0 < x < 4$ )

Áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$CN^2 = AC^2 - AN^2 = BC^2 - BN^2$$

$$\Leftrightarrow 5^2 - x^2 = 6^2 - (4-x)^2 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow 25 - x^2 = 36 - 16 + 8x - x^2$$

$$\Leftrightarrow 25 - 36 + 16 = 8x$$

$$\Leftrightarrow 8x = 5 \quad 0,25$$

$$\Leftrightarrow x = 0,625 (\text{nhận})$$

Vậy  $AN = 0,625$  0,25

Tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB (cmt)

$$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow MN = \frac{AN \cdot BC}{AC} = \frac{0,625 \cdot 6}{5} = 0,75 (\text{cm}) \quad 0,25$$

**Đề số 60. Sở GD và ĐT Lạng Sơn. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (ID.114032) (3,5 điểm):**

a. Tính giá trị của các biểu thức:

$$A = (\sqrt{2} + 4) - (\sqrt{2} - 2)$$

$$B = \sqrt{25} + \sqrt{16}$$

$$C = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$$

b. Rút gọn biểu thức:  $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)(x\sqrt{x} + x)$  với  $x > 0$

c. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

**Câu 2 (ID.114033) ( 1 điểm):**

a) Vẽ đồ thị của các hàm số  $y = x^2$  và  $y = 3x - 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Xác định tọa độ các giao điểm của hai đồ thị trên.

**Câu 3 (ID.114034) (1,5 điểm):**

Cho phương trình  $x^2 + x + m - 2 = 0$  (1)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 0$

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 < 1$

**Câu 4 (ID.114035) (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O và có ba góc nhọn. Kẻ các đường cao BE; CF (Điểm E trên AC, điểm F trên AB) gọi H là giao điểm của BE với CF

a) Chứng minh rằng các tứ giác AFHE và BFEC nội tiếp

b) Gọi S là trung điểm AH. Chứng minh rằng  $\angle ESF = \angle BOC$  và hai tam giác ESF và BOC đồng dạng.

c) Kẻ OM vuông góc với BC ( M nằm trên BC) Chứng minh rằng SM vuông góc với EF

**Câu 5 (ID.114036) (0,5 điểm)**

Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $2x + 3y = 5$ . Chứng minh rằng

$$\sqrt{xy + 2x + 2y + 4} + \sqrt{(2x + 2)y} \leq 5$$

.....Hết.....

Chú ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh..... SBD.....

## ĐÁP ÁN:

### Câu 1 a) Tính

$$A = (\sqrt{2} + 4) - (\sqrt{2} - 2) = \sqrt{2} + 4 - \sqrt{2} + 2 = 6$$

$$B = \sqrt{25} + \sqrt{16} = 5 + 4 = 9$$

$$C = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2$$

$$\text{b) Với } x > 0 \text{ có } P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)(x\sqrt{x} + x)$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})} \cdot x(\sqrt{x} + 1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})} \cdot x(\sqrt{x} + 1) = \sqrt{x}$$

$$\text{c) Giải hệ pt: } \begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \text{ là nghiệm duy nhất của hpt}$$

### Câu 2)

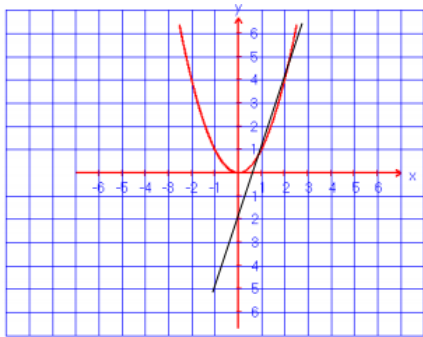
a) Vẽ đồ thị trên cùng một hệ trục

Vẽ  $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y=x <sup>2</sup>	4	1	0	1	4

Vẽ  $y = 3x - 2$

Cho  $x = 0 \Rightarrow y = -2$ ; Cho  $x = 1 \Rightarrow y = 1$



b) Tính tọa độ giao điểm

Ta có pt hoành độ  $x^2 = 3x - 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$  Có  $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$  nên pt có nghiệm  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 2$

Tại  $x = 1$  ta có  $y = 1$  tọa độ thứ nhất là  $(1; 1)$

Tại  $x = 2$  ta có  $y = 4$  Tọa độ thứ 2 là  $(2; 4)$

### Câu 3 :

Cho PT :  $x^2 + x + m - 2 = 0$

a) Khi  $m = 0$  ta có  $x^2 + x - 2 = 0$

Có  $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$  nên pt có nghiệm  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = c/a = -2$

b) Ta có  $\Delta = (-1)^2 - 4(m - 2) = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 9/4$  thì pt có 2 nghiệm (\*)

Theo Vi ét có  $x_1 + x_2 = -1$ ;  $x_1 x_2 = m - 2$

Theo đề bài

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 < 1$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 < 1$$

Thay giá trị của tổng và tích 2 nghiệm vào ta có

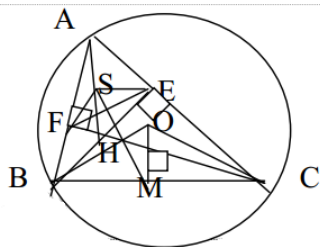
$$\Rightarrow (-1)^2 - 5(m - 2) < 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - 5m + 10 < 1$$

$$\Leftrightarrow -5m < -10 \Rightarrow m > 2 (**)$$

Từ (\*) và (\*\*)  $\Rightarrow 2 < m < 9/4$  thì pt có 2 nghiệm thỏa mãn hệ thức

**Câu 4 :**



a) Xét tứ giác AFHE có  $\angle AFH = 90^\circ$  ;  $\angle AEH = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle AFH + \angle AEH = 180^\circ$  nên tứ giác AFHE nội tiếp

Xét tứ giác BFEC có  $\angle BFC = 90^\circ$  nên F thuộc đường tròn đường kính BC

$\angle BEC = 90^\circ$  nên E thuộc đường tròn đường kính BC

Vậy 4 điểm B,C,E,F cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay BFEC nội tiếp

b) Ta có tứ giác AFHE nội tiếp (ý a)  $\Rightarrow \angle ESF = 2\angle EAF$  (cùng chắn cung EHF)

Mà  $\angle BOC = 2\angle EAF$  trong đường tròn tâm O nên  $\angle ESF = \angle BOC$

Xét  $\triangle ESF$  và  $\triangle BOC$  có  $\angle ESF = \angle BOC$  ( chứng minh trên)

Có

**Câu 5:** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn  $2x + 3y = 5$ . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{xy + 2x + 2y + 4} + \sqrt{(2x + 2)y} \leq 5$$

**Giải**

$$P = \sqrt{xy + 2x + 2y + 4} + \sqrt{(2x + 2)y}$$

Áp dụng bất đẳng thức đúng  $ab \leq \frac{1}{4}(a + b)^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$  với a, b  $\in \mathbb{R}$  và điều kiện đề bài ta có:

$$3y(2x + 1) \leq \frac{1}{4}(3y + 2x + 1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow 2y(2x + 1) \leq 6(*)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho 2 bộ số  $(a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$ , ta có:

$$(\sqrt{3} \sqrt{\frac{xy + 2x + 2y + 4}{3}} + \sqrt{x} \sqrt{(x + 1)y})^2 \leq (3 + 2) \left( \frac{xy + 2x + 2y + 4}{3} + xy + y \right)$$

$$= 5 \cdot \frac{4xy + 2x + 5y + 4}{3} = 5 \cdot \frac{2y(2x + 1) + (2x + 3y) + 4}{3}$$

Kết hợp với (\*) và điều kiện đề bài, ta có:  $P^2 \leq 25 \Rightarrow P \leq 5$  (đpcm).

**Đề số 61. Sở GD và ĐT Long An. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1: ( 2 điểm)**

**Bài 1:** Rút gọn các biểu thức sau (trình bày rõ các bước biến đổi):

a)  $2\sqrt{32} - 5\sqrt{27} - 4\sqrt{8} + 3\sqrt{75}$

b)  $\left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2}\right)$  với  $a \geq 0; a \neq 1$

**Bài 2:** Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

**Câu 2: ( 2 điểm)**

Cho các hàm số (P):  $y = -x^2$  và (d):  $y = 2x - 3$ .

- a) Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép tính .
- c) Viết phương trình đường thẳng  $(d_1): y = ax + b$ , biết rằng  $(d_1)$  song song với  $(d)$  và  $(d_1)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-4$

**Câu 3: ( 2 điểm)**

a) Giải phương trình sau (không giải bằng máy tính cầm tay) :

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

b) Giải hệ phương trình sau (không giải bằng máy tính cầm tay) :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

c) Cho phương trình:  $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$  (với  $m$  là tham số và  $x$  là ẩn số). Tìm giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = -6$

**Câu 4: (4 điểm)**

**Bài 1:(1 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao ( $H \in BC$ ) có  $BC = 10$  cm,  $AC = 8$  cm. Tính độ dài AB , BH và số đo góc C ( số đo góc C làm tròn đến độ).

**Bài 2: (3 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C trên đường thẳng AB sao cho B nằm giữa A, C. Kẻ tiếp tuyến CK với nửa đường tròn tâm O (K là tiếp điểm), tia CK cắt tia tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn tâm O tại D ( tia tiếp tuyến Ax nằm trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn tâm O).

- a) Chứng minh tứ giác AOKD là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOKD.
- b) Chứng minh:  $CO \cdot CA = CK^2 + CK \cdot DK$

c) Kẻ  $ON \perp AB$  thuộc đoạn thẳng CD). Chứng minh  $\frac{AD}{DN} - \frac{DN}{CN} = 1$

.....Hết.....

- Giám thị không giải thích gì thêm.

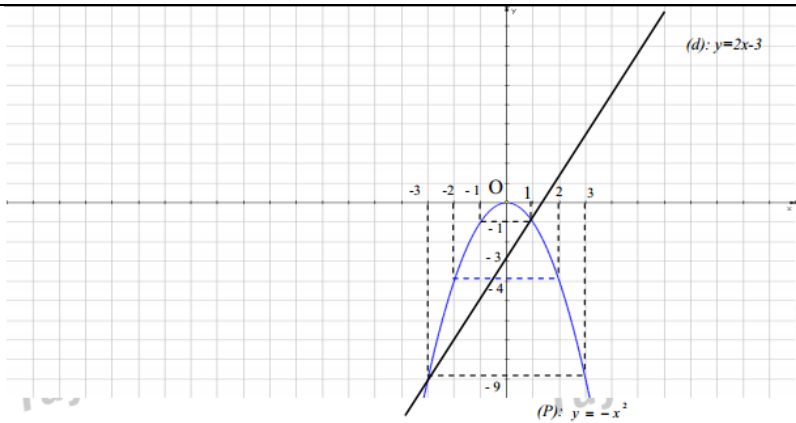
- HS được sử dụng máy tính trong danh mục cho phép.

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

Chữ kí giám thị 1: .....Chữ kí giám thị 2: .....

## HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	NỘI DUNG	Điểm
Câu 1 2đ	<b>Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:</b>	
	<b>a) (0,75 đ)</b> $2\sqrt{32} - 5\sqrt{27} - 4\sqrt{8} + 3\sqrt{75}$	
	$= 2\sqrt{4^2 \cdot 2} - 5\sqrt{3^2 \cdot 3} - 4\sqrt{2^2 \cdot 2} + 3\sqrt{5^2 \cdot 3}$	0,25
	$= 8\sqrt{2} - 15\sqrt{3} - 8\sqrt{2} + 15\sqrt{3}$	0,25
	$= 0$	0,25
	<b>Ghi chú:</b> - HS không làm bước 1 và 2 hoặc bấm máy tính ra ngay kết quả thì không chấm điểm; ở bước 1 HS làm đúng 3 hạng tử thì vẫn được 0,25đ, tương tự ở bước 2; dấu “=” mà ghi dấu “ $\Leftrightarrow$ ” thì trừ 0,25đ. Thiếu hết các dấu “=” thì không chấm điểm. HS chỉ làm bước 2 và 3 thì được 0,5đ.	
	<b>b) (0,75 đ)</b> $\left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2}\right)$ với $a \geq 0; a \neq 1$	
	$= \left(1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 2)}{\sqrt{a} + 2}\right)$	0,25
	$= (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a})$	0,25
	$= 1^2 - (\sqrt{a})^2 = 1 - a$	0,25
	<b>Ghi chú:</b> - Dấu “=” mà ghi dấu “ $\Leftrightarrow$ ” thì trừ 0,25đ. - Thiếu hết các dấu “=” thì không chấm điểm.	
	<b>Bài 2: (0,5 đ) Giải phương trình: <math>\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6</math></b>	
	$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 6$	0,25
	$\Leftrightarrow  x-3  = 6$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=6 \\ x-3=-6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=-3 \end{cases}$	0,25
<b>Ghi chú:</b> - HS làm thiếu 1 trong 4 bước thì chỉ được 0,25đ. - Dấu “ $\Leftrightarrow$ ” mà ghi dấu “=” thì không chấm điểm. - Dấu “ $\Leftrightarrow$ ” mà ghi dấu “ $\Rightarrow$ ” thì không trừ điểm.		
Câu 2 2,0đ	<b>Cho các hàm số (P): <math>y = -x^2</math> và (d): <math>y = 2x - 3</math>.</b> <b>a) (1,0đ) Vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.</b>	



(P):  $y = -x^2$

0,25

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	1	4	9

Bảng giá trị (P):  $y = -x^2$  đúng 3 cặp số trở lên (phải có điểm O và một cặp điểm đối xứng qua Oy).

Đồ thị hàm số (d):  $y = 2x - 3$  đi qua 2 điểm  $(0; -3)$  và  $(\frac{3}{2}; 0)$

0,25

Vẽ đúng (P) qua ba điểm phải có đỉnh O  $(0; 0)$  và một cặp điểm đối xứng qua Oy.

0,25

Vẽ đúng (d) qua hai điểm.

0,25

**Ghi chú:**

- \* Mặt phẳng Oxy (góc tọa độ O, x, y) thiếu hai trong ba yếu tố không chấm đồ thị.
- \* Thiếu chiều dương cả Ox, Oy không chấm đồ thị.
- \* Trục Ox ghi thành Oy và trục Oy ghi thành Ox thì không chấm điểm phần đồ thị.
- \* Thiếu ghi hoàn toàn các số của các điểm đặc biệt trên trục Ox, Oy thì trừ 0,25đ.
- \* Thiếu ghi tên cả hai đường thì trừ 0,25đ cho toàn bài, có ghi (P), (d) thì không trừ.

**b)(0,5 đ) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 1; x_2 = -3$$

\* Với  $x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow$  Giao điểm thứ nhất là  $(1; -1)$

0,25

\* Với  $x = -3 \Rightarrow y = -9 \Rightarrow$  Giao điểm thứ hai là  $(-3; -9)$

0,25

**Ghi chú:**

- HS không giải mà ghi ngay hai giao điểm thì không chấm điểm.

**c) (0,5 đ) Viết phương trình đường thẳng  $(d_1): y = ax + b$ , biết rằng  $(d_1)$  song song với (d) và  $(d_1)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4.**

Đường thẳng  $(d_1): y = ax + b$  // đường thẳng (d):  $y = 2x - 3$

0,25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng  $(d_1)$  là  $y = 2x + b$

0,25

Vì đường thẳng  $(d_1): y = 2x + b$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -4

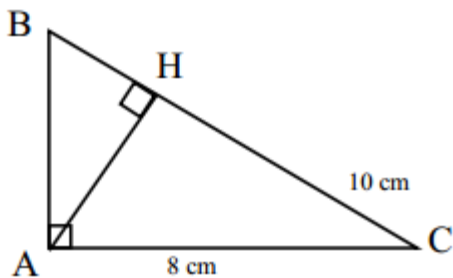
$\Rightarrow b = -4$  (Thỏa mãn)

$\Rightarrow$  Phương trình đường thẳng  $(d_1)$  là  $y = 2x - 4$ .

**Ghi chú:**



	<p>- HS không giải mà ghi ngay đáp số thì không chấm điểm.  - HS không ghi TMĐK <math>b \neq -3</math> vẫn chấm trọn điểm (0,25đ) cho ý này.</p>	
Câu 3 2đ	<b>a) (0,75 đ) Giải phương trình: <math>2x^2-5x+3=0</math></b>	
	Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.3 = 1$	0,25
	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{2.2} = \frac{3}{2}$	0,25
	$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-1}{2.2} = 1$	0,25
	<b>Ghi chú:</b> - HS bấm máy tính ra ngay kết quả thì không chấm điểm. - HS có thể không ghi công thức nhưng phải thế số theo công thức thì mới chấm điểm.	
	<b>b) (0,5 đ) Giải hệ phương trình:</b> $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$	
	$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ x - y = 4 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} y = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là (3;-1)	0,25
	<b>Ghi chú:</b> HS bấm máy tính ra ngay kết quả thì không chấm điểm.	
	<b>c)(0,75đ) Cho phương trình: <math>x^2 - 2x + 2m - 1 = 0</math> (với <math>m</math> là tham số và <math>x</math> là ẩn số). Tìm giá trị của <math>m</math> để phương trình có hai nghiệm <math>x_1; x_2</math> thỏa mãn <math>x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = -6</math></b>	
Phương trình đã cho có nghiệm $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$	0,25	
Ta có: $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = -6$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) = -6$ $\Leftrightarrow x_1 x_2 [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] = -6$	0,25	
$\Leftrightarrow (2m - 1)(6 - 4m) = -6$ $\Leftrightarrow -8m^2 + 16m = 0 \quad (\text{Theo hệ thức Vi-et})$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2(L) \\ m = 0(TM) \end{cases}$ Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.	0,25	
<b>Ghi chú:</b> HS không giải thích theo hệ thức Vi-ét hoặc tương tự thì trừ 0,25đ.		
<b>Câu 4 4đ</b>	<b>Bài 1:(1 điểm)</b> <b>Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao (H ∈ BC) có BC = 10 cm, AC = 8 cm. Tính độ dài AB , BH và số đo góc C ( số đo góc C làm tròn đến độ).</b>	



Hình vẽ: đầy đủ như đáp án ( không ghi 8 cm, 10 cm vẫn cho điểm)  
(Thiếu 2 góc vuông thì không chấm điểm hình vẽ)

0,25

\* **Tính AB:**

Áp dụng định lí Py-ta-go vào  $\Delta$  vuông ABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$$

0,25

\* **Tính BH :** Áp dụng hệ thức lượng vào  $\Delta$  vuông ABC :

$$AB^2 = BC.BH \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6(\text{cm})$$

0,25

\* **Tính C :**

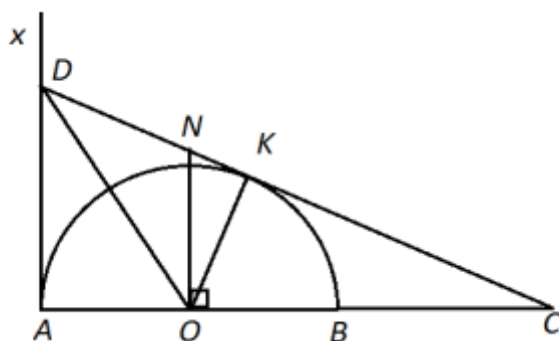
$$\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} \Rightarrow C \approx 37^\circ$$

0,25

**Ghi chú:**

- Ghi thiếu đơn vị 1 lần thì bỏ qua, từ 2 lần trở lên thì trừ 0,25đ cho toàn bài.
- Ghi sai đơn vị thì trừ 0,25đ/ 1 lần sai.

**Bài 2: (3,0 đ)**



Hình vẽ: đầy đủ như đáp án (trừ đường thẳng ON, DO)

0,25

**a) (1,0 đ) Chứng minh tứ giác AOKD là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOKD.**

AD là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O  $\Rightarrow \angle DAO = 90^\circ$

0,25

CK là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O  $\Rightarrow \angle DKO = 90^\circ$

0,25

Xét tứ giác AOKD, ta có:

$$\angle DAO + \angle DKO = 180^\circ$$

0,25

Vậy tứ giác AOKD là tứ giác nội tiếp.

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOKD là trung điểm của đoạn DO.

0,25

**b) (1,0 đ) Chứng minh: CO.CA = CK<sup>2</sup> + CK.DK**

Xét hai tam giác COK và CDA có:  $\angle CKO = \angle CAD = 90^\circ$ (gt)

0,25

C chung =>tam giác COK đồng dạng với tam giác CDA(g-g)	0,25
$\Rightarrow \frac{CO}{CD} = \frac{CK}{CA} \Rightarrow CO.CA = CK.CD$	0,25
$\Rightarrow CO.CA = CK.(CK + DK) = CK^2 + CK.DK$	0,25
<b>c) (0,75 đ) Kẻ <math>ON \perp AB</math> ( <math>N</math> thuộc đoạn thẳng <math>CD</math>). Chứng minh : <math>\frac{AD}{DN} - \frac{DN}{CN} = 1</math></b>	
Ta có: $ON \parallel DA$ ( cùng vuông góc với $AB$ ) => $\angle ADO = \angle DON$ (so le trong) Mặt khác $\angle ADO = \angle ODN$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) Vậy $\angle DON = \angle ODN$ =>tam giác DON cân tại N => $NO = ND$	0,25
Tam giác CAD có $ON \parallel AD$ nên tam giác CAD đồng dạng với tam giác CON $\Rightarrow \frac{CD}{CN} = \frac{AD}{ON}$	0,25
$\frac{CN + DN}{CN} = \frac{AD}{DN}$ (Do $DN = ON$ ) $\Rightarrow 1 + \frac{DN}{CN} = \frac{AD}{DN}$ $\Rightarrow \frac{AD}{DN} - \frac{DN}{CN} = 1$ (đpcm)	0,25

**Ghi chú:**

- \* Nếu thí sinh trình bày cách giải đúng nhưng khác hướng dẫn chấm thì vẫn được trọn điểm.
- \* Các bài hình học không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không chấm bài làm.

---Hết---

**Đề số 62. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2015-2016**

**Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1.** Điều kiện để biểu thức  $\frac{1}{x-1}$  có nghĩa là:

- A.  $x \neq 1$                       B.  $x \leq 1$                       C.  $x = 1$                       D.  $x \geq 1$

**Câu 2.** Hàm số nào đồng biến trên R:

- A.  $y = -2x + 3$                       B.  $y = 2x + 5$                       C.  $y = (1 - \sqrt{3})x + 7$                       D.  $y = 5$

**Câu 3.** Phương trình nào sau đây có đúng hai nghiệm phân biệt:

- A.  $x^2 - 2x - 1 = 0$                       B.  $x^2 - x + 1 = 0$                       C.  $x^2 + x + 1 = 0$                       D.  $x^2 - 2x + 1 = 0$

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số giao điểm của Parabol  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = 2x - 1$  là:

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 5.** Một người mua một loại hàng và phải trả tổng cộng 11 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10%. Nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả số tiền là:

- A. 9,9 triệu đồng                      B. 10 triệu đồng                      C. 10,9 triệu đồng                      D. 11,1 triệu đồng

**Câu 6.** Gọi khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng (d) là h. Đường thẳng (d) không cắt đường tròn (O; 6 cm) khi và chỉ khi:

- A.  $h < 6\text{cm}$                       B.  $h = 6\text{cm}$                       C.  $h \leq 6\text{ cm}$                       D.  $h \geq 6\text{ cm}$

**Câu 7.** Hình thang ABCD vuông ở A và D có  $AB = 4\text{ cm}$ ,  $AD = DC = 2\text{ cm}$ . Số đo góc ACB là:

- A.  $60^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $90^\circ$

**Câu 8.** Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 cm là:

- A.  $4\pi\text{ cm}^2$                       B.  $8\pi\text{ cm}^2$                       C.  $16\pi\text{ cm}^2$                       D.  $2\pi\text{ cm}^2$

**Phần II – Tự luận (8,0 điểm)**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} - 3 \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

2) Chứng minh đẳng thức:  $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = 3$

**Câu 2.** (1,5 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2x - m^2 + 2m = 0$  (1), với m là tham số.

1) Giải phương trình (1) khi  $m = 0$

2) Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 - x_2^2 = 10$

**Câu 3.** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x(x+1) + y(y-1) = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$

**Câu 4.** (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AED tới (O) (B, C là các tiếp điểm; E nằm giữa A và D). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

1) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

2) Chứng minh  $AB^2 = AE \cdot AD$  và  $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

3) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICD thuộc (O).

**Câu 5.** (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn  $2x + y + \sqrt{5x^2 + 5y^2} = 10$

Chứng minh rằng  $x^4 y \leq 16$

----- **Hết** -----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh ..... Số báo danh .....

Giám thị 1 (họ tên và ký) ..... Giám thị 2 (họ tên và ký).....

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN ĐẠI TRÀ  
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH NAM ĐỊNH  
NĂM HỌC 2015 – 2016**

**Phần I - Trắc nghiệm (2,0 điểm)** Mỗi câu đúng cho 0,25 điểm.

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>Đáp án</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>C</b>

**Phần II – Tự luận (8,0 điểm)**

**Câu 1. ( 1,5 điểm).**

Nội dung trình bày	Điểm
1) Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ ta có: $A = \left( \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} - 3 \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ $= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-1) - 3(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
$= \frac{3x + 3\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1 - 3x + 3}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
$= \frac{2(\sqrt{x}+2)}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
$= \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,25
2) Ta có $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$	0,25
$=  2-\sqrt{3}  +  \sqrt{3}+1 $ $= 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}+1 = 3$ Vậy $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = 3$	0,25

**Câu 2. ( 1,5 điểm).**

Nội dung trình bày	Điểm
1) Với $m = 0$ ta được phương trình $x^2 - 2x = 0$	0,25
$\Leftrightarrow x(x-2) = 0$ $\Leftrightarrow x=0; x=2.$ Vậy với $m = 0$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm là $x = 0; x = 2.$	0,25
2) Ta có $\Delta' = (m-1)^2$	0,25
Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$	
Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2; x_1 x_2 = -2m^2 + 2m$	0,25

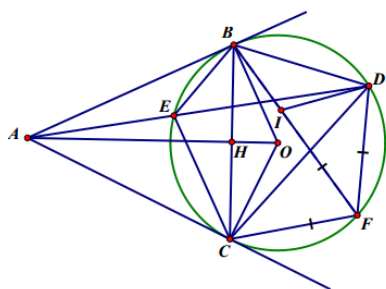
<p>Ta có</p> $x_1^2 - x_2^2 = 10$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 10$ $\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 5$ <p>Kết hợp với <math>x_1 + x_2 = 2</math> tìm được <math>x_1 = 7/2; x_2 = -3/2</math></p>	0,25
<p>Thay <math>x_1 = 7/2; x_2 = -3/2</math> vào <math>x_1x_2 = -2m^2 + 2m</math> tìm được <math>m_1 = 7/2; m_2 = -3/2</math></p> <p>Đổi chiều điều kiện và kết luận <math>m = 7/2; m = -3/2</math> thỏa mãn yêu cầu đề bài.</p>	0,25

**Câu 3. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x(x+1) + y(y-1) = 6 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Nội dung trình bày	Điểm
<p>Ta có:</p> $\begin{cases} x(x+1) + y(y-1) = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + (3-x)(2-x) = 6 \\ y = 3-x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ y = 3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; x = 0 \\ y = 1; y = 3 \end{cases}$ <p>(Biến đổi đến mỗi dấu <math>\Leftrightarrow</math> cho 0,25 điểm)</p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm <math>(x;y)=(0;3);(x;y)=(2;1)</math>.</p>	0,75
	0,25

**Câu 4. (3,0 điểm).**

Hình vẽ:



**1) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp (0,75 điểm)**

Nội dung trình bày	Điểm
+ Ta có AB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow AB \perp OB \Rightarrow ABO = 90^\circ$	0,25
+ Ta có AC là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow AC \perp OC \Rightarrow ACO = 90^\circ$	0,25
$\Rightarrow ABO + ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
+ Vậy tứ giác ABOC là một tứ giác nội tiếp (vì có tổng 2 góc đối bằng $180^\circ$ )	

**2) Chứng minh  $AB^2 = AE \cdot AD$  và  $AE \cdot AD = AH \cdot AO$ . (1,50 điểm)**

Nội dung trình bày	Điểm
+ Ta có $\angle ABE = \angle ADB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung EB của (O))	0,25
+ Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADB$ có: $\angle BAE$ chung và $\angle ABE = \angle ADB \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (g. g)	0,25
$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD \cdot AE$ (1)	0,25
+ Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên suy ra $AB = AC$ và AO là tia phân giác của góc BAC. Suy ra $\triangle ABC$ cân tại A có AO là đường phân giác đồng thời là đường cao $\Rightarrow OA \perp BC$	0,25

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong $\Delta$ vuông ABO ta có $AB^2=AH.AO(2)$	0,25
Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB^2 = AE.AD$ và $AE.AD = AH.AO$ . (đpcm).	0,25

**3) Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICD thuộc (O) (0,75 điểm)**

Nội dung trình bày	Điểm
+ Gọi F là giao điểm thứ 2 của tia BI với đường tròn (O). Suy ra $CBF=DBF \Rightarrow CF=DF$ (theo hệ quả của góc nội tiếp: 2 góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau). $\Rightarrow FC = FD$ (3)	0,25
+ Ta có FID là góc ngoài tại đỉnh I của $\Delta BID$ . Suy ra $FID=FBD+ BDI$ Mà $BDI= IDC$ (vì ID là tia phân giác của góc BDC); $FBD=FBC$ (vì IB là tia phân giác của góc DBC) $FBC=FDC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CF của (O)).	0,25
+ Suy ra $FID=IDC+CDF+FDI \Rightarrow \Delta IDF$ cân tại F $\Rightarrow FD = FI$ . (4)	0,25
+ Từ (3) và (4) suy ra $FD = FI = FC$ . Suy ra F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICD (đpcm).	

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn  $2x + y + \sqrt{5x^2 + 5y^2} = 10$

Chứng minh rằng  $x^4 y \leq 16$

Nội dung trình bày	Điểm
+ Ta có $(2x + y)^2 \leq (2^2 + 1^2)(x^2 + y^2)$ $\Leftrightarrow (2x + y)^2 \leq 5(x^2 + y^2)$ $\Leftrightarrow 2x + y \leq \sqrt{5(x^2 + y^2)}$ (4) Kết hợp với điều kiện $2x + y + \sqrt{5x^2 + 5y^2} = 10$ $\Rightarrow 2x + y \leq 5$	0,25
+ Biến đổi $2x + y = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + y \geq 5\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot y}$ (bất đẳng thức cô - si với 5 số dương) (5) $\Rightarrow 5\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot y} \leq 5 \Leftrightarrow \frac{x^4 y}{16} \leq 1$ $\Leftrightarrow x^4 y \leq 16$	0,25
+ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi xảy ra dấu "=" ở (4) và (5) $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = y \Leftrightarrow x = 2y$ Kết hợp với điều kiện: $x > 0$ và $y > 0$ và $2x + y + \sqrt{5x^2 + 5y^2} = 10$ tìm được $x = 2$ và $y = 1$ .	0,25
+ Kết luận: Với x, y là hai số thực dương thỏa mãn $2x + y + \sqrt{5x^2 + 5y^2} = 10$ thì ta có $x^4 y \leq 16$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$ và $y = 1$ .	0,25

**Đề số 63. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1** (2,5 điểm).

Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = \frac{1}{4}$

**Câu 2** (1,5 điểm).

Số tiền mua 1 quả dưa và một quả thanh long là 25 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả dưa và 4 quả thanh long là 120 nghìn đồng. Hỏi giá mỗi quả dưa và giá mỗi quả thanh long là bao nhiêu ? Biết rằng mỗi quả dưa có giá như nhau và mỗi quả thanh long có giá như nhau.

**Câu 3** (1,5 điểm).

Cho phương trình :  $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$  (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với  $m = 2$ .

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 = 4$

**Câu 4** (3 điểm).

Cho đường tròn (O) có dây BC cố định không đi qua tâm O. Điểm A chuyển động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Kẻ các đường cao BE và CF của tam giác ABC (E thuộc AC, F thuộc AB). Chứng minh rằng :

a) BCEF là tứ giác nội tiếp.

b)  $EF \cdot AB = AE \cdot BC$ .

c) Độ dài đoạn thẳng EF không đổi khi A chuyển động.

**Câu 5** (3 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn  $x+y \geq 3$ . Chứng minh rằng:

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} \geq \frac{9}{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

..... **Hết** .....



## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

### Câu 1.

a) ĐKXD :  $x \geq 0, x \neq 4$  (0,5 đ)

Rút gọn:

$$P = \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-4} = \frac{\sqrt{x}+2-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \quad (1đ)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

b)  $x = \frac{1}{4} \in \text{ĐKXD}$ . Thay vào P, ta được :

$$P = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}+2} = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{5}{2} \quad (1đ)$$

### Câu 2.

Gọi x, y (nghìn) lần lượt là giá của 1 quả dưa và 1 quả thanh long.

Điều kiện :  $0 < x ; y < 25$ .

Theo bài ra ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 5x + 4y = 120 \end{cases}$$

Giải ra ta được :  $x = 20, y = 5$  (thỏa mãn điều kiện bài toán).

Vậy : Giá 1 quả dưa 20 nghìn.

Giá 1 quả thanh long 5 nghìn.

### Câu 3. (1,5 điểm)

a) Với  $m = 2$ , phương trình (1) trở thành :  $x^2 + 6x + 1 = 0$

Ta có :  $\Delta' = 3^2 - 1 = 8$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = -3 + \sqrt{8}; x_2 = -3 - \sqrt{8}$

b)  $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) = 2m + 4$

Phương trình có 2 nghiệm  $\Leftrightarrow 2m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$

Theo Vi - ét ta có : 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(m^2 - 3) = 4$$

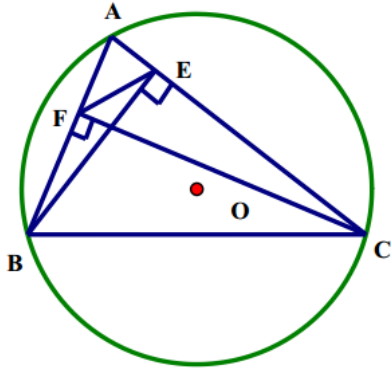
$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -3 \end{cases}$$

$m_2 = -3$  không thỏa mãn điều  $m \geq -2$ .

Vậy  $m = 1$

### Câu 4. Hình vẽ (0,5 điểm)



a) **BCEF là tứ giác nội tiếp.** (1 điểm)

Ta có :  $\angle BFC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle BEC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra tứ giác BCEF nội tiếp  $\Rightarrow$  đpcm.

b)  **$EF \cdot AB = AE \cdot BC$ .** (1 điểm)

BCEF nội tiếp (chứng minh trên)

Suy ra  $\angle AFE = \angle ACB$  = (cùng bù với góc BFE)

Do đó  $\triangle AEF$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow EF \cdot AB = BC \cdot AE \Rightarrow \text{đpcm}$$

c) **EF không đổi khi A chuyển động.** (0,5 điểm)

**Cách 1.** Ta có  $EF \cdot AB = BC \cdot AF \Rightarrow EF = BC \cdot \frac{AF}{AB} = BC \cdot \cos BAC$

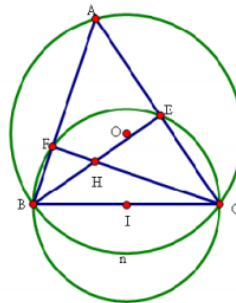
Mà BC không đổi (gt),  $\triangle ABC$  nhọn  $\Rightarrow A$  chạy trên cung lớn BC không đổi

$\Rightarrow \angle BAC$  không đổi  $\Rightarrow \cos BAC$  không đổi.

Vậy  $EF = BC \cdot \cos BAC =$  không đổi  $\Rightarrow$  đpcm.

**Cách 2.** Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCEF có:

Tâm I là trung điểm của BC cố định.



Bán kính  $R = \frac{BC}{2}$  không đổi (vì dây BC cố định)

$\Rightarrow$  Đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCEF là một đường tròn cố định

Vì Tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn (I) nên ta có:

$$\angle FBE = \angle ECF = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{EF} \text{ (góc nội tiếp)} (1)$$

Lại có:  $\angle FBE = \angle ECF = 90^\circ - \angle BAC$

Mà dây BC cố định  $\Rightarrow$  Sđ BnC không đổi

$\Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2}$  số đo không đổi

$\Rightarrow \angle FBE = \angle ECF = 90^\circ - \angle BAC$  có số đo không đổi (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow EF$  có số đo không đổi

$\Rightarrow$  Dây  $EF$  có độ dài không đổi (đpcm).

### Câu 5.

**Cách 1.** Ta có : Với  $x, y > 0$  và  $x+y \geq 3$  . Ta có :

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \left[ x + y + \left(x - 2 + \frac{1}{x}\right) + \left(y - 4 + \frac{4}{y}\right) + 6 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ x + y + \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + \left(\sqrt{y} - \frac{2}{\sqrt{y}}\right)^2 + 6 \right]$$

$$\geq \frac{1}{2}(3+6) = \frac{9}{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \\ \sqrt{y} - \frac{2}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Cách 2.** Ta có : Với  $x, y > 0$  và  $x+y \geq 3$  . Ta có :

$$x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \left[ x + y + \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{4}{y}\right) \right]$$

$$\geq \frac{1}{2} \left( 3 + 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} + 2\sqrt{y \cdot \frac{4}{y}} \right) = \frac{9}{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{x} \\ y = \frac{4}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (vì } x, y > 0)$$

**Đề số 64. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a. Giải phương trình:  $x-5=0$

b. Rút gọn biểu thức:  $A = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{18}$

c. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm).**

a. Rút gọn biểu thức:  $P = \left(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} + 1\right)\left(\frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - 1\right)$  (Với  $a \geq 0; a \neq 1$ )

b. Cho phương trình:  $x^2 - 2x - m^2 - 4 = 0(1)$  ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số).

Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi giá trị của  $m$ . Tìm  $m$  biết

$$x_1^2 + x_2^2 = 20$$

**Câu 3 (1,5 điểm).**

Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 8m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 90 m<sup>2</sup>. Tính diện tích thửa ruộng đã cho ban đầu.

**Câu 4 (3,5 điểm).**

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ một đường thẳng đi qua A và không đi qua O, cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt M, N (M nằm giữa A và N). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là hai tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt AO tại H. Gọi I là trung điểm của MN.

Đường thẳng OI cắt đường thẳng BC tại E.

a. Chứng minh tứ giác AHIE là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh  $OI.OE = OH.OA = R^2$

c. Tính theo R độ dài đoạn thẳng AO biết diện tích tứ giác ABOC bằng  $3R^2$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x;y)$  thỏa mãn:

$$x^2 + xy - 2013x - 2014y - 2015 = 0$$

----Hết----

### I. Hướng dẫn chung

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thi sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn, thang điểm chi tiết do hội đồng chấm thống nhất.
5. Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn bộ hội đồng chấm.
6. Tuyệt đối không làm tròn điểm.

### II. Hướng dẫn chi tiết

#### Câu 1 (2.0 điểm)

##### a. (0.5 điểm)

$$x-5=0 \Leftrightarrow x=5 \quad 0,5đ$$

##### b. (0.75 điểm)

$$A = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{9 \cdot 2} \quad 0,25đ$$

$$A = 3\sqrt{2} + 12\sqrt{2} \quad 0,25đ$$

$$A = 15\sqrt{2} \quad 0,25đ$$

##### c. (0.75 điểm)

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 8 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad 0,25đ$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad 0,25đ$$

**Cách 2:** +) Học sinh rút một ẩn theo ẩn còn lại (0.25 đ)

+ ) Học sinh thế vào phương trình còn lại và tìm ra giá trị cụ thể của 1 ẩn (0.25 đ)

+ ) Học sinh thế vào và tìm đúng ẩn thứ 2 và kết luận nghiệm (0.25 đ)

#### Câu 2 (2.0 điểm)

##### a. (1.0 điểm)

$$P = \left( \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1} - 1 \right) \quad (0,25đ+0,25đ)$$

$$P = (\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1) \quad (0,25đ)$$

$$P = a-1 \quad 0,25đ$$

##### b. (1.0 điểm)

Ta có:  $\Delta' = m^2 + 5 \geq 5 \forall m$

Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m (0.25 đ)

Theo hệ thức Vi – ét có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m^2 - 4 \end{cases}$  0,25đ

Khi đó:

$$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$P = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$$

$$\Leftrightarrow 4 + 2(m^2 + 4) = 20 \quad (0,25d)$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2 \quad (0,25d)$$

### Câu 3 (1.5 điểm)

Gọi hình chiếu của thửa ruộng đã cho ban đầu là  $x$  (đơn vị: m, đk:  $x > 0$ ) (0.25 đ)

Khi đó chiều dài của thửa ruộng đã cho ban đầu là  $x + 8$

Diện tích của thửa ruộng đã cho ban đầu là  $x(x + 8)$  (0.25 đ)

Chiều rộng của thửa ruộng khi tăng thêm 3m là  $x + 3$ .

Chiều dài của thửa ruộng khi tăng thêm 2m là  $x + 10$ .

Diện tích của thửa ruộng sau khi tăng chiều dài và chiều rộng là  $(x + 3)(x + 10)$  (0.25 đ)

Theo đề bài ta có phương trình:  $(x+3)(x+10) - x(x+8) = 90$  (0.25 đ)

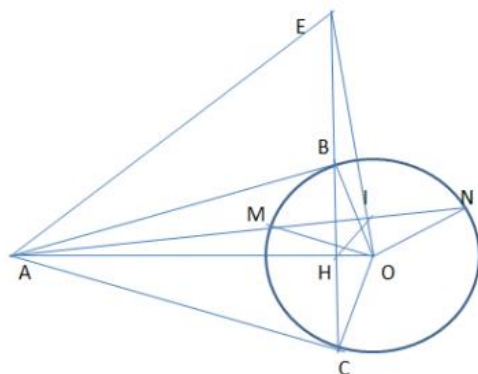
$$\Leftrightarrow x^2 + 13x + 30 - (x^2 + 8x) = 90$$

$$\Leftrightarrow 5x = 60$$

$$\Leftrightarrow x = 12(TM) \quad (0,25d)$$

Vậy diện tích của thửa ruộng ban đầu là  $12(12+8)=240$  (m<sup>2</sup>) (0.25 đ)

### Câu 4 (3.5 điểm)



#### 1.(1.0 điểm)

Do AB và AC là hai tiếp tuyến của (O) nên ta có:  $AB = AC$  và AO là tia phân giác của góc BAC.

Suy ra tam giác BAC cân tại A. (0.25 đ)

Do đó AH đồng thời là đường cao của tam giác BAC hay  $AH \perp BC$ . Suy ra  $\angle AHE = 90^\circ$ . (0.25đ)

Do tam giác OMN cân tại O, có OI là đường trung tuyến nên  $OI \perp MN$  hay  $\angle AIE = 90^\circ$ . (0.25 đ)

Xét tứ giác AHIE có:  $\angle AHE = \angle AIE = 90^\circ$

Do đó AHIE là tứ giác nội tiếp (vì có hai đỉnh liên tiếp H và I nhìn cạnh AE dưới cùng một góc). (0.25 đ)

#### 2.(1.0 điểm)

Xét hai tam giác vuông HEO và IAO có góc O chung nên  $\triangle HEO \sim \triangle IAO$  (0.25 đ)

$$\Rightarrow \frac{OH}{IO} = \frac{EO}{AO} \Rightarrow OI \cdot OE = OH \cdot OA \quad 0,25đ$$

Do AB là tiếp tuyến của (O) nên  $AB \perp OB$ .

Xét tam giác vuông BOA có đường cao BH. Suy ra  $OH.OA = OB^2 = R^2$  (0.25 đ)

Vậy ta có  $OI.OE = OH.OA = R^2$  (0.25 đ)

### 3.(1.0 điểm)

Ta có:  $S_{ABOC} = 2.S_{\Delta ABO} = 2.\frac{1}{2}BA.BO = BA.BO$  0,25đ

Theo giả thiết suy ra:  $BA.BO = 3R^2 \Rightarrow BA = \frac{3R^2}{R} = 3R$  0,25đ

Trong tam giác vuông BAO có

$$BA^2 + BO^2 = AO^2 \Rightarrow (3R)^2 + R^2 = AO^2 \Rightarrow AO = R\sqrt{10} \quad 0,5đ$$

Vậy  $AO = R\sqrt{10}$

### Câu 5: (1.0 điểm)

#### Cách 1:

$$x^2 + xy - 2013x - 2014y - 2015 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + xy + x - 2014x - 2014y - 2014 = 1$$

$$\Leftrightarrow x(x + y + 1) - 2014(x + y + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 2014)(x + y + 1) = 1(0,5đ)$$

Do x, y là các số nguyên nên có hai khả năng xảy ra:

$$\text{Khả năng 1: } \begin{cases} x - 2014 = 1 \\ x + y + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2015 \\ y = -2015 \end{cases}$$

$$\text{Khả năng 2: } \begin{cases} x - 2014 = -1 \\ x + y + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2013 \\ y = -2015 \end{cases}$$

Vậy các cặp số nguyên (x;y) cần tìm là (2015;-2015) và (2013;-2015) (0.5 đ)

#### Cách 2:

$$x^2 + xy - 2013x - 2014y - 2015 = 0$$

$$\Leftrightarrow y(x - 2014) = -x^2 + 2013x + 2015$$

Rõ ràng  $x = 2014$  không thỏa mãn hệ thức trên. Chia cả hai vế cho  $x - 2014$  ta được:

$$y = \frac{-x^2 + 2013x + 2015}{x - 2014} = -x - 1 + \frac{1}{x - 2014} \quad (0,5đ)$$

Vì x nguyên nên để y nguyên thì  $(x - 2014)$  phải là ước nguyên của 1. Có hai khả năng xảy ra:

$$\text{Khả năng 1: } x - 2014 = 1 \Rightarrow x = 2015 \Rightarrow y = -2015.$$

$$\text{Khả năng 2: } x - 2014 = -1 \Rightarrow x = 2013 \Rightarrow y = -2015$$

Vậy các cặp số nguyên (x;y) cần tìm là (2015;-2015) và (2013;-2015) (0.5 đ)

**Đề số 65. Sở GD và ĐT Ninh Thuận. Năm học: 2015-2016**

**Bài 1 (2,0 điểm):**

Cho phương trình  $3x^2 - 2(x^2 + 4x) + 3x + 2 = 0$

- Thu gọn phương trình đã cho về dạng phương trình bậc hai
- Giải phương trình vừa thu gọn ở câu a)

**Bài 2 (2,0 điểm):**

Cho biểu thức:  $P = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$  điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức P
- Tính giá trị P khi  $x = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$

**Bài 3 (2,0 điểm):**

Một phòng học có 10 băng ghế. Học sinh của lớp 9A được sắp xếp chỗ ngồi đều nhau trên mỗi băng ghế. Nếu bớt đi 2 băng ghế, thì mỗi băng ghế phải bố trí thêm một học sinh ngồi nữa mới đảm bảo chỗ ngồi cho tất cả học sinh của lớp. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.

**Bài 4 (3,0 điểm):**

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính  $AB = 2R$  và điểm C ở trên nửa đường tròn sao cho góc BAC bằng  $30^\circ$ . Tiếp tuyến tại B với nửa đường tròn cắt AC kéo dài tại D

- Chứng minh rằng  $AC \cdot AD = 4R^2$
- Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O

**Bài 5 (1,0 điểm):**

Cho tam giác ABC vuông tại A và BD là tia phân giác trong của góc ABC ( $D \in AC$ ),  $AD = n$ ,  $DC = m$ . Tính các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC theo m và n

————HẾT————



## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Bài 1

a) Phương trình đã cho tương đương với

$$3x^2 - 2x^2 - 8x + 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (1)$$

b) Giải (1): Có  $\Delta = 5^2 - 4.2 = 17$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là  $\left\{ \frac{5 + \sqrt{17}}{2}; \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \right\}$

### Bài 2

a) Có

$$\begin{aligned} P &= \frac{(2 + \sqrt{x})(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{(2 - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{(x + \sqrt{x} - 2) + (-x + \sqrt{x} + 2)}{x - 1} = \frac{2\sqrt{x}}{x - 1} \end{aligned}$$

b) Có

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} = \sqrt{9 + 2.3.2\sqrt{2} + 8} = \sqrt{(3 + 2\sqrt{2})^2} = 3 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x \geq 0, x \neq 1 \\ \sqrt{x} &= \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2 + 2\sqrt{2}.1 + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1 \\ \Rightarrow P &= \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{3 + 2\sqrt{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{2(1 + \sqrt{2})} = 1 \end{aligned}$$

### Bài 3

Gọi số học sinh lớp 9A là  $x$  (học sinh) ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Nếu có 10 băng ghế thì mỗi băng có số học sinh là  $\frac{x}{10}$  (học sinh)

Nếu bớt đi 2 băng ghế, còn 8 băng thì mỗi băng có số học sinh là  $\frac{x}{8}$  (học sinh)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{x}{8} - \frac{x}{10} = 1$$

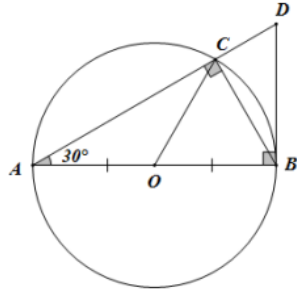
$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right)x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{40}x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 40(TM)$$

Vậy lớp 9A có 40 học sinh.

### Bài 4



a) Có  $\angle ACB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow BC \perp AD$   
 Vì BD là tiếp tuyến của (O) nên  $BD \perp AB \Rightarrow \Delta ABD$  vuông tại B  
 Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD với đường cao BC, ta có  
 $AC \cdot AD = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$  (đpcm)

c) Xét tam giác vuông ABC ta có:

$$BC = AB \cdot \sin 30^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$$

$$AC = AB \cdot \cos 30^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

Xét tam giác vuông ABD ta có:  $BD = AB \cdot \tan 30^\circ = 2R \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot BD = \frac{2R^2}{\sqrt{3}}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$$

Vì O là trung điểm AB nên  $S_{AOC} = S_{BOC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$

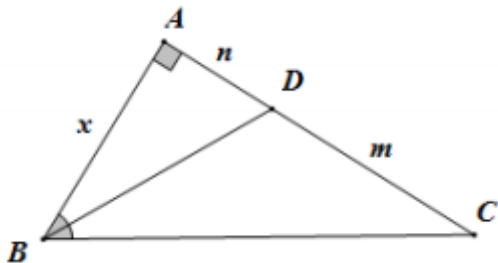
Có  $\angle BOC = 2 \cdot \angle BAC = 60^\circ$  (cùng chắn cung BC), suy ra diện tích hình quạt OBC là

$$S_q = \frac{\pi R^2 60}{360} = \frac{\pi R^2}{6}$$

Vậy diện tích tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O là

$$S = S_{ABD} - S_{AOC} - S_q = \frac{2R^2}{\sqrt{3}} - \frac{R^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{\pi R^2}{6} = R^2 \left( \frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{12} \right)$$

### Bài 5



Vì BD là phân giác trong của góc ABC nên D thuộc đoạn AC, do đó  $AC = AD + DC = m + n$

Đặt  $AB = x$ . Theo định lý đường phân giác ta có:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{DC}{AD} = \frac{m}{n} \Rightarrow BC = AB \cdot \frac{m}{n} = \frac{xm}{n}$$

Theo định lý Pitago, ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{x^2 + (m+n)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{xm}{n} = \sqrt{x^2 + (m+n)^2} \Leftrightarrow \left(\frac{xm}{n}\right)^2 = x^2 + (m+n)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 \left(\frac{m^2 - n^2}{n^2}\right) = (m+n)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{(m+n)^2 \cdot n^2}{m^2 - n^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{n(m+n)}{\sqrt{m^2 - n^2}}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{n(m+n)}{\sqrt{m^2 - n^2}}; BC = AB \cdot \frac{m}{n} = \frac{m(m+n)}{\sqrt{m^2 - n^2}}$$

**Đề số 66. Sở GD và ĐT Phú Thọ. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

- a) Giải phương trình:  $x+2015=2016$
- b) Trong các hình sau, hình nào nội tiếp đường tròn: Hình vuông; hình chữ nhật; hình thang cân; hình thang vuông

**Câu 2 (2,0 điểm)**

Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (m-2)x-3y=-5 \\ x+my=3 \end{cases} \quad (I) \quad (m \text{ là tham số})$$

- a) Giải hệ phương trình (I) với  $m=1$ .
- b) Chứng minh hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất với mọi  $m$ . Tìm nghiệm duy nhất đó theo  $m$

**Câu 3 (2,0 điểm)**

Cho parabol (P):  $y=x^2$  và đường thẳng (d) có phương trình:  $y=2(m+1)x-3m+2$

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với  $m=3$
- b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B với mọi  $m$
- c) Gọi  $x_1 ; x_2$  là hoành độ giao điểm của A và B. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = 20$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho đường tròn (O;R) dây  $DE < 2R$ . Trên tia đối DE lấy điểm A, qua A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O), (B,C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm DE, K là giao điểm của BC và DE

- a) Chứng minh rằng tứ giác ABOC nội tiếp
- b) Gọi (I) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC. Chứng minh rằng H thuộc đường tròn (I) và HA là phân giác BHC
- c) Chứng minh rằng  $\frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho 3 số thực dương a,b,c thỏa mãn:

$$7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{3(2a^2 + b^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2b^2 + c^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2c^2 + a^2)}}$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: ..... SBD: .....

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
PHÚ THO  
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**HƯỚNG DẪN CHẤM  
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2015-2016  
MÔN: TOÁN  
(Hướng dẫn-thang điểm gồm 05 trang)**

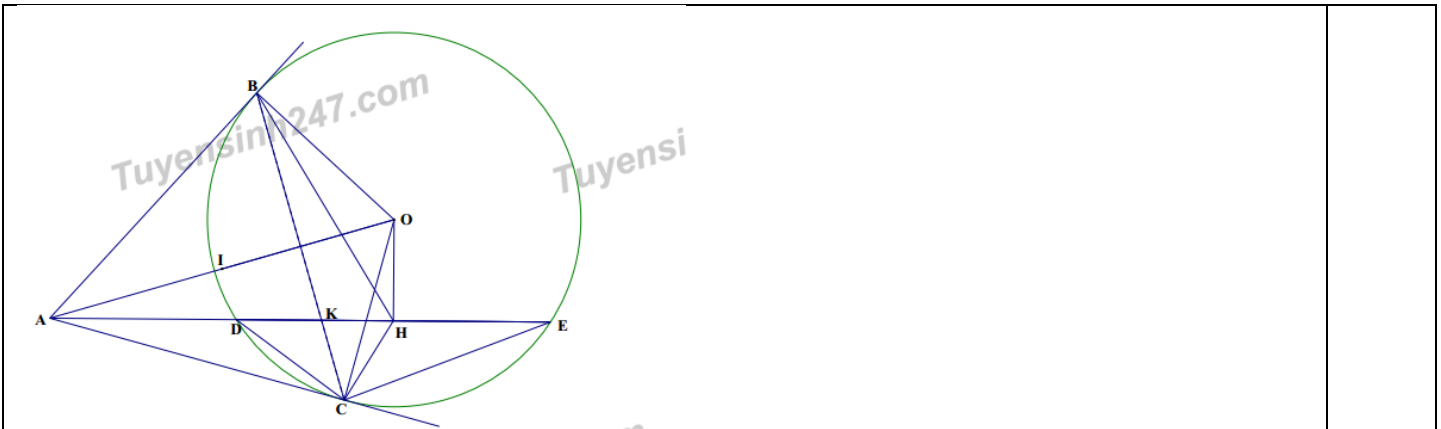
**I. Một số chú ý khi chấm bài**

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách làm, khi chấm thi, giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm
- Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số

**II. Hướng dẫn-thang điểm**

<b>Câu 1 (2,0 điểm)</b>	
a) Giải phương trình: $x+2015=2016$	
b) Trong các hình sau, hình nào nội tiếp đường tròn: Hình vuông; hình chữ nhật; hình thang cân; hình thang vuông	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>a) (0,5 điểm)</b> $x+2015=2016$ $\Leftrightarrow x=2016-2015$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow x=1$ Vậy phương trình có nghiệm $x=1$	<b>0,25</b>
<b>b) (1,5 điểm)</b> Hình vuông	<b>0,5</b>
Hình chữ nhật	<b>0,5</b>
Hình thang cân	<b>0,5</b>
<b>Chú ý:</b> Nếu học sinh trả lời cả 4 đáp án thì trừ 0,25 điểm	
<b>Câu 2 (2,0 điểm)</b>	
Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-2)x-3y=-5 \\ x+my=3 \end{cases} \quad (I) \quad (m \text{ là tham số})$	
a) Giải hệ phương trình (I) với $m=1$ .	
b) Chứng minh hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất với mọi $m$ . Tìm nghiệm duy nhất đó theo $m$	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>a) (1 điểm)</b> Thay $m=1$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} -x-3y=5 \\ x+y=3 \end{cases}$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y=-2 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3-y \end{cases}$	<b>0,25</b>
$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$	<b>0,25</b>
Vậy với $m=1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$	
<b>b) (1,0 điểm)</b> $\begin{cases} (m-2)x-3y=-5 \\ x+my=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)(3-my)-3y=-5 \\ x=3-my \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-m^2y-6+2my-3y=-5 \\ x=3-my \end{cases}$	<b>0,25</b>

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 2m + 3)y = 3m - 1 & (1) \\ x = 3 - my & (2) \end{cases}$	0,25
Ta có: $m^2 - 2m + 3 = (m - 1)^2 + 2 > 0 \forall m$ nên PT(1) có nghiệm duy nhất $\forall m$ $\Rightarrow$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\forall m$	0,25
Từ (1) ta có: $y = \frac{3m - 1}{m^2 - 2m + 3}$ thay vào (2) ta có $x = \frac{9 - 5m}{m^2 - 2m + 3}$	0,25
<b>Câu 3 (2,0 điểm)</b>	
Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2(m + 1)x - 3m + 2$	
a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) với $m = 3$	
b) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B với mọi m	
c) Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của A và B. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>a) (1 điểm)</b> Thay $m = 3$ ta được (d): $y = 8x - 7$	0,25
Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d) khi $m = 3$ là $x^2 = 8x - 7$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$	0,25
Giải phương trình ta được $x_1 = 1; x_2 = 7$	0,25
Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1; 1); (7; 49)$	0,25
<b>b) (0,5 điểm)</b> Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 - 2(m + 1)x + 3m - 2 = 0 \quad (1)$	0,25
$\Delta' = m^2 + 2m + 1 - 3m + 2 = m^2 - m + 3 = (m - \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{4} > 0 \forall m$ Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\forall m \Rightarrow$ (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A, B với mọi m	0,25
<b>c) (0,5 điểm)</b> Ta có: $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình (1) vì $\Delta' > 0 \forall m$ . Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}$	0,25
$x_1^2 + x_2^2 = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 20$ $\Leftrightarrow (2m + 2)^2 - 2(3m - 2) = 20$ $\Leftrightarrow 2m^2 + m - 6 = 0$ $\Leftrightarrow (m - 2)(2m + 3)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$	0,25
<b>Câu 4 (3,0 điểm)</b>	
Cho đường tròn (O; R) dây $DE < 2R$ . Trên tia đối DE lấy điểm A, qua A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O), (B, C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm DE, K là giao điểm của BC và DE	
a) Chứng minh rằng tứ giác ABOC nội tiếp	
b) Gọi (I) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC. Chứng minh rằng H thuộc đường tròn (I) và HA là phân giác BHC	
c) Chứng minh rằng $\frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}$	
<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>



<p><b>a) (1 điểm)</b>          Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp          Ta có: <math>\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ</math> (gt)  <math>\Rightarrow \angle ABO + \angle ACO = 180^\circ</math>          Nên tứ giác ABOC nội tiếp (theo định lý đảo)</p>	<b>0,5</b>
<p><b>b) (1,5 điểm)</b>          Gọi đường tròn (I) ngoại tiếp tứ giác ABOC. Chứng minh rằng H thuộc đường tròn (I) và HA là phân giác góc BHC          Ta có: <math>\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ</math> nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC là trung điểm của AO          Vì <math>\angle AHO = 90^\circ</math> nên H thuộc đường tròn (I)          Theo tính chất tiếp tuyến giao nhau thì <math>AB = AC \Rightarrow OH = CH</math></p>	<b>0,5</b>
<p>Ta có: <math>\angle AHB = \angle AHC</math> (hai góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)          Hay AH là phân giác góc BHC</p>	<b>0,25</b>
<p><b>c) (0,5 điểm)</b>          Xét tam giác ACD và tam giác AEC có <math>\angle CAD = \angle EAC</math> (chung); <math>\angle ACD = \angle AEC = \frac{1}{2} \text{sđDC}</math>  <math>\Rightarrow</math> tam giác ACD đồng dạng với tam giác AEC (g.g) <math>\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = AD \cdot AE</math> (1)</p>	<b>0,25</b>
<p>Xét tam giác ACK và tam giác AHC có <math>\angle CAK = \angle HAC</math> (chung); <math>\angle ACK = \angle CHA (= \angle AHB)</math>  <math>\Rightarrow</math> tam giác ACK đồng dạng với tam giác AHC <math>\Rightarrow \frac{AC}{AH} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AC^2 = AH \cdot AK</math> (2)          Từ (1) và (2)  <math>AD \cdot AE = AK \cdot AH = \frac{1}{2} AK (AH + AH) = \frac{1}{2} AK \cdot (AD + DH + AE - EH)</math>  <math>\Leftrightarrow 2AD \cdot AE = AK (AD + AE)</math>  <math>\Leftrightarrow \frac{2}{AK} = \frac{1}{AD} + \frac{1}{AE}</math></p>	<b>0,25</b>
<p><b>Câu 5 (1,0 điểm)</b>          Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn:  <math display="block">7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015</math>          Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  <math display="block">P = \frac{1}{\sqrt{3(2a^2 + b^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2b^2 + c^2)}} + \frac{1}{\sqrt{3(2c^2 + a^2)}}</math></p>	

<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
-----------------	-------------

<p>Ta có:</p> $(A - B)^2 \geq 0 \Leftrightarrow A^2 + B^2 \geq 2AB$ $B^2 + C^2 \geq 2BC$ $C^2 + A^2 \geq 2CA$ $\Rightarrow 2(AB + BC + CA) \leq 2(A^2 + B^2 + C^2) \quad (*)$ $\Leftrightarrow AB + BC + CA \leq A^2 + B^2 + C^2 \quad (I)$ $(*) \Rightarrow (A^2 + B^2 + C^2) + 2(AB + BC + CA) \leq 2(A^2 + B^2 + C^2) + (A^2 + B^2 + C^2)$ $\Leftrightarrow (A + B + C)^2 \leq 3(A^2 + B^2 + C^2) \quad (II)$ <p>Voi A,B,C&gt;0</p> $\Rightarrow (A+B+C)\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}\right) = \left(\frac{A}{B} + \frac{B}{A}\right) + \left(\frac{B}{C} + \frac{C}{B}\right) + \left(\frac{C}{A} + \frac{A}{C}\right) + 3 \geq 9$ $\Leftrightarrow \frac{1}{A+B+C} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C}\right) \quad (III)$ <p>Bất đẳng thức (I);(II);(III) xảy ra dấu “=” khi A=B=C</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức (I) ta có:</p> $7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015 \leq 6\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) + 2015$ $\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq 2015$ <p>Áp dụng (II) ta có:</p> $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \leq 2015$ $\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \sqrt{6045}$	<b>0,25</b>
<p>Ta lại có:</p> $\sqrt{3(2a^2 + b^2)} = \sqrt{3(a^2 + a^2 + b^2)} \geq \sqrt{(a + a + b)^2} = 2a + b(1)$ $\sqrt{3(2b^2 + c^2)} \geq 2b + c(2)$ $\sqrt{3(2c^2 + a^2)} \geq 2c + a(3)$ <p>Từ (1);(2);(3) ta có:</p> $P \leq \frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2b+c} + \frac{1}{2c+a}$	<b>0,25</b>
<p>Áp dụng (III)</p> $\frac{1}{2a+b} = \frac{1}{a+a+b} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{1}{9} \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)$ $\frac{1}{2b+c} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{c}\right)$ $\frac{1}{2c+a} \leq \frac{1}{9} \left(\frac{2}{c} + \frac{1}{a}\right)$ $\Rightarrow P \leq \frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2b+c} + \frac{1}{2c+a} \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq \frac{\sqrt{6045}}{3}$	<b>0,25</b>
<p>Vậy giá trị lớn nhất <math>P = \frac{\sqrt{6045}}{3}</math> khi</p>	<b>0,25</b>



$\begin{cases} 7\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) = 6\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) + 2015 = 6\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) + 2015 \\ \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \sqrt{6045}; a = b = c > 0 \\ \Leftrightarrow a = b = c = \frac{3}{\sqrt{6045}} = \frac{\sqrt{6045}}{2105} \end{cases}$	
<b>CHÚ Ý:</b> nếu học sinh không chứng minh được bất đẳng thức (I);(II);(III) mà chỉ áp dụng vãn cho điểm tối đa	

### Đề số 67. Sở GD và ĐT Quảng Bình. Năm học: 2015-2016

**Câu 1:** (2.0điểm):

Cho biểu thức  $A = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{4x+2}{x^2-1}$  với  $x \neq \pm 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x khi  $A = \frac{4}{2015}$

**Câu 2:** (1.5điểm):

Cho hàm số:  $y = (m-1)x + m + 3$  với  $m \neq 1$  (m là tham số)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm M(1; -4)

b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d):  $y = -2x + 1$

**Câu 3:** (2.0điểm):

Cho phương trình:  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$  (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 2$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 3x_1) = 9$

**Câu 4:** (1.0điểm):

Cho x, y là hai số thực thỏa mãn:  $x > y$  và  $xy = 1$

Chứng minh rằng:  $\frac{(x^2 + y^2)^2}{(x - y)^2} \geq 8$

**Câu 5:** (3.5điểm):

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, hai đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại P và Q ( $P \neq B, Q \neq C$ ).

a) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE. Chứng minh  $HB \cdot HP = HC \cdot HQ$ .

c) Chứng minh OA vuông góc với DE.

----HẾT----

## HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CHẤM

Câu	Nội dung
<b>1</b>	
<b>1a</b>	<p>Cho biểu thức <math>A = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + \frac{4x+2}{x^2-1}</math> với <math>x \neq \pm 1</math></p> $= \frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x-1}{x^2-1} + \frac{4x+2}{x^2-1}$ $= \frac{x+1-x+1+4x+2}{(x-1)(x+1)}$ $= \frac{4x+4}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{x-1} \text{ (với } x \neq \pm 1)$
<b>1b</b>	<p><math>A = \frac{4}{x-1}</math> với <math>x \neq \pm 1</math></p> <p>Khi <math>A = \frac{4}{2015}</math></p> $\Leftrightarrow \frac{4}{x-1} = \frac{4}{2015}$ $\Rightarrow x-1=2015$ $\Leftrightarrow x=2016 \text{ (TMĐK)}$ <p>Vậy khi <math>A = \frac{4}{x-1}</math> thì <math>x=2016</math></p>
<b>2</b>	Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (1) (m là tham số).
<b>2a</b>	<p>Ta có M(1; -4) thuộc đồ thị hàm số <math>\Rightarrow x = 1; y = -4</math> thay vào hàm số đã cho ta có:</p> $-4 = (m-1) \cdot 1 + m + 3$ $\Leftrightarrow -4 = m-1 + m + 3$ $\Leftrightarrow -4-2 = 2m$ $\Leftrightarrow -6 = 2m$ $\Leftrightarrow m = -3 \text{ (TMĐK)}$ <p>Với <math>m = -3</math> thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm M(1; -4)</p>
<b>2b</b>	<p>Để đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng (d): <math>y = -2x + 1</math></p> <p>Khi và chỉ khi <math>\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m = -1</math></p> <p>Vậy với <math>m = -1</math> thì đồ thị hàm số <math>y = (m-1)x + m + 3</math> song song với đường thẳng (d): <math>y = -2x + 1</math></p>
<b>3</b>	
<b>3a</b>	<p>Khi <math>m = 2</math> thì phương trình (1) trở thành : <math>x^2 - 5x + 4 = 0</math></p> <p>Phương trình có dạng: <math>a + b + c = 0</math> hay <math>1 + (-5) + 4 = 0</math></p> <p>Phương trình có hai nghiệm <math>x_1 = 1; x_2 = 4</math></p>
<b>3b</b>	<p>Ta có:</p> $\Delta = [-(2m+1)]^2 - 4(m^2 + m - 2)$ $= 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 4m + 8 = 9 > 0$ <p><math>\Rightarrow</math> phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math></p>

	<p>Theo định lí Viet <math>x_1 + x_2 = 2m + 1</math>, <math>x_1x_2 = m^2 + m - 2</math></p> <p>Theo đề ra: <math>x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 3x_1) = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2) - 5x_1x_2 = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow (2m + 1)^2 - 7(m^2 + m - 2) = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 7m^2 - 7m + 14 = 9</math></p> <p><math>\Leftrightarrow 3m^2 + 3m - 6 = 0</math></p> <p>Phương trình có dạng: <math>a + b + c = 0</math> hay <math>3 + 3 + (-6) = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow m_1 = 1; m_2 = -2</math></p> <p>Vậy với <math>m_1 = 1; m_2 = -2</math> thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> và thỏa mãn: <math>x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 3x_1) = 9</math></p>
<b>4</b>	
	<p>Vì <math>x &gt; y</math> nên <math>x - y &gt; 0</math></p> <p>Nên <math>\frac{(x^2 + y^2)^2}{(x - y)^2} \geq 8</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{x - y} \geq 2\sqrt{2}</math> ( Khai phương hai vế)</p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}(x - y)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 2 \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + y^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 2xy \geq 0</math> (Do <math>xy = 1</math>)</p> <p><math>\Leftrightarrow (x - y - \sqrt{2})^2 \geq 0</math></p> <p>(điều này luôn luôn đúng)</p> <p>Vậy ta có điều phải chứng minh.</p>
<b>5</b>	
<b>5a</b>	<p>Ta có <math>BD \perp AC</math> (GT) <math>\Rightarrow BDC = 90^0</math>, <math>CE \perp AB \Rightarrow BEC = 90^0</math></p> <p>Nên điểm D và E cùng nhìn đoạn thẳng BC dưới một góc vuông</p> <p>Vậy tứ giác BCDE nội tiếp đường tròn đường kính BC</p>
<b>5b</b>	<p>Xét <math>\Delta BHQ</math> và <math>\Delta CHP</math> có :</p> <p><math>BHQ = CHP</math> (đối đỉnh)</p>

	<p>BQH =CPH (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC của đường tròn (O))          Nên <math>\Delta BHQ</math> đồng dạng với <math>\Delta CHP</math> (g-g)  <math>\Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{HQ}{HP} \Rightarrow BH \cdot HP = HQ \cdot CH</math></p>
<b>5c</b>	<p>kẽ tiếp tuyến Ax. Ta có góc <math>CAX = ABC</math> ( cùng chắn cung AC)          Mà <math>ABC = ADE</math> ( tứ giác BEDC nội tiếp)          nên. <math>CAX = ADE</math> .          Mà hai góc ở vị trí so le trong          Suy ra <math>Ax \parallel DE</math>.          Mà OA vuông góc Ax nên OA vuông góc DE.</p>

### Đề số 68. Sở GD và ĐT Quảng Ngãi. Năm học: 2015-2016

#### Bài 1: (1,5 điểm)

- Thực hiện phép tính:  $4\sqrt{16} - 3\sqrt{9}$
- Rút gọn biểu thức:  $M = \left(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} + 1\right)\left(1 + \frac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}\right)$  với  $a \geq 0; a \neq 1$

#### Bài 2: (2,0 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

b)  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$

- Cho phương trình:  $x^2 - 2x + m + 3 = 0$  (với m là tham số)
  - Tìm m để phương trình có nghiệm  $x = 3$  và tìm nghiệm còn lại.
  - Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn hệ thức:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 4 = 0$$

#### Bài 3: (2,0 điểm)

Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì xong một con đường. Nếu mỗi đội làm riêng để xong con đường thì thời gian đội thứ nhất ít hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội làm xong con đường trong thời gian bao lâu?

#### Bài 4: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AB và C là một điểm nằm giữa hai điểm A và B. Trên nửa mặt phẳng có bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ hai tia Ax và By tiếp xúc với nửa đường tròn đã cho. Trên tia Ax lấy điểm I (với I khác A); đường thẳng vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt tia IK tại E.

- Chứng minh tứ giác CEKB nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $AI \cdot BK = AC \cdot CB$ .
- Chứng minh điểm E nằm trên nửa đường tròn đường kính AB.
- Cho các điểm A; B; I cố định. Hãy xác định vị trí điểm C sao cho diện tích hình thang ABKI lớn nhất

#### Bài 5: (1,0 điểm)

Cho x, y là các số dương thỏa mãn  $(11x + 6y + 2015)(x - y + 3) = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = xy - 5x + 2016$

## ĐÁP ÁN

### Bài 1:

1. Thực hiện phép tính:

$$4\sqrt{16} - 3\sqrt{9} = 4.\sqrt{4^2} - 3.\sqrt{3^2} = 4.4 - 3.3 = 7$$

2. Rút gọn biểu thức:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} + 1\right)\left(1 + \frac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}\right) \text{ với } a \geq 0; a \neq 1 \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1} + 1\right)\left(1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{1-\sqrt{a}}\right) \\ &= (\sqrt{a}+1)(1-\sqrt{a}) \\ &= 1-a \end{aligned}$$

### Bài 2:

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$\Delta = 3^2 - 4.1.(-4) = 25 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-3-5}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-3+5}{2} = 1$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là  $S = \{-4; 1\}$

b)

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (2;3)

### 2. Giải

a) PT có nghiệm  $x = 3$  nên ta có:

$$3^2 - 2.3 + m + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -6$$

Vậy  $m = -6$  là giá trị cần tìm.

Với  $m = -6$  ta có phương trình :  $x^2 - 2x - 3 = 0$

Ta có  $a - b + c = 1 - (-2) - 3 = 0$

Vậy nghiệm còn lại của phương trình là  $x = -1$

b) Ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 4 = 0(*)$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (-1)^2 - (m+3) > 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - m - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow m < -2$$

Áp dụng hệ thức Vi ét cho (1) ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m + 3 \end{cases}$

$$(*) \Leftrightarrow 2^2 - 3(m+3) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3m - 9 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3$$

Vậy  $m = -3$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Bài 3 :

Gọi đội thứ nhất làm 1 mình xong công việc trong x (giờ)

Đội thứ hai làm 1 mình xong công việc y (giờ) ( $x, y > 4$ )

1 giờ đội thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc)

1 giờ đội thứ hai làm được  $\frac{1}{y}$  (công việc)

1 giờ cả 2 đội làm được  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  (công việc)

$$\text{Ta có } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

Theo đề ra ta có :  $x + 6 = y \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1) \\ x + 6 = y \quad (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(x+6) + 2x = x(x+6)$$

$$\Leftrightarrow 4x + 24 + 2x = x^2 + 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

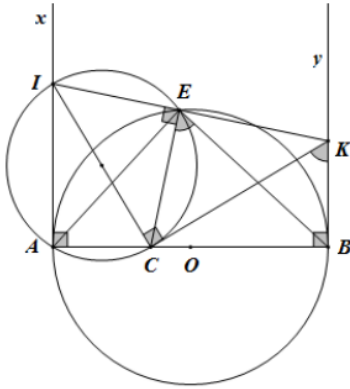
$$\Delta' = 1 + 24 = 25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 5 = -4(L) \\ x = 1 + 5 = 6(TM) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 6 + 6 = 12.$$

Vậy đội 1 làm trong 6 giờ, đội 2 làm trong 12 giờ.

### Bài 4:



- Vì E thuộc đường tròn đường kính IC nên  $IEC = 90^\circ$ , suy ra  $KEC = 90^\circ$   
 Vì Ax, By  $\perp$  AB nên  $CBK = 90^\circ \Rightarrow CBK + CEK = 180^\circ$   
 Suy ra CEKB là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Có  $AIC + ACI = 90^\circ$ ;  $ACI + BCK = 90^\circ \Rightarrow AIC = BCK$   
 $\Rightarrow$  tam giác AIC đồng dạng với tam giác BCK (g-g)  
 $\Rightarrow \frac{AI}{BC} = \frac{AC}{BK} \Rightarrow AI \cdot BK = AC \cdot BC$
- Vì AIEC là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IC nên  $AEC = AIC$   
 Vì CEKB là tứ giác nội tiếp nên  $BEC = BKC$   
 Suy ra  $AEB = AEC + BEC = AIC + BKC = BCK + BKC = 90^\circ$   
 Suy ra E thuộc đường tròn đường kính AB.

- Vì AIKB là hình thang vuông tại A và B nên  $S_{AIKB} = \frac{(AI + KB) \cdot AB}{2}$

Vì AI, AB không đổi nên  $S_{AIKB}$  lớn nhất KB lớn nhất

Theo ý 2 ta có  $AI \cdot KB = AC \cdot BC \Rightarrow KB = \frac{AC \cdot BC}{AI}$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương:  $AC \cdot BC \leq \frac{(AC + BC)^2}{4} = \frac{AB^2}{4}$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow AC = BC \Leftrightarrow C$  là trung điểm AB

Vậy  $S_{AIKB}$  lớn nhất C là trung điểm AB

### Bài 5

Ta có  $(11x + 6y + 2015)(x - y + 3) = 0$   $11x + 6y + 2015 = 0$  (1) hoặc  $x - y + 3 = 0$  (2)

Vì  $x, y > 0$  nên  $11x + 6y + 2015 > 0 \Rightarrow$  (1) loại.

(2)  $y = x + 3$ . Thay  $y = x + 3$  vào P ta được:

$$P = x(x + 3) - 5x + 2016 = x^2 - 2x + 2016 = (x - 1)^2 + 2015$$

Vì  $(x - 1)^2 \geq 0 \forall x$  nên  $(x - 1)^2 + 2015 \geq 2015$ . Suy ra  $P \geq 2015$

Dấu bằng xảy ra  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 2015, xảy ra khi  $x = 1; y = 4$ .

**Đề số 69. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1:** (2,0 điểm)

1. Tìm x biết

a)  $x - 2015 = 0$

b)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

c)  $2\sqrt{x} - 3 = 0 (x \geq 0)$

2. Cho  $x > 0$ , x hãy rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{x+1}-2} : \frac{\sqrt{x+1}+2}{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}}$$

**Câu 2** (2,0 điểm)

Cho phương trình chứa tham số m

$$x^2 - 2(2m+1)x + 2m + 1 = 0$$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  và hai nghiệm đó thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1 + x_2)^2 - x_1^2 x_2^2 - 6m > 4$$

**Câu 3:** (2,0 điểm)

Hàng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài 10 km. Nam tính toán và thấy rằng đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hàng ngày. Tuy nhiên, thực tế sáng nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa đầu quãng đường (dài 5km), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hàng ngày. Vì vậy thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hàng ngày và vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là km/h)

**Câu 4 :** (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính OA. Điểm C thuộc đoạn thẳng AO (C khác A và O). Đường thẳng vuông góc với AO tại C cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và K. Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt đường thẳng AO tại E. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng DE tại F. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng FO và DK.

1. Chứng minh các tứ giác AFDO và AHOK là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh đường thẳng AH song song với đường thẳng ED
3. Chứng minh đẳng thức  $DH^2 = EF.CH$

**Câu 5:** (0,5 điểm)

Cho các số thực dương a và b thỏa mãn  $2a + b = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = a^2 - a + 3b + \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + 9$$

-----HẾT-----



## ĐÁP ÁN

### Câu 1:

1. Tìm x:

a.  $x - 2015 = 0$

$x = 2015$

b.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1 > 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = 3; x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = 2$$

c.

$$2\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \text{ (TM)}$$

2.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{x+1}-2} : \frac{\sqrt{x+1}+2}{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}+2}{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)} : \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x}(x-3)} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}+2}{x-3} \cdot \frac{\sqrt{x}(x-3)}{\sqrt{x+1}+2} = \sqrt{x} \end{aligned}$$

### Câu 2:

$$(x_1 + x_2)^2 - x_1^2 x_2^2 - 6m > 4 \text{ (1)}$$

Để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thì  $(-m-1)^2 - (2m+1) = m^2$  thỏa mãn với mọi  $m$  thuộc  $\mathbb{R}$

Theo Viet ta có:  $x_1 + x_2 = 2(m+1)$  (2)

$$x_1 \cdot x_2 = 2m + 1 \text{ (3)}$$

Thay (2), (3) vào (1) ta có:

$$4(m+1)^2 - (2m+1)^2 - 6m > 4$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 - 4m - 1 - 6m - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow -2m - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{-1}{2} \text{ (TM)}$$

### Câu 3:

Gọi vận tốc đạp xe hằng ngày của Nam là  $x$  (km/h,  $x > 0$ )

Vận tốc đạp xe lớn nhất của Nam là  $y$  (km/h,  $y > x$ )

Thời gian đi hàng ngày của Nam từ nhà đến trường là  $\frac{10}{x}$  (h)



$\Rightarrow AH \perp OD$  hay  $AL \perp OD$  (tính chất ba đường cao trong tam giác) (2)

Xét tứ giác OLHC có  $OLH + OCH = 180^\circ$

Mà :  $LOC + LHC + OLH + OCH = 360^\circ$

$\Rightarrow LOC + LHC = 180^\circ$  (3)

Mà  $LHC + CHA = 180^\circ$  (hai góc kề bù) (4)

Từ (3);(4)  $\Rightarrow LOC = CHA$  hay  $LOC = AHK$ (5)

Mặt khác xét tam giác DOK có  $OD = OK = R$  nên tam giác DOK cân tại O

Lại có  $OA \perp DK$  (gt) hay  $OC \perp DK$  (C thuộc OA)

$\Rightarrow CO$  đồng thời là đường cao đồng thời là phân giác tam giác cân DOK

$\Rightarrow LOC = KOC$  hay  $LOC = KOA$ (6)

Từ (5);(6)  $\Rightarrow AHK = KOA$

Do đó điểm H, O liên tiếp nhau cùng nhìn AK một góc không đổi

$\Rightarrow$  tứ giác AHOK là tứ giác nội tiếp (đpcm)

## 2. Chứng minh đường thẳng AH song song với đường thẳng ED

$OD \perp DE$  (theo (1));  $OD \perp AL$  (theo (2))  $AL \parallel DE$  hay  $AH \parallel DE$  (H thuộc AL) (từ vuông góc đến song song) (đpcm)

### 2. Chứng minh đẳng thức $DH^2 = EF \cdot CH$

Theo cmt ta có OF là trung trực của DA mà H thuộc OF nên  $DH = AH$  (định lý trung trực) (7)

$DC \perp OA$ ,  $FA \perp OE \Rightarrow DC \parallel FA$

Mà  $AH \parallel ED$  (cm ý 1)

$\Rightarrow$  Tứ giác DFAH là hình bình hành  $DH = AF$  (tc hình bình hành) (8)

Xét tam giác CHA và tam giác AFE có  $HCA = FAE = 90^\circ$

Lại có :  $CAH = AEF$  (2 góc đồng vị do  $AH \parallel DE$  cmt)

$\Rightarrow$  tam giác CHA đồng dạng với tam giác AFE

$$\Rightarrow \frac{CH}{AF} = \frac{AH}{EF} \Rightarrow AH \cdot AF = EF \cdot CH$$

$\Rightarrow$  Kết hợp (7), (8)  $DH^2 = EF \cdot CH$  (đpcm)

### Câu 5:

Xét

$$S = a^2 - a + 3b + \frac{9}{a} + \frac{1}{b} + 9$$

$$S = a^2 - 2a \cdot 3 + 9 + 4a + 2b + a + b + \frac{9}{a} + \frac{1}{b}$$

$$S = (a-3)^2 + (4a+2b) + (a + \frac{9}{a}) + (b + \frac{1}{b})$$

Trong đó:

$(a-3)^2 \geq 0$ , dấu "=" xảy ra khi  $a = 3$

$4a + 2b \geq 14$  do  $2a + b \geq 7$  (gt) dấu "=" xảy ra khi  $a = 3, b = 1$

$$a + \frac{9}{a} \geq 2 \cdot \sqrt{a \cdot \frac{9}{a}} = 6 \text{ (cosi)} \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = \frac{9}{a} \Leftrightarrow a = 3$$

$$b + \frac{1}{b} \geq 2 \cdot \sqrt{b \cdot \frac{1}{b}} = 2 \text{ (cosi)} \text{ dấu "=" xảy ra khi } b = \frac{1}{b} \Leftrightarrow b = 1$$

Do đó  $S \geq 0 + 14 + 6 + 2 \Rightarrow S \geq 22$  dấu "=" xảy ra khi  $a = 3, b = 1$

Vậy Min  $S = 22$  khi  $a = 3, b = 1$

**Đề số 70. Sở GD và ĐT Sơn La. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1** (3,0 điểm).

a. Giải phương trình:  $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4}$

b. Giải phương trình:  $x^2 - x - 6 = 0$

c. Rút ngắn biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) : \frac{a+1}{a-1}$

**Câu 2** (1,0 điểm).

a. Cho phương trình bậc hai:  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0(1)$ . Tìm m để phương trình (1) có nghiệm

b. Tìm hàm số  $y=ax^2$ , biết đồ thị của nó đi qua điểm  $A(-1; 2)$ . Với hàm số tìm được hãy tìm các điểm trên đồ thị có tung độ là 8.

**Câu 3** (2,0 điểm).

Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích  $100 \text{ m}^2$ . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5m thì diện tích của thửa ruộng tăng thêm  $5 \text{ m}^2$ .

**Câu 4** (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, các đường cao AA' và BB' cắt nhau tại H. AO cắt đường tròn tại D.

- Chứng minh tứ giác ABA'B' nội tiếp được đường tròn.
- Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.
- Gọi điểm M đối xứng với D qua AB, N đối xứng với D qua AC. Chứng minh ba điểm M, H, N thẳng hàng.

-----Hết-----

## ĐÁP ÁN

### Câu 1:

a, Giải pt:  $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4}$

$$\Leftrightarrow 2(x-1) + 4 = x+1$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 + 4 = x + 1$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -1$

b)  $x^2 - x - 6 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$$

$\Rightarrow$  Phương trình có nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{1-5}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{1+5}{2} = 3$$

Vậy PT đã cho có nghiệm phân biệt  $x = -2; x = 3$

c, Rút gọn:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) : \frac{a+1}{a-1}$

ĐK:  $a \geq 0; a \neq 1$

$$= \frac{\sqrt{a}+1 - (\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} : \frac{a+1}{a-1}$$

$$= \frac{2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a+1}$$

$$= \frac{2}{a+1}$$

### Câu 2:

a)  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0(1)$

Phương trình (1) có nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$$\Leftrightarrow [-(m+1)]^2 - m^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{2}$$

Vậy  $m \geq \frac{-1}{2}$  thì pt (1) có nghiệm

b Ta có đồ thị hàm số  $y = ax^2$  đi qua điểm  $A(-1; 2)$  nên ta có:

$$2 = a \cdot (-1)^2$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

$\Rightarrow$  Hàm số cần tìm là  $y = 2x^2$ .

+) Các điểm trên đồ thị có tung độ là 8.

Gọi điểm cần tìm là  $M(x_0; y_0)$

Ta có

$$y_0 = 8$$

$$\Rightarrow 8 = 2 \cdot x_0^2$$

$$\Leftrightarrow x_0^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x_0 = \pm 2$$

Vậy các điểm cần tìm trên đồ thị có tung độ là 8 là :  $M(-2; 8)$  ;  $M(2; 8)$ .

Câu 3 : Gọi chiều dài ban đầu của thửa ruộng là  $a$  (m) ( $a > 0$ )

Chiều rộng ban đầu của thửa ruộng là  $b$  (m) ( $0 < b < a$ )

Diện tích ban đầu của thửa ruộng là  $100\text{m}^2$  nên ta có :  $a \cdot b = 100$  (1)

Chiều rộng của thửa ruộng sau khi tăng  $m$  là :  $b + 2$  (m)

Chiều dài của thửa ruộng sau khi giảm  $5\text{m}$  là :  $a - 5$  (m)

Diện tích sau của thửa ruộng là :  $(b + 2)(a - 5)$

Diện tích sau của thửa ruộng tăng thêm  $5\text{m}^2$  là  $100 + 5 = 105$  ( $\text{m}^2$ )

$$\Leftrightarrow (b+2)(a-5)=105 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hpt: 
$$\begin{cases} ab = 100(1) \\ (b+2)(a-5) = 105(2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có :  $ab - 5b + 2a - 10 = 105$

$$\Leftrightarrow 100 - 5b + 2a - 10 = 105$$

$$\Leftrightarrow -5b + 2a = 15(*)$$

Từ (1) ta có:  $a = \frac{100}{b}$  thay vào (\*) ta được :

$$2 \cdot \frac{100}{b} - 5b = 15$$

$$\Leftrightarrow 5b^2 + 15b - 200 = 0$$

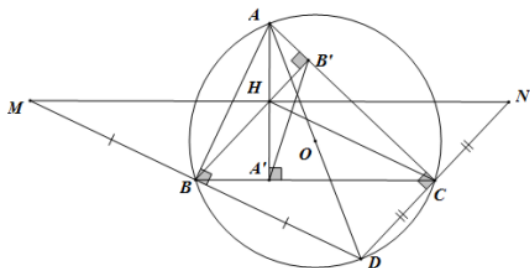
$$\Leftrightarrow b^2 + 3b - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow (b+8)(b-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -8(L) \\ b = 5(TM) \end{cases}$$

$\Rightarrow a = 20$ . Vậy chiều dài là  $20\text{m}$ , chiều rộng là  $5\text{m}$ .

Câu 4 :



a) Ta có  $AA' \perp BC \Rightarrow \angle AA'B = 90^\circ$

$BB' \perp AC \Rightarrow \angle AB'B = 90^\circ$

- Xét tứ giác  $ABA'B'$  có :  $\angle AA'B = \angle AB'B = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Từ giác  $ABA'B'$  nội tiếp đường tròn.  
 b) Ta có :  $BH \perp AC$  (1)  
 $ACD=90^\circ$  (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  
 $\Rightarrow DC \perp AC$  (2)  
 Từ (1), (2)  $\Rightarrow BH \parallel DC$  (3)  
 +) Lại có:  $CH \perp AB$  (gt H là trực tâm)  
 $ABD=90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  
 $\Rightarrow BD \perp AB$   
 $\Rightarrow CH \parallel BD$  (4)  
 Từ (3),(4)  $\Rightarrow$  Tứ giác BHCD là hình bình hành.  
 Xét MND có  
 B là trung điểm MD  
 C là trung điểm DN  
 $\Rightarrow BC$  là đường trung bình của tam giác MND  
 $\Rightarrow BC \parallel MN$  (5)  
 Lại có: tứ giác BHCD là hình bình hành  
 $\Rightarrow HC \parallel BD$  và  $HC = BD$   
 Có M là điểm đối xứng với D qua B  
 $\Rightarrow MB = BD$   
 $\Rightarrow HC \parallel MB$  và  $HC = MB$   
 $\Rightarrow$  Tứ giác HDBM là hình bình hành.  
 $\Rightarrow BC \parallel MH$  (6).  
 Từ (5) và (6)  $\Rightarrow M, N, H$  thẳng hàng.

### Đề số 71. Sở GD và ĐT Tây Ninh. Năm học: 2015-2016

**Câu 1:** (1 điểm) Thực hiện các phép tính

a) (0,5 điểm)  $A = 2\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{9}$

b) (0,5 điểm)  $B = \sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27})$

**Câu 2:** (1 điểm) Giải phương trình  $3x^2 - 5x - 2 = 0$

**Câu 3:** (1 điểm) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

**Câu 4:** (1 điểm) Tìm m, n biết rằng đường thẳng  $d_1 : y = 2mx + 4n$  đi qua điểm  $A(2; 0)$  và song song với đường thẳng  $d_2 : y = 4x + 3$

**Câu 5:** (1 điểm) Vẽ đồ thị hàm số  $y = -\frac{3}{2}x^2$

**Câu 6:** (1 điểm) Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ . Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ . Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1; x_2$  không phụ thuộc vào m

**Câu 7:** (1 điểm) Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 30 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 2 xe nên mỗi xe chở t hơn 0,5 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc xe?

**Câu 8:** (2 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính MN và A là một điểm trên đường tròn (O), (A khác M và A khác N). Lấy một điểm I trên đoạn thẳng ON (I khác O và I khác N). Qua I kẻ đường thẳng (d) vuông góc với MN). Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AM, AN với đường thẳng (d)

- a) (1 điểm) Gọi K là điểm đối xứng của N qua điểm I. Chứng minh tứ giác MPQK nội tiếp đường tròn.  
 b) (1 điểm) Chứng minh rằng:  $IM \cdot IN = IP \cdot IQ$

**Câu 9:** (1 điểm) Cho góc vuông xOy. Một đường tròn tiếp xúc với tia Ox tại A và cắt tia Oy tại hai điểm B, C. Biết  $OA = 2$ , hãy tính  $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

--- HẾT ---

**Giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....

Chữ kí của giám thị 1: ..... Chữ kí của giám thị 2 : .....

### ĐÁP ÁN THAM KHẢO

**Câu 1 :** (1 điểm) Thực hiện các phép tính

$$a) A = 2\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{9} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3 = -3$$

$$b) B = \sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27}) = \sqrt{36} + \sqrt{81} = 6 + 9 = 15$$

**Câu 2:** (1 điểm) Giải phương trình  $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{5+7}{6} = 2; x_2 = \frac{5-7}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ 2; -\frac{1}{3} \right\}$$

**Câu 3:** (1 điểm) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; 1)$ .

**Câu 4 :** (1 điểm)

$d_1: y = 2mx + 4n$  đi qua điểm  $A(2; 0)$  và song song với đường thẳng  $d_2: y = 4x + 3$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 4 \\ 4n \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n \neq \frac{3}{4} \end{cases}$$

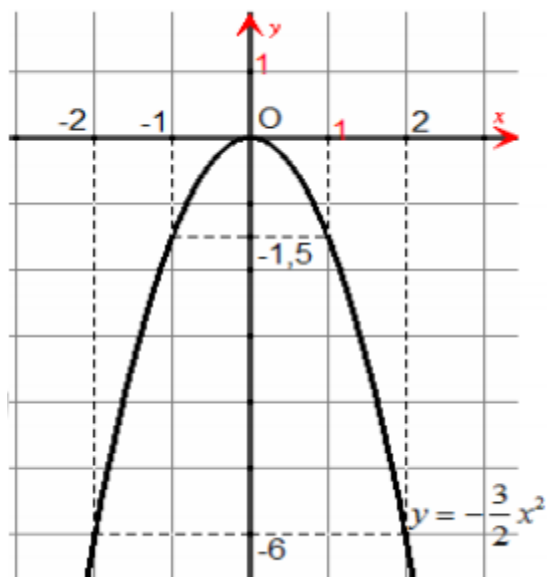
$m = 2, d_1 = 2mx + 4n$  đi qua  $A(2;0)$

$$\Rightarrow 0 = 2 \cdot 2 + 4n \Rightarrow 4n = -8 \Rightarrow n = -2 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $m = 2; n = -2$

**Câu 5:** (1 điểm) Vẽ đồ thị hàm số  $y = -\frac{3}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-1,5	0	-1,5	-6



**Câu 6:** (1 điểm) Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ .

Phương trình có:

$$\Delta' = (m-1)^2 - 1 \cdot (m-2) = m^2 - 2m + 1 - m + 2$$

$$= m^2 - 3m + 3$$

$$= \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + 3 - \frac{9}{4} = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall m$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  với mọi  $m$

Khi đó, theo Vi-ét ta có:  $x_1 + x_2 = 2m - 2; x_1 x_2 = m - 2$

$$x_1 x_2 = m - 2 \Rightarrow 2x_1 x_2 = 2m - 4$$

$$\Rightarrow A = x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 2$$

(không phụ thuộc vào  $m$ )

Vậy hệ thức liên hệ giữa  $x_1; x_2$  không phụ thuộc vào  $m$  có thể là  $A = x_1 + x_2 - 2x_1 x_2$

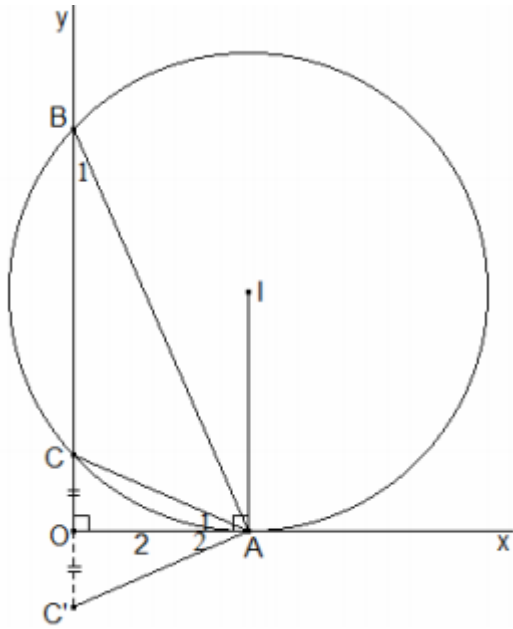
**Câu 7:** (1 điểm)

Gọi số xe trong đoàn xe lúc đầu là  $x$  (chiếc ( $x \in \mathbb{Z}^+$ )).

Số xe trong đoàn xe khi bổ sung thêm là  $x + 2$  (chiếc).

Lúc đầu, lượng hàng mỗi xe phải chở là  $\frac{30}{x}$  (tấn)





Tính  $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Lấy  $C'$  đối xứng với  $C$  qua  $Ox \Rightarrow AC = AC'$

$A_1 = A_2$  (hai góc đối xứng qua một trục)

$A_1 = B_1$  (cùng bằng  $\frac{1}{2}$  số đo  $\widehat{AC}$ )

$\Rightarrow A_2 = B_1$

$\Rightarrow \widehat{BAC'} = \widehat{BAO} + A_2 = \widehat{BAO} + B_1 = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Tam giác  $ABC'$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AO$

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC'^2} = \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

**Đề số 72. Sở GD và ĐT Thái Bình. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức:  $P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{x - 4}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

Rút gọn biểu thức P.

Tìm giá trị của P khi  $x = 9 + 4\sqrt{5}$

**Câu 2.** (1,5 điểm):

Cho phương trình  $x^2 + 5x + m - 2 = 0$  ( m là tham số)

Giải phương trình khi  $m = -12$ .

Tìm m để phương trình hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 2$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $168m^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Cho parabol (P) :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2.

Đường thẳng (d) phương trình  $y = mx + n$ .

Tìm tọa độ điểm A, B Tìm m, n biết (d) đi qua điểm A và B .

Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB ( điểm O là gốc tọa độ).

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$ . Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E.

Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp.

Chứng minh:  $AC \cdot AN = AO \cdot AB$ .

Chứng minh: NO vuông góc với AE.

Tìm vị trí điểm M sao cho  $(2 \cdot AM + AN)$  nhỏ nhất.

**Câu 6.** (0,5 điểm):

Cho ba số dương a, b, c thay đổi thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

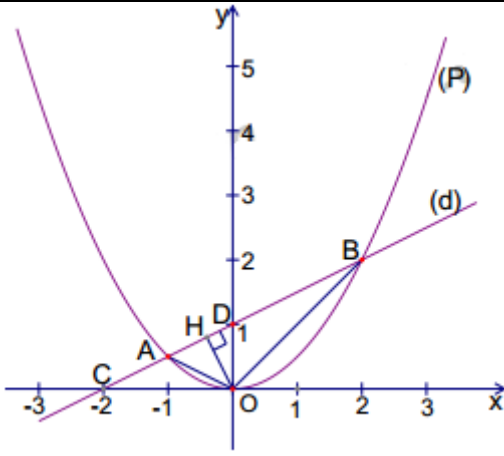
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = 2(a + b + c) + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

--- HẾT ---

**ĐÁP ÁN (THAM KHẢO)**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM	
<b>1</b>	a) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có: $P = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{(x + \sqrt{x})(\sqrt{x} + 2) - (2\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2) + x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25	
	$= \frac{x\sqrt{x} + 2x + x + 2\sqrt{x} - 2x + 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2 + x - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25	
	$= \frac{x\sqrt{x} + 2x + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25	
	$= \frac{x(\sqrt{x} + 2) + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(x + 1)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25	
	$= \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 2}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì $P = \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 2}$	0,25	
	b) Ta có: $x = 9 + 4\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^2$ (thỏa mãn điều kiện xác định) $\Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{5}$	0,25	
	Khi đó: $P = \frac{9 + 4\sqrt{5} + 1}{2 + \sqrt{5} - 2} = \frac{10 + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} + 4$	0,25	
	Vậy với $x = 9 + 4\sqrt{5}$ thì $P = 2\sqrt{5} + 4$	0,25	
	<b>2</b>	a) Với $m = -12$ , phương trình đã cho trở thành: $x^2 + 5x - 14 = 0$	0,25
		$\Delta = 5^2 + 4.14 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$	0,25
$\Rightarrow$ phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5 - 9}{2} = -7; x_2 = \frac{-5 + 9}{2} = 2$		0,25	
Vậy với $m = -12$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -7; x_2 = 2$		0,25	
b) Phương trình $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5^2 - 4(m - 2) = 33 - 4m > 0 \\ 1^2 + 5.1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{33}{4} (*) \\ m \neq -4 \end{cases}$		0,25	
Theo VI-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$			
Từ giả thiết:	0,25		

	$\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 2$ $\Rightarrow x_2 - 1 + x_1 - 1 = 2(x_1 - 1)(x_2 - 1)$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2 = 2[x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1]$ $\Leftrightarrow -5 - 2 = 2(m - 2 + 5 + 1)$ $\Leftrightarrow m = \frac{-15}{2} (TM (*))$ <p>Vậy giá trị cần tìm là <math>m = \frac{-15}{2}</math></p>	
<b>3</b>	Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$ ĐK $x > 1$ . Thì chiều rộng của mảnh vườn là $\frac{168}{x}(m)$	0,25
	Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có: -chiều dài là $x-1(m)$ -chiều rộng là $\frac{168}{x} + 1(m)$ Vì mảnh vườn trở thành hình vuông lên ra có phương trình $\frac{168}{x} + 1 = x - 1$	0,25
	$\Rightarrow 168 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 14)(x + 12) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14(TM) \\ x = -12(L) \end{cases}$	0,25
	Vậy mảnh vườn có chiều dài là 14m, chiều rộng là $168:14=12m$	0,25
<b>4</b>	a) Ta có: $A(x_A; y_A) \in (P)$ có hoành độ $x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A(-1; \frac{1}{2})$	0,25
	$B(x_B; y_B) \in (P)$ có hoành độ $x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2 \Rightarrow B(2; 2)$	0,25
	Vì đường thẳng $y=mx+n$ đi qua 2 điểm A và B lên ta có hệ:	0,25
	$\begin{cases} -m + n = \frac{1}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = \frac{3}{2} \\ 2m + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ 2 \cdot \frac{1}{2} + n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 1 \end{cases}$	
	Vậy với $m=1/2, n=1$ thì (d) đi qua 2 điểm $A(-1; \frac{1}{2}); B(2; 2)$	0,25
	b) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 hệ trục tạo độ như hình vẽ Để thấy (d) cắt Ox tại $C(-2; 0)$ và cắt Oy tại $D(0; 1) \Rightarrow OC=2; OD=1$	0,25



Độ dài đường cao OH của tam giác OAB chính là độ dài đường cao OH của tam giác OCD

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} (dvd)$$

$$\text{Vậy } OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} (dvd)$$

0,25

5

a) Phần đường kính OC đi qua trung điểm C của AM  $\Rightarrow OC \perp AM \Rightarrow \angle OCN = 90^\circ$

0,25

BN là tiếp tuyến của (O) tại B  $\Rightarrow OB \perp BN \Rightarrow \angle OBN = 90^\circ$ .

0,25

Xét tứ giác OCNB có tổng góc đối:  $\angle OCN + \angle OBN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

0,25

Do đó tứ giác OCNB nội tiếp

0,25

b) Xét tam giác ACO và tam giác ABN có

A1 chung

$$\angle ACO = \angle ABN = 90^\circ$$

0,25

$\Rightarrow$  tam giác ACO đồng dạng với tam giác ABN

0,25

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AO}{AN}$$

0,25

Do đó:  $AC \cdot AN = AO \cdot AB$  (đpcm)

0,25

c) Theo chứng minh trên ta có:

0,25

$OC \perp AM \Rightarrow EC \perp AN \Rightarrow EC$  là đường cao của tam giác ANE(1)

$OB \perp BN \Rightarrow AB \perp NE \Rightarrow AB$  là đường cao của tam giác ANE(2)

0,25

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow O$  là trực tâm của tam giác ANE (vì O là giao điểm của AB và EC)

0,25

$\Rightarrow NO$  là đường cao thứ ba của tam giác ANE

Do đó:  $NO \perp AE$  (đpcm)

0,25

d) Ta có:  $2 \cdot AM + AN = 4AC + AN$  (vì C là trung điểm của AM).

0,25

$$4AC \cdot AN = 4AO \cdot AB = 4R \cdot 2R = 8R^2$$

Áp dụng bất đẳng thức cosin cho hai số dương ta có:

$$4AC + AN \geq 2\sqrt{2AC \cdot AN} = 2\sqrt{8R^2} = 4\sqrt{2}R$$

$\Rightarrow$  tổng  $2 \cdot AM + AN$  nhỏ nhất  $= 4\sqrt{2}R$  khi  $4AC = AN$

$\Leftrightarrow AN = 2AM \Leftrightarrow M$  là trung điểm của AN

0,25

Tam giác ABN vuông tại B có BM là đường trung tuyến nên  $AM = MB$

	<p><math>\Rightarrow AM=BM \Rightarrow M</math> là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB</p> <p>Vậy với <math>m</math> là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB thì <math>2AM+AN</math> nhỏ nhất = <math>4\sqrt{2}R</math></p>	
6	<p>Ta chứng minh BDT phụ sau:</p> <p>Với <math>0 &lt; x &lt; \sqrt{3}</math> thì <math>2x + \frac{1}{x} \geq 3 + \frac{1}{2}(x^2 - 1)</math> (1)</p> <p>Thật vậy</p> $4x^2 + 2 \geq 6x + x^3 - x \text{ (Do } x > 0)$ $\Leftrightarrow x^3 - x - (4x^2 - 6x + 2) \leq 0$ <p>(1) <math>\Leftrightarrow \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x) - 2(x-1)(2x-1) \leq 0</math></p> $\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 3x + 2) \leq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2(x-2) \leq 0 \text{ (LD)}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>x=1</math></p>	0,25
	<p>Từ giả thiết</p> $a^2 + b^2 + c^2 = 3 \Leftrightarrow 0 < a^2, b^2, c^2 < 3$ $\Leftrightarrow 0 < a, b, c < \sqrt{3}$ <p>Áp dụng bất đẳng thức (1) với <math>0 &lt; a, b, c &lt; \sqrt{3}</math> ta có:</p> $2a + \frac{1}{a} \geq 3 + \frac{1}{2}(a^2 - 1)$ (2) $2b + \frac{1}{b} \geq 3 + \frac{1}{2}(b^2 - 1)$ (3) $2c + \frac{1}{c} \geq 3 + \frac{1}{2}(c^2 - 1)$ (4) <p>Cộng (2);(3);(4) theo vế ta có:</p> $P \geq 9 + \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2 - 3) = 9 \text{ (Do } a^2 + b^2 + c^2 = 3)$ <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b = c = 1</math>.</p> <p>Vậy <math>P_{\min} = 9 \Leftrightarrow a = b = c = 1</math></p>	0,25



**Đề số 73. Sở GD và ĐT Thái Nguyên. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (1,0 điểm).** Không dùng máy tính, giải phương trình:

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

**Câu 2 (1,0 điểm).** Không dùng máy tính, rút gọn biểu thức:

$$A = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) - \frac{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - 2}$$

**Câu 3 (1,0 điểm).** Tìm giá trị của tham số  $k$  để đường thẳng  $d_1 : y = -x + 2$  cắt đường thẳng  $d_2 : y = 2x + 3 - k$  tại một điểm nằm trên trục hoành.

**Câu 4 (1,0 điểm).** Cho biểu thức  $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x-3}}\right)\left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + |y| = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$$

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 + x - 7 = 0$ . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $C = x_1^3 + x_2^3 - x_1 - x_2$

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BH = 8\text{cm}$ , tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH và diện tích tam giác ABC.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AM (M là tiếp điểm) và cát tuyến ANP với đường tròn (O). Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng NP. Chứng minh 4 điểm A, M, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn là CD, H là chân đường vuông góc hạ từ đỉnh A xuống cạnh CD. Biết  $AB = 7\text{cm}$ ,  $CD = 10\text{cm}$ ,  $\tan D = 4$ . Tính diện tích của hình thang ABCD.

**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho tam giác ABC có góc A tù nội tiếp trong đường tròn (O). Kẻ các đường cao BB', CC' của tam giác ABC. Chứng minh  $OA \perp B'C'$ .

----HẾT----

## ĐÁP ÁN

### Câu 1:

Có  $a=1; b=5; c=-6 \Rightarrow a+b+c=0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1=1; x_2=-6$

### Câu 2

$$\text{Ta có } A = (\sqrt{5})^2 - 2^2 - \frac{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3}-2} = 5 - 4 - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} = 1 - (-1) = 2$$

### Câu 3

Ta thấy hai đường thẳng  $d_1; d_2$  luôn cắt nhau:

+ Đường thẳng  $d_1$  cắt trục hoành tại điểm  $A(2;0)$

+ Đường thẳng  $d_2$  cắt trục hoành tại điểm  $B(\frac{k-3}{2}; 0)$

+ Để hai đường thẳng  $d_1; d_2$  cắt nhau tại một điểm trên trục hoành thì  $A=B$ , tức là  $\frac{k-3}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 7$

### Câu 4

Điều kiện để B xác định:  $x > 0, x \neq 9$

$$\text{Ta có } B = \frac{\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{Để } B = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$$

Kết hợp điều kiện suy ra không có giá trị  $x$  thỏa mãn.

### Câu 5

$$\text{+ Nếu } y \geq 0 \text{ ta được hệ: } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{10} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases} (TM)$$

$$\text{+ Nếu } y < 0 \text{ ta được hệ: } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = 7 \end{cases} (L)$$

$$\text{Vậy nghiệm của hệ phương trình là } \begin{cases} x = \frac{13}{10} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases}$$

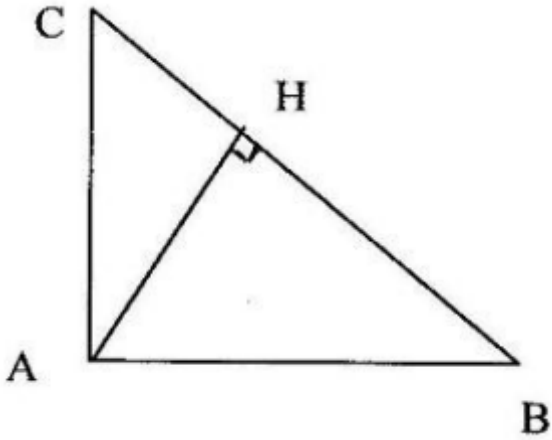
### Câu 6

Áp dụng định lý Vi-et ta có:  $x_1 + x_2 = -1; x_1 x_2 = -7$

$$C = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) - (x_1 + x_2)$$

$$= (-1)^3 - 3(-7)(-1) - (-1) = -21$$

### Câu 7

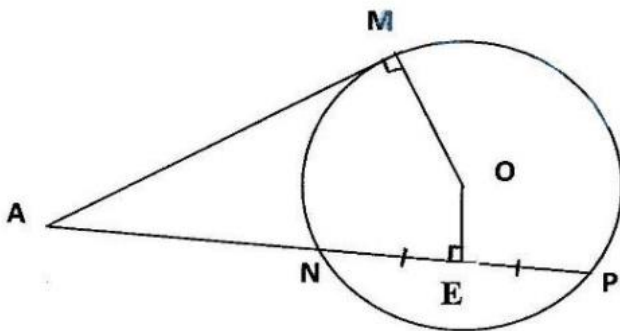


+ Do tam giác ABC vuông tại A:  $AB^2 = BC.BH \Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = 18cm$

+  $AH^2 = AB^2 - BH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 4\sqrt{5}cm$

+  $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = 36\sqrt{5}cm^2$

### Câu 8



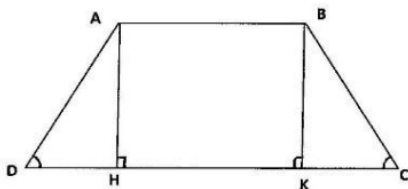
+ Do AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên góc AMO vuông

+ E là trung điểm của đoạn thẳng NP nên góc AEO vuông

+ Suy ra  $AMO + AEO = 180^\circ$

Vậy 4 điểm A, M, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

### Câu 9



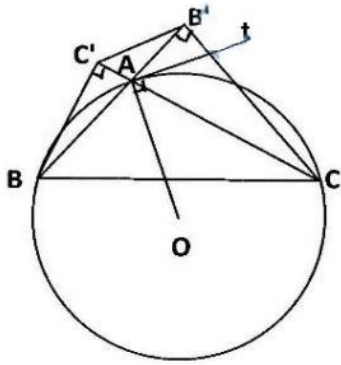
+ Kẻ đường cao BK của hình thang.

Do ABCD là hình thang cân nên ta có:  $DH = CK = \frac{CD - AB}{2} = \frac{3}{2}cm$

+  $\tan D = \frac{AH}{DH} \Rightarrow AH = DH.tanD = 6cm$

+  $S_{ABCD} = \frac{(CD + AB).AH}{2} = 51cm^2$

### Câu 10



+ Kẻ tiếp tuyến  $At$  với đường tròn  $(O)$ .

Ta có:  $\widehat{CAt} = \widehat{ABC}$  (cùng chắn cung  $AC$ )

+ Tứ giác  $BCC'B'$  nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{CB'C'} = \widehat{ABC}$

+ Từ đó có  $\widehat{CB'C'} = \widehat{CAt} \Rightarrow At \parallel B'C'$  (có 2 góc đồng vị bằng nhau).

+ Mà  $OA \perp At$  nên  $OA \perp B'C'$

**Đề số 75. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2 điểm):**

1. Giải phương trình  $ay^2 + y - 2 = 0$

a) Khi  $a = 0$

b) Khi  $a = 1$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

**Câu 2 (2 điểm):** Cho biểu thức  $P = \frac{4}{\sqrt{a}-1} + \frac{3}{\sqrt{a}+1} - \frac{6\sqrt{a}+2}{a-1}$  (với  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ )

1. Rút gọn P

2. Tính giá trị của biểu thức P khi  $a = 6 + 2\sqrt{5}$

**Câu 3 (2 điểm):** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) :  $y = x + m - 1$  và parabol (P) :  $y = x^2$

1. Tìm m để (d) đi qua điểm A(0;1)

2. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  thỏa

mãn:  $4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$

**Câu 4 (3 điểm):** Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường thẳng (d) không đi qua O, cắt đường tròn (O) tại 2 điểm A, B. Lấy điểm M bất kì trên tia đối BA, qua M kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác MCOĐ nội tiếp trong một đường tròn.

2. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh HM là phân giác của CHD .

3. Đường thẳng đi qua O và vuông góc với MO cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại P, Q. Tìm vị trí của điểm M trên (d) sao cho diện tích tam giác MPQ nhỏ nhất.

**Câu 5 (1 điểm):** Cho a, b, c là các số dương thay đổi thỏa mãn điều kiện:  $5a^2 + 2abc + 4b^2 + 3c^2 = 60$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = a + b + c$ .

-----Hết-----

**ĐÁP ÁN KÌ THI VÀO LỚP 10 THPT**  
**NĂM HỌC 2015-2016**  
Môn thi: Toán

**Câu 1:**

1. a. Khi  $a = 0$  ta có  $y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$   
b. Khi  $a = 1$  ta được phương trình:  $y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = 1; y_2 = -2$
2. Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (4; 1)$

**Câu 2:**

1. Rút gọn P

$$\begin{aligned} P &= \frac{4}{\sqrt{a}-1} + \frac{3}{\sqrt{a}+1} - \frac{6\sqrt{a}+2}{a-1} \\ &= \frac{4(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-1} + \frac{3(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}+1} - \frac{6\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{4\sqrt{a}+4+3\sqrt{a}-3-6\sqrt{a}-2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}+1} \end{aligned}$$

2. Thay  $a = 6 + 2\sqrt{5} = (\sqrt{5}+1)^2$  (Thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức P đã rút gọn ta được:

$$\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}+1} = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \sqrt{5}-2$$

Vậy  $a = 6 + 2\sqrt{5}$  thì  $P = \sqrt{5} - 2$

**Câu 3:**

1. Thay  $x = 0; y = 1$  vào phương trình đường thẳng (d) ta được:  $m = 2$   
2. Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:  $x^2 - x - (m-1) = 0$  (\*)  
Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta = 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$$

Khi đó theo định lý Vi ét ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -(m-1) \end{cases}$

Theo đề bài:

$$4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1 x_2 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}\right) - x_1 x_2 + 3 = 0$$

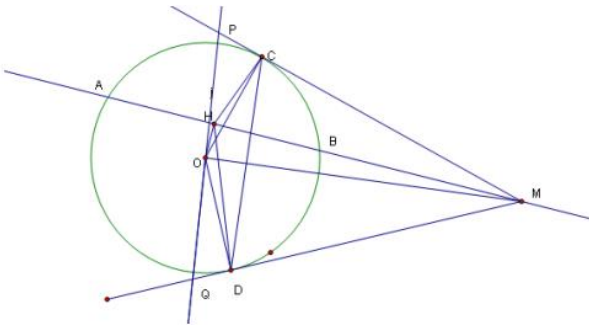
$$\Rightarrow \frac{4}{-m+1} + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 (DK : m \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3(L) \\ m = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy  $m = 2$  là giá trị cần tìm.

**Câu 4:**



1. Xét tứ giác MCOH có:

MC vuông góc với OD  $\Rightarrow$  góc OCM =  $90^\circ$

MD vuông góc với OD  $\Rightarrow$  góc ODM =  $90^\circ$

Suy ra tứ giác MCOH nội tiếp được trong một đường tròn (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

2. Ta có H là trung điểm của AB  $\Rightarrow OH \perp AB \Rightarrow MHO = 90^\circ \Rightarrow H$  thuộc đường tròn đường kính

MO  $\Rightarrow 5$  điểm D; M; C; H; O cùng thuộc đường tròn đường kính MO

$\Rightarrow DHM = DOM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MD)

$CHM = COM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

Lại có  $DOM = COM$  (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow DHM = CHM \Rightarrow HM$  là phân giác của góc CHD

3. Ta có:

$$S_{MPQ} = 2S_{MOP} = OC \cdot MP = R(MC + CP) \geq 2R\sqrt{CM \cdot CP}$$

Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMP ta có:  $CM \cdot CP = OC^2 = R^2$  không đổi

$$\Rightarrow S_{MPQ} \geq 2R^2$$

Dấu = xảy ra  $\Leftrightarrow CM = CP = R\sqrt{2}$ . Khi đó M là giao điểm của (d) với đường tròn tâm O bán kính  $R\sqrt{2}$

Vậy M là giao điểm của (d) với đường tròn tâm O bán kính  $R\sqrt{2}$  thì diện tích tam giác MRT nhỏ nhất.

**Câu 5:**

$$\text{Ta có: } 5a^2 + 2abc + 4b^2 + 3c^2 = 60$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 + 2abc + 4b^2 + 3c^2 - 60 = 0$$

$$\Delta = (bc)^2 - 5(4b^2 + 3c^2 - 60) = (15 - b^2)(20 - c^2)$$

$$\text{Vì } 5a^2 + 2abc + 4b^2 + 3c^2 = 60 \Rightarrow 4b^2 \leq 60 \text{ và } 3c^2 \leq 60 \Rightarrow b^2 \leq 15 \text{ và } c^2 \leq 20 \Rightarrow (15 - b^2) \geq 0 \text{ và } (20 - c^2) \geq 0$$

$$\Rightarrow \Delta_a \geq 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{-bc + \sqrt{(15-b^2)(20-c^2)}}{5} \leq \frac{-bc + \frac{1}{2}(15-b^2+20-c^2)}{5} \quad (\text{Bất đẳng thức cauchy})$$

$$\Rightarrow a \leq \frac{-2bc + 35 - b^2 - c^2}{10} = \frac{35 - (b+c)^2}{10}$$

$$\Rightarrow a + b + c \leq \frac{35 - (b+c)^2 + 10(b+c)}{10} = \frac{60 - (b+c-5)^2}{10} \leq 6$$

$$\text{Đấu = xảy ra khi } \begin{cases} b+c-5=0 \\ 15-b^2=20-c^2 \\ a+b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases}$$

Vậy Giá trị lớn nhất của A là 6 đạt tại  $a = 1; b = 2; c = 3$ .

-----Hết-----



**Đề số 76. Sở GD và ĐT Thừa Thiên Huế. Năm học: 2015-2016**

**Câu 1 (2,0 điểm)** a) Tìm điều kiện của x để các biểu thức sau có nghĩa:

i)  $A = \frac{1}{x+2}$

ii)  $B = \sqrt{x-3}$

b) Không sử dụng máy tính cầm tay. Tính giá trị của biểu thức  $C = (1-\sqrt{2})^2 + \sqrt{8} - 2$

c) Cho biểu thức:  $D = \sqrt{(1-\sqrt{x})^2} \cdot \sqrt{x+1+2\sqrt{x}}$

i) Rút gọn D

ii) Tính giá trị D khi  $x = 2016$

**Câu 2 (2,0 điểm)** a) Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 120 tấn hàng. Hôm làm việc do có 5 xe được điều đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,8 tấn hàng so với dự định ban đầu. Biết khối lượng hàng mỗi xe chuyên chở như nhau, hỏi đoàn xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

b) Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị (P) và đường thẳng (d):  $y = b$  ( $b > 0$ ). Gọi A, B là hai giao điểm của (P) và (d). Tìm b để tam giác AOB có diện tích bằng 8.

**Câu 3 (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 + (m-3)x - 2m - 1 = 0$  (1), trong đó x là ẩn số.

a) Không sử dụng máy tính cầm tay. Giải phương trình (1) khi  $m = 1$

b) Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

c) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Chứng tỏ rằng biểu thức:  $A = 4x_1^2 - x_1^2x_2^2 + 4x_2^2 + x_1x_2$

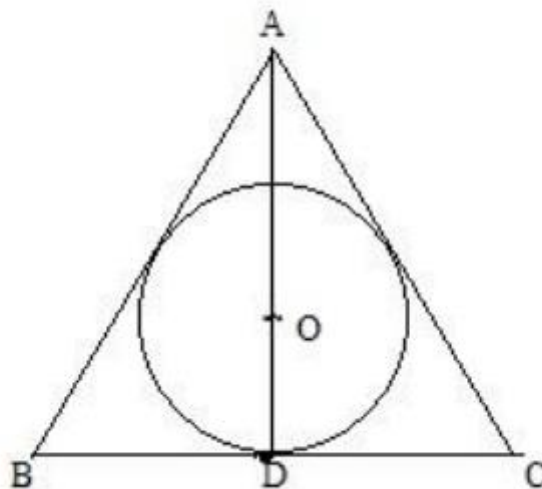
**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại D. Giả sử đường thẳng đi qua điểm D song song với AB cắt được đường tròn (O) tại E, F và cắt AC tại I. Chứng minh rằng:

a)  $DC^2 = DE \cdot DF$

b) Bốn điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

c) I là trung điểm của đoạn EF.

**Câu 5 (1,0 điểm)** Một hình (H) gồm tam giác đều ABC và đường tròn (O; r) nội tiếp tam giác ABC (như hình vẽ bên). Cho hình (H) quay một vòng quanh đường cao AD của tam giác ABC ta được một hình cầu nằm bên trong một hình nón. Tính theo r thể tích phần hình nón nằm bên ngoài hình cầu.



**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH THỪA THIÊN HUẾ**

**Câu 1.**

a) i. Biểu thức  $A = \frac{1}{x+2}$  có nghĩa  $\Leftrightarrow x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

ii. Biểu thức  $B = \sqrt{x-3}$  có nghĩa  $\Leftrightarrow x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$

b) Tính giá trị của biểu thức  $C = (1-\sqrt{2})^2 + \sqrt{8} - 2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} - 2 = 1$

c)

i. Rút gọn D.

$$D = \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{x}+1)^2}$$

$$= |\sqrt{x}-1| \cdot (\sqrt{x}+1)$$

- Nếu  $\sqrt{x}-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1 \Rightarrow D = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = x-1$

- Nếu  $\sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow D = -(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1) = 1-x$

ii. Với  $x = 2016$  thì  $D = x - 1 = 2016 - 1 = 2015$

**Câu 2.**

a) Gọi số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là  $x$  (chiếc) ( $x > 5, x \in \mathbb{N}$ )

Số chiếc xe thực tế của đoàn xe vận tải là  $x - 5$  (chiếc)

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở ban đầu là  $\frac{120}{x}$  tấn

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở thực tế là  $\frac{120}{x-5}$  tấn

Theo giả thiết ta có phương trình

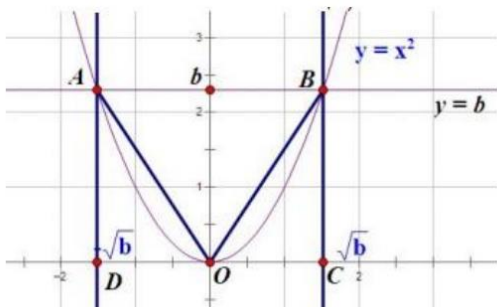
$$\frac{120}{x-5} - \frac{4}{5} = \frac{120}{x}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 20x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -25 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là 30 chiếc.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là  $x^2 = b \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{b}$  (vì  $b > 0$ )



Dựng  $CI \perp AB$

Khi đó

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} CI \cdot AB = 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot b \cdot 2 \cdot \sqrt{b} = 8$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{b})^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{b} = 2$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

**Cách khác:**

Gọi D, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B xuống trục Ox.

Khi đó,

$$S_{ABCD} = AD \cdot CD = 2b\sqrt{b}$$

$$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} AD \cdot OD = \frac{1}{2} b\sqrt{b}$$

Theo giả thiết:

$$S_{\Delta AOB} = 8 \Leftrightarrow S_{ABCD} - (S_{\Delta AOD} + S_{\Delta BOC}) = 8$$

$$\Leftrightarrow 2b\sqrt{b} - b\sqrt{b} = 8$$

$$\Leftrightarrow b\sqrt{b} = 8$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{b} = 2$$

$$\Leftrightarrow b = 4$$

Vậy với  $b = 4$  thì tam giác AOB có diện tích bằng 8.

**Câu 3.**

a) Với  $m = 1$  phương trình (1) trở thành  $x^2 - 2x - 3 = 0$  (2)

Vì  $a - b + c = 0$  nên phương trình (2) có 2 nghiệm  $x_1 = -1; x_2 = 3$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{-1; 3\}$

b) Ta có:  $\Delta = (m - 3)^2 - 4(-2m - 1) = m^2 + 2m + 13 = (m + 1)^2 + 12 > 0$  với mọi  $m$ .

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

c) Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

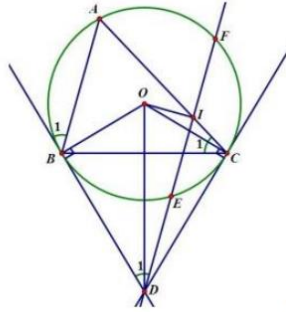
$$\text{Áp dụng định lí Vi - ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -2m - 1 \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} A &= 4x_1^2 - x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2 + x_1 x_2 \\ &= 4[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] - x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2 \\ &= 4(x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 - x_1^2 x_2^2 \\ &= 4(3 - m)^2 - 7(2m - 1) - (2m - 1)^2 \\ &= -14m + 42 \\ &= 7(6 - 2m) \end{aligned}$$

chia hết cho 7 với mọi giá trị  $m$  nguyên.

**Câu 4.**



a) Chứng minh:  $DC^2 = DE \cdot DF$

Xét hai tam giác DCF và DEC có: EDC chung  
 $\angle DFC = \angle DCE$  (Xét hai tam giác DCF và DEC có:  
 Do đó, tam giác DCF đồng dạng với tam giác DEC.

$$\Rightarrow \frac{DC}{DE} = \frac{DF}{DC} \Leftrightarrow DC^2 = DF \cdot DE$$

b) Chứng minh 4 điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

Ta có  $B_1 = D_1$  (so le trong)

$B_1 = C_1$  (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB).

$$\Rightarrow D_1 = C_1 \quad (1)$$

Mặt khác  $\angle ODB = \angle OBC$  (vì cùng phụ với  $\angle BOD$ )

$\angle OBC = \angle OCB$  (vì tam giác OBC cân tại O), nên  $\angle ODB = \angle OCB$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\angle ODI = \angle OCI$

Tứ giác DOIC có 2 đỉnh kề nhau D, C cùng nhìn cạnh OI dưới 2 góc bằng nhau nên tứ giác DOIC nội tiếp  
 Vậy 4 điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh I là trung điểm của EF

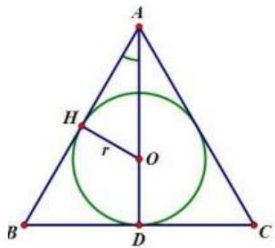
Vì tứ giác DOIC nội tiếp nên  $\angle ODI = \angle OCI = 90^\circ$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OD)

$$\Rightarrow OI \perp EF$$

OI là 1 phần đường kính,  $OI \perp EF$  nên theo định lý đường kính và dây cung ta có I là trung điểm của EF

### Câu 5

Dựng  $OH \perp AB$



$$\text{Tam giác AOH vuông tại H nên } \sin \angle OAH = \frac{OH}{OA} \Rightarrow OA = \frac{OH}{\sin 30^\circ} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r$$

$$AD = OA + OD = 2r + r = 3r$$

$$\text{Tam giác ABD vuông tại D nên } \tan \angle BAD = \frac{BD}{AD} \Rightarrow BD = AD \cdot \tan 30^\circ = 3r \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}r$$

$$\text{Thể tích hình nón là } V_1 = \frac{1}{3} \pi BD^2 \cdot AD = \frac{1}{3} \pi \cdot (r\sqrt{3})^2 \cdot 3r = 3\pi r^3$$

Thể tích hình cầu là  $V_2 = \frac{4}{3}\pi OH^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

Vậy thể tích phần hình nón nằm bên ngoài hình cầu là:

$$V = V_1 - V_2 = 3\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{5}{3}\pi r^3$$

**Đề số 77. Sở GD và ĐT Tiền Giang. Năm học: 2015-2016**

**Bài I: (2,5 điểm)**

- Rút gọn biểu thức sau:  $A = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$
- Giải hệ phương trình và các phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b)  $x^2 - 2x - 8 = 0$

c)  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

**Bài II: (1,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$  (x là ẩn số, m là tham số)

- Định m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $B = x_1^2 + x_2^2 + 7$

**Bài III: (2,0 điểm)**

Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x + 2$

- Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d).
- Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

**Bài IV: (1,5 điểm)**

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rồi đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

**Bài V (2,0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

- Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp trong một đường tròn.
- Chứng minh:  $MA^2 = MC.MD$ .
- Gọi trung điểm của dây CD là H, tia BH cắt O tại điểm F. Chứng minh:  $AF \parallel CD$

**Bài 6 (1,0 điểm)**

Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, đường sinh bằng 13 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đã cho.

HẾT

*Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và đào tạo cho phép.  
Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....

# HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10

2015 – 2016  
MÔN: TOÁN  
TIỀN GIANG

## Bài I.

$$1. A = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = |3-\sqrt{2}| + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3$$

$$2)a) \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=6 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = 1 + 8 = 9 > 0$$

$\Rightarrow$  Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 1 - 3 = -2; x_2 = 1 + 3 = 4$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là:  $S = \{-2; 4\}$

$$c/ x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\text{Đặt } x^2 = t (t \geq 0)$$

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - 3t - 4 = 0$$

Có  $\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$ . Nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{3-5}{2} = -1(L); t_2 = \frac{3+5}{2} = 4(TM)$$

$$\text{Với } t = 4 \text{ ta có } x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là:  $S = \{-2; 2\}$

## Bài II.

Phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$  ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số)

$$1. \Delta' = [-(m-1)]^2 - 1.(m^2 - 3m) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m = m + 1$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

$$2. \text{Theo Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m \end{cases}$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 + 7 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 7 = [2(m-1)]^2 - 2(m^2 - 3m) + 7$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m + 7$$

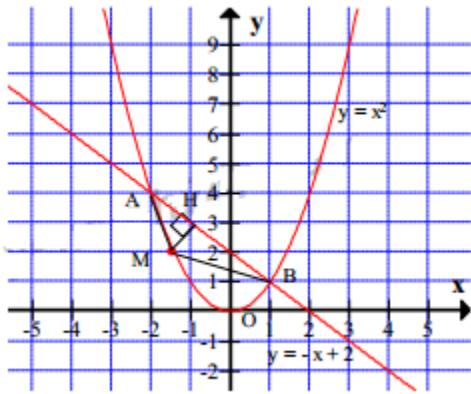
$$= 2m^2 - 2m + 11$$

$$= 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2} \geq \frac{21}{2}$$

$$\Rightarrow B_{\min} = \frac{21}{2}. \text{ Dấu “=” xảy ra khi } m = \frac{1}{2}$$

## Bài III.

1. Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

$$\text{Nếu } x = -2 \text{ thì } y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$$

$$\text{Nếu } x = 1 \text{ thì } y = 1 \Rightarrow B(1; 1)$$

3.

Gọi  $M(x_M; y_M)$  là điểm thuộc parabol (P), cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Điều kiện:  $-2 < x_M < 1$  và  $0 \leq y_M < 4$

Từ M, kẻ  $MH \perp AB$  tại H, ta có:

+ Phương trình đường thẳng AB:  $y = -x + 2$ .

+ Phương trình đường thẳng MH có dạng:  $y = ax + b$ . Đường thẳng này vuông góc với AB

Suy ra  $a \cdot (-1) = -1$ . Suy ra:  $a = 1$ , đường thẳng MH có phương trình  $y = x + b$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH:  $x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$ .

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-b) = 1 + 4b$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4}$$

Do đó: MH có phương trình:  $y = x - \frac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và MH:  $x - \frac{1}{4} = -x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

Khi đó:  $y = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$  và  $H(\frac{9}{8}; \frac{7}{8})$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH:  $x^2 = x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

phương trình có nghiệm kép:  $x = \frac{1}{2}$  (thỏa điều kiện)

Khi đó:  $y = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  (thỏa điều kiện)

Vậy:  $M(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$

Khi đó:

$$MH = \sqrt{(x_M - x_H)^2 + (y_M - y_H)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{32}} = \frac{5}{8}\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác AMB là } S_{AMB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot MH = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{5}{8}\sqrt{2} = \frac{15}{8} \text{ (dvd)}t$$

#### Bài IV.

Gọi  $x$  (km/h) là vận tốc dòng nước (ĐK:  $0 < x < 12$ )

Vận tốc của cano lúc đi là:  $12 + x$  (km/h)

Vận tốc của cano lúc về là:  $12 - x$  (km/h)

Tổng thời gian cả đi lẫn về là:  $5\text{h}20' = 16/3$  (h)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = \frac{16}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 \cdot 30(12-x)}{3(12-x)(12+x)} + \frac{3 \cdot 30(12+x)}{3(12-x)(12+x)} = \frac{16(12-x)(12+x)}{3(12-x)(12+x)}$$

$$\Leftrightarrow 90(12-x) + 90(12+x) = 16(144 - x^2)$$

$$\Leftrightarrow -16x^2 + 144 = 0$$

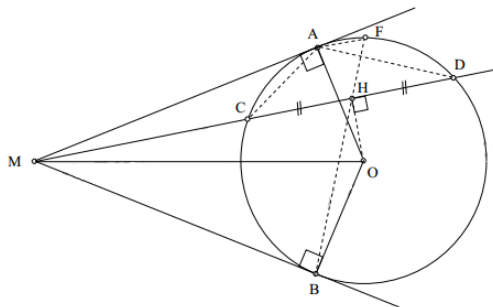
$$\Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3$$

$x = -3$  (loại) hoặc  $x = 3$  nhận

Vậy vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

#### Bài V



a) **Chứng minh:** Tứ giác MAOB nội tiếp

Tứ giác MAOB có:

$\angle MAO = 90^\circ$  (gt);  $\angle MBO = 90^\circ$  (gt);  $\angle MAO; \angle MBO$  đối nhau;  $\angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$

Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Chứng minh:  $MA^2 = MC \cdot MD$

Hai tam giác DMA và AMC có: M chung;  $\angle MAC = \angle MDA$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung AC) nên:  $\triangle DMA \sim \triangle AMC$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$$

c) **Chứng minh:**  $AF \parallel CD$

Ta có: H là trung điểm của dây CD nên  $OH \perp CD$  (Định lý quan hệ đường kính và dây)



Suy ra  $\widehat{MHO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$  nên tứ giác  $MHOB$  nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{MOB}$  (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung  $MB$ )

$OM$  là tia phân giác góc  $AOB$  ( $MA, MB$  là hai tiếp tuyến của  $(O)$  cắt nhau tại  $M$ )

$$\Rightarrow \widehat{MOB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$$

Mà  $\widehat{AFB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB}$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung  $AB$ )

$$\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{MOB} \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\widehat{AFB} = \widehat{MHB}$

Mà  $\widehat{AFB}$  và  $\widehat{MHB}$  là hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra  $AF \parallel CD$ .

### **Bài VI**

+ Diện tích xung quanh hình nón:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi (cm^2)$

+ Thể tích hình nón:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 (cm)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi (cm^3)$$

**Bài 1: (2 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 8x + 15 = 0$

b)  $2x^2 - \sqrt{2}x - 2 = 0$

c)  $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

d)  $\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

**Bài 2: (1,5 điểm)**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = x + 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

**Bài 3: (1,5 điểm)**

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} \quad (x \geq 0, x \neq 4)$$

$$B = (13 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3}) - 8\sqrt{20 + 2\sqrt{43 + 24\sqrt{3}}}$$

**Bài 4: (1,5 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 2 = 0$  (1) (x là ẩn)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của (1) thỏa mãn  $\frac{x_1^2 - 2}{x_1 - 1} \cdot \frac{x_2^2 - 2}{x_2 - 1} = 4$

**Bài 5: (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC ( $AB < AC$ ) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại E, F. Gọi H là giao điểm của BE và CF. D là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh :  $AD \perp BC$  và  $AH \cdot AD = AE \cdot AC$

b) Chứng minh EFDO là tứ giác nội tiếp

c) Trên tia đối của tia DE lấy điểm L sao cho  $DL = DF$ . Tính số đo góc BLC

d) Gọi R, S lần lượt là hình chiếu của B, C lên EF. Chứng minh  $DE + DF = RS$

----HẾT----

## ĐÁP ÁN

### Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 15 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 4 + 1 = 5 \text{ hay } x = 4 - 1 = 3$$

$$b) 2x^2 - \sqrt{2}x - 2 = 0(2)$$

$$\Delta = 2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 18$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2} \text{ hay } x = \frac{\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$c) x^4 - 5x^2 - 6 = 0$$

Đặt  $u = x^2 \geq 0$  pt thành :

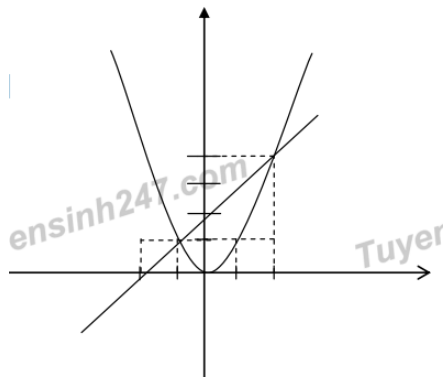
$$u^2 - 5u - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = -1(L) \\ u = 6 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = 17 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

### Câu 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0)$ ,  $(\pm 1; -1)$ ;  $(\pm 2; 4)$

(d) đi qua  $(-1; 1)$ ;  $(2; 4)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = 2(a-b+c=0)$$

$$y(-1) = 1; y(2) = 4$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là  $(-1; 1)$ ;  $(2; 4)$

**Bài 3:** Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} \quad (x \geq 0, x \neq 4)$$

Với  $x \geq 0; x \neq 4$  ta có :

$$A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) + \sqrt{x}-10}{x-4} = \frac{2x-8}{x-4} = 2$$

$$\begin{aligned} B &= (13-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3}) - 8\sqrt{20+2\sqrt{43+24\sqrt{3}}} \\ &= (2\sqrt{3}-1)^2(2+\sqrt{3})^2 - 8\sqrt{20+2\sqrt{(4+3\sqrt{3})^2}} \\ &= (3\sqrt{3}+4)^2 - 8\sqrt{20+2(4+3\sqrt{3})} \\ &= (3\sqrt{3}+4)^2 - 8\sqrt{(3\sqrt{3}+1)^2} \\ &= 43+24\sqrt{3} - 8(3\sqrt{3}+1) = 35 \end{aligned}$$

#### Bài 4:

Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 2 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị  $m$

$$\Delta = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0 \forall m$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi  $m$

b) Định  $m$  để hai nghiệm  $x_1; x_2$  của (1) thỏa mãn  $\frac{x_1^2-2}{x_1-1} \cdot \frac{x_2^2-2}{x_2-1} = 4$

Vì  $a+b+c=1-m+m-2=-1 \neq 0 \forall m$  nên phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1; x_2 \neq 1, \forall m$

Từ (1) suy ra:  $x^2 - 2 = mx - m$

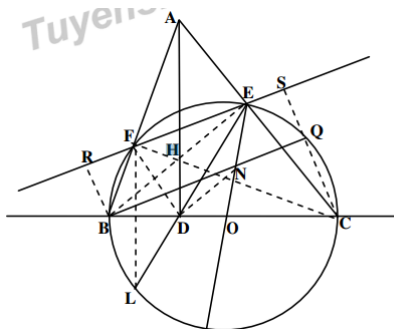
$$\frac{x_1^2-2}{x_1-1} \cdot \frac{x_2^2-2}{x_2-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{mx_1-m}{x_1-1} \cdot \frac{mx_2-m}{x_2-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow m \cdot m = 4$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2$$

#### Câu 5



a) Do  $FC \perp AB, BE \perp AC \Rightarrow H$  trực tâm  $\Rightarrow AH \perp BC$

Ta có tứ giác HDCE nội tiếp

Xét 2 tam giác đồng dạng EAH và DAC (2 tam giác vuông có góc A chung)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AH \cdot AD = AE \cdot AC \text{ (đpcm)}$$

b) Do AD là phân giác của FDE nên  $FDE = 2FBE = 2FCE = FOE$

Vậy tứ giác EFDO nội tiếp (cùng chắn cung EF)

c) Vì AD là phân giác FDE  $\Rightarrow DB$  là phân giác FDL

$\Rightarrow F, L$  đối xứng qua BC  $\Rightarrow L \in$  đường tròn tâm O

Vậy BLC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O  $\Rightarrow$  BLC  $90^\circ$

d) Gọi Q là giao điểm của CS với đường tròn O.

Vì 3 cung BF, BL và EQ bằng nhau (do kết quả trên)

$\Rightarrow$  Tứ giác BEQL là hình thang cân nên hai đường chéo BQ và LE bằng nhau.

Mà BQ = RS, LE = DL + DE = DF + DE suy ra điều phải chứng minh.

## Đề số 79. Sở GD và ĐT Trà Vinh. Năm học: 2015-2016

### Bài 1. (2,0 điểm)

1/ Tìm x để biểu thức  $A = \sqrt{2x-4}$  có nghĩa

2/ Tính  $B = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{3}$

### Bài 2. (1,5 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1/  $x^2 + 6x - 7 = 0$

2/ 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

### Bài 3. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số  $y = 2x + 3$  và  $y = x^2$  có đồ thị lần lượt là (d) và (P)

1/ Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy

2/ Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán

### Bài 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$  (1) (m là tham số)

1/ Tìm m để phương trình (1) có nghiệm

2/ Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$

### Bài 5. (1,0 điểm)

Một ca nô chạy xuôi dòng với quãng đường 42km, rồi sau đó ngược dòng trở lại 20 km hết tổng cộng 5h.

Biên vận tốc của dòng nước chảy là 2 km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

### Bài 6. (3,0 điểm)

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm).

Qua A vẽ đường thẳng song song với MB, cắt đường tròn tại E, đoạn thẳng ME cắt đường tròn tại F. Hai đường thẳng AF và MB cắt nhau tại I.

1/ Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.

2/ Chứng minh  $IB^2 = IF \cdot IA$

Hết

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Bài 1

1/ Biểu thức A có nghĩa  $\Leftrightarrow 2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$

2/ Có  $B = |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$  (Do  $2 > \sqrt{3}$ )

### Bài 2

1/  $x^2 + 6x - 7 = 0$

Phương trình đã cho có  $a + b + c = 1 + 6 + (-7) = 0$  nên có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = -7$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\{-7; 1\}$

2/ 
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

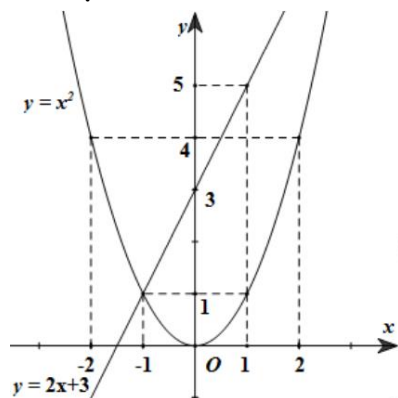
Vậy hệ có nghiệm duy nhất (1;2)

### Bài 3

1/ Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x+3$			3	5	
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



2/ Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):  $2x + 3 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$  hoặc  $x = 3$

Với  $x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1$ ; với  $x = 3 \Rightarrow y = 3^2 = 9$

Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là  $(-1; 1)$  và  $(3; 9)$

### Bài 4

1/ Phương trình (1) có nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta' = (m + 1)^2 - (m^2 + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 2m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$

2/ Theo định lý Viét ta có  $x_1 + x_2 = 2(m + 1); x_1 x_2 = m^2 + 3$

$\Rightarrow P = 2(m + 1) + m^2 + 3 = m^2 + 2m + 5$

Vì  $m \geq 1$  nên  $m^2 \geq 1; m^2 + 2m + 5 \geq 1 + 2.1 + 5 = 8$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow m = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 8

### Bài 5

Gọi vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng là x (km/h) ( $x > 0$ )

Vì vận tốc nước là 2 km/h nên vận tốc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là  $x + 2$  và  $x - 2$  (km/h)

Suy ra  $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Thời gian để ca nô đi hết 42 km xuôi dòng là  $\frac{42}{x+2}$  (h)

Thời gian để ca nô đi hết 20 km ngược dòng là  $\frac{20}{x-2}$  (h)

Tổng thời gian là 5h do đó

$$\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{42(x-2) + 20(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 5$$

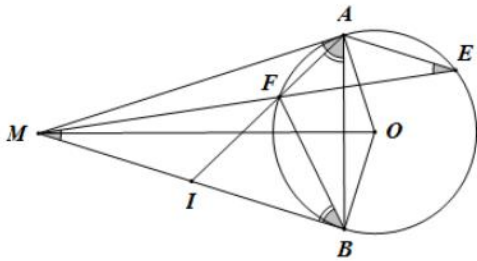
$$\Leftrightarrow \frac{62x-44}{x^2-4} = 5$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 62x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ x = 0,4(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là 12 km/h.

### Bài 6



1/ Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên  $MA \perp AO$ ,  $MB \perp BO$ .

$$\Rightarrow \angle MAO = \angle MBO = 90^\circ \Rightarrow \angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  MAOB là tứ giác nội tiếp

2/ Có  $\angle FAB = \angle FBI$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

Xét  $\triangle IAB$  và  $\triangle IBF$  có

$$\begin{cases} \angle IAB = \angle IBF (cmt) \\ \angle AIB \text{ chung} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle IAB$  đồng dạng với  $\triangle IBF$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{IB}{IF} \Rightarrow IB^2 = IA \cdot IF$$

3/ Có  $\angle E = \angle MAI$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AF)

Vì  $AE \parallel MB$  nên  $\angle E = \angle FMI$ . Suy ra  $\angle MAI = \angle FMI$

Xét  $\triangle MAI$  và  $\triangle FMI$  có

$$\begin{cases} \angle MAI = \angle FMI \\ \angle MIA \text{ chung} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle MAI$  đồng dạng với  $\triangle FMI$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MI}{FI} = \frac{AI}{MI} \Rightarrow MI^2 = IA \cdot IF$$

Kết hợp với ý 2 có  $IB^2 = IM^2 = IA \cdot IF \Rightarrow IB = IM$ .

**Bài 1. (1.0 điểm)**

1. Tính:  $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$

2. Rút gọn biểu thức  $B = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

**Bài 2. (2.5 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 9x + 20 = 0$

b)  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

**Bài 3. (1.5 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = 2(m-1)x + 5 - 2m$  (m là tham số)

a) Vẽ đồ thị parabol (P).

b) Biết đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là  $x_1, x_2$ . Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 = 6$

**Bài 4. (1.0 điểm)**

Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội được bổ sung thêm 3 chiếc nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau.

**Bài 5. (1.0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có  $AB = 15\text{cm}$  và  $AC = 20\text{cm}$ . Tính độ dài đường cao AH và trung tuyến AM của tam giác ABC.

**Bài 6. (2.0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H (D thuộc AC; E thuộc AB).

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Gọi M, I lần lượt là trung điểm của AH và BC. Chứng minh MI vuông góc ED

**Bài 7. (1.0 điểm)**

Biết phương trình bậc hai  $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$  (x là ẩn số) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

**...HẾT...**

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.*



**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT 2015 – 2016**  
**VĨNH LONG**

**Bài 1.**

a)  $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500} = 2\sqrt{5} + 3 \cdot 3\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = \sqrt{5}$

b)  $B = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}$

$= (\sqrt{5} - 1)|\sqrt{5} + 1|$

$= (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

$= 5 - 1 = 4$

**Bài 2.**

a) Phương trình  $x^2 - 9x + 20 = 0$

Ta có:  $\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 20 = 1 > 0$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt: 
$$\begin{cases} x_1 = \frac{9-1}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{9+1}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{4; 5\}$

b) Phương trình  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

Đặt  $x^2 = t (t \geq 0)$

Khi đó phương trình trở thành:  $t^2 - 4t - 5 = 0$

Ta có:  $\Delta' = (-2)^2 - (-5) = 9 > 0$

Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt: 
$$\begin{cases} t_1 = 2 - 3 = -1 (L) \\ t_2 = 2 + 3 = 5 (TM) \end{cases}$$

Với  $t = 5$  ta có  $x^2 = 5$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

c) 
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; 1)$ .

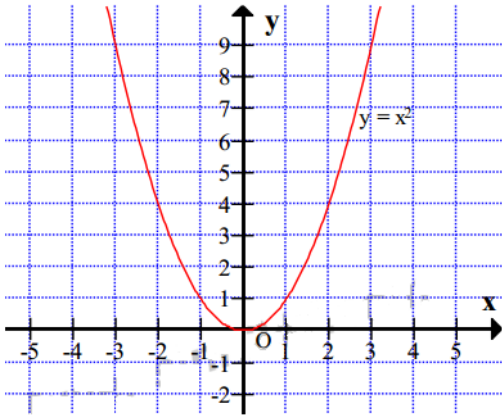
**Bài 3.**

a) Vẽ đồ thị

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$x^2 = 2(m-1)x + 5 - 2m$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$$

Theo định lý Vi-ét: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow (2m - 2)^2 - 2(2m - 5) = 6$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy:  $m = 1$  hoặc  $m = 2$

#### **Bài 4.**

Gọi  $x$  (chiếc) là số xe ban đầu của đội (ĐK:  $x$  nguyên dương)

Số xe lúc sau:  $x + 3$  (chiếc)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc đầu:  $\frac{36}{x}$  (tấn)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc sau:  $\frac{36}{x+3}$  (tấn)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{36(x+3)}{x(x+3)} - \frac{36x}{x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{x(x+3)}$$

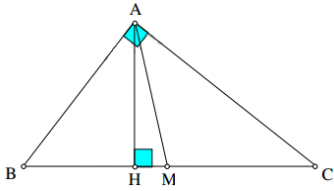
$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x = x^2 + 3x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9(TM) \\ x = -12(L) \end{cases}$$

Vậy: lúc đầu đội có 9 chiếc xe.

#### **Bài 5.**



Áp dụng định lý Pitago vào tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 15^2 + 20^2 = 625$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{625} = 25(\text{cm})$$

Áp dụng đẳng thức:

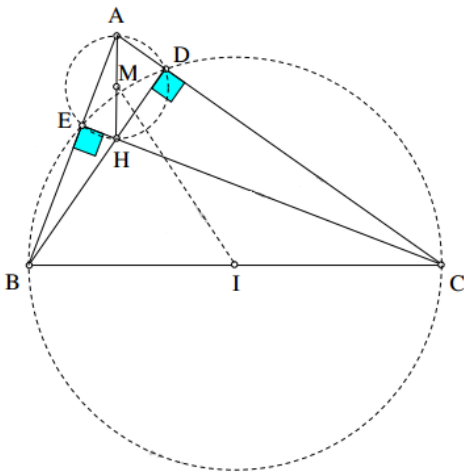
$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = 12(\text{cm})$$

Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền nên:

$$AM = \frac{BC}{2} = 12,5(\text{cm})$$

### Bài 6.



a) Tứ giác ADHE có:

$AD \perp DH$  ( $BD \perp AC$  – gt)

$AE \perp EH$  ( $CE \perp AB$  – gt)

Nên  $\angle AEH = \angle ADH = 90^\circ$

Do đó:  $\angle AEH + \angle ADH = 180^\circ$

Vậy tứ giác ADHE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Tứ giác BEDC có:

$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$  (gt) nên cùng nội tiếp nửa đường tròn tâm I đường kính BC (1)

Tương tự, tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn tâm M đường kính AH và E, D là giao điểm

Tương tự, tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn tâm M đường kính AH và E, D là giao điểm chung ED.

Suy ra:  $MI \perp AD$  (đpcm)

### Bài 7.

Theo đề:  $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - ax - bx + ab + x^2 - bx - cx + bc + x^2 - cx - ax + ca = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2(a + b + c)x + ab + bc + ca = 0$$

$$\begin{aligned}
\Delta' &= (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) \\
&= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3ab - abc - 3ca \\
&= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\
&= \frac{1}{2}[(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)] \\
&= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \geq 0 \forall a, b, c
\end{aligned}$$

Vì phương trình trên có nghiệm kép nên:

$$\Delta' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \\ c-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c$$

$$\text{Nghiệm kép: } x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{a+b+c}{3} = a = b = c$$

**Đề số 81. Sở GD và ĐT Vĩnh Phúc. Năm học: 2015-2016**

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**

Trong các câu sau, mỗi câu có bốn lựa chọn, trong đó chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng.

(Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết là 1. A)

**Câu 1.** Đồ thị của hàm số  $y = 3x - 4$  không đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây:

A. (1;-1)

B. (2;2)

C. (-1;-7)

D.  $(\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$

**Câu 2.** Giả sử  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x - 1 = 0$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $x_1^2 + x_2^2$  bằng:

A. 6

B. 2

C. 8

D. 4

**Câu 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC. Giả sử  $AB = 6$ ,  $BH = 4$ . Khi đó độ dài cạnh BC bằng:

A.  $\frac{3}{2}$

B.  $\sqrt{20}$

C. 9

D. 4

**Câu 4.** Cho đường tròn (O) có tâm O và bán kính bằng 4; đường tròn (O') có tâm (O') và bán kính bằng 8. Giả sử (O) và (O') tiếp xúc trong với nhau. Khi đó độ dài đoạn thẳng OO' bằng:

A. 12

B. 4

C. 32

D. 2

**II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)**

**Câu 5.** (3,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}}$

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+2y=3 \end{cases}$

c) Giải phương trình:  $x^2 + 3x - 4 = 0$

**Câu 6.** (1,0 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là  $360 \text{ m}^2$ . Nếu tăng chiều dài thêm 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì diện tích của mảnh vườn sẽ là  $400 \text{ m}^2$ . Xác định chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

**Câu 7** (3,0 điểm). Cho tam giác ABC đều, có đường cao AH (H thuộc cạnh BC). Trên cạnh BC lấy điểm M bất kỳ (M không trùng với B, C, H). Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các cạnh AB, AC

a) Chứng minh rằng tứ giác APMQ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh  $MP + MQ = AH$

c) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ. Chứng minh  $OH \perp PQ$ .

**Câu 8** (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của

biểu thức:  $P = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$

----- **Hết** -----

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI**  
**TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH VĨNH PHÚC**

**Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm):**

Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	A	C	B

**Phần II. Tự luận (8,0 điểm):**

**Câu 5.** (3,0 điểm)

$$a) P = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{1-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{1-\sqrt{3}} = \frac{|\sqrt{3}-1|}{1-\sqrt{3}} = -1$$

$$b) \begin{cases} x-y=1 \\ 3x+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2(x-1)=3 \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (1; 0)$

c) Ta có:  $a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0$  nên phương trình có nghiệm  $x = 1; x = \frac{c}{a} = -4$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 1; x = -4$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Gọi chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là  $x$  (m);

chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là  $y$  (m). (điều kiện:  $x > y > 0$ )

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là  $360 \text{ m}^2$ .

Khi tăng chiều dài thêm 1 m, tăng chiều rộng thêm 1 m thì diện tích của mảnh vườn mới là  $400 \text{ m}^2$ . Tức là:

Chiều dài:  $x + 1$  (m); chiều rộng:  $y + 1$  (m)

Khi đó diện tích của hình chữ nhật mới là:  $(x + 1)(y + 1) = 400$

$$\Leftrightarrow xy + x + y + 1 = 400 \Leftrightarrow x + y = 39 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ:

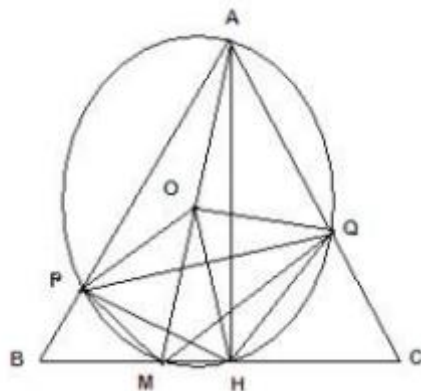
$$\begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases}$$

Theo Vi-et  $x, y$  là nghiệm của phương trình:  $X^2 - 39X + 360 = 0$ .

Giải phương trình ta được hai nghiệm:  $X_1 = 15; X_2 = 24$

Vậy chiều dài hình chữ nhật ban đầu là 24 cm, chiều rộng là 15 cm.

**Câu 7.** (3,0 điểm).



a) Ta có:  $\angle APM = \angle AQM = 90^\circ$  (vì  $PM \perp AB, QM \perp AC$ )  $\Rightarrow \angle APM + \angle AQM = 180^\circ$

$$b) \text{ Ta có: } S_{ABC} = S_{AMB} + S_{AMC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} MP \cdot AB + \frac{1}{2} MQ \cdot AC$$

$\Leftrightarrow AH = MP + MQ$  (vì  $\Delta ABC$  đều nên  $AB = BC = AC$ )

c) Vì  $AH$  là đường cao của  $\Delta ABC$  đều  $\Rightarrow AH$  là đường phân giác của  $BAC$   
 $\Rightarrow \angle BAH = \angle CAH = 30^\circ$

$$\text{Mà } \angle BAH = \frac{1}{2} \angle POH \Rightarrow \angle POH = 60^\circ$$

$$\angle CAH = \frac{1}{2} \angle QOH \Rightarrow \angle QOH = 60^\circ$$

Nên  $\angle POH = \angle QOH = 60^\circ \Rightarrow OH$  là đường phân giác của  $\Delta OPQ$  cân tại  $O$  nên  $OH$  là đường cao của  $\Delta OPQ$ , tức là  $OH \perp PQ$ .

**Câu 8.** (1,0 điểm)

$$\text{Có } a + b + c = 1 \Rightarrow c = (a + b + c) \cdot c = ac + bc + c^2$$

$$\Rightarrow c + ab = ac + bc + c^2 + ab = a(c + b) + c(b + c) = (c + a)(c + b)$$

Áp dụng BĐT Cô-si với hai số dương  $x, y$  ta có:  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ . Dấu “=” xảy ra khi  $x = y$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{c+ab}} = \frac{1}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \leq \frac{\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b}}{2} \Rightarrow \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left( \frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right) \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } a + bc = (a + b)(a + c)$$

$$b + ca = (b + c)(b + a)$$

$$\Rightarrow \frac{bc}{\sqrt{c+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{ca}{\sqrt{b+ca}} = \frac{ca}{\sqrt{(b+c)(a+b)}} \leq \frac{ca}{2} \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+a} \right) \quad (3)$$

Cộng (1), (2), (3) theo vế ta có:

$$P = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}} \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{bc+ab}{2(a+c)} + \frac{ca+ab}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{1}{2}$$

Từ đó giá trị lớn nhất của  $P$  là  $\frac{1}{2}$  đạt được khi và chỉ khi  $a = b = c = \frac{1}{3}$

**Đề số 82. Sở GD và ĐT Bình Dương. Năm học: 2016-2017**

**Bài 1**

- Giải phương trình:  $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3) = 0$
- Giải phương trình:  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

**Bài 2**

- Tìm a, b biết hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x+by = a \\ bx+ay = 5 \end{cases}$  có nghiệm  $x=1; y=3$
- Vẽ đồ thị hàm số (P):  $y = 2x^2$  trên hệ trục tọa độ. Tìm giao điểm của (P):  $y = 2x^2$  với (d):  $y = -x + 3$  bằng phép tính

**Bài 3**

Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để chở 20 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe có trọng tải nhỏ hơn 1 tấn. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn?

**Bài 4**

Cho phương trình  $x^2 - (5m - 1)x + 6m^2 - 2m = 0$  (m là tham số)

- Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m
- Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 = 1$

**Bài 5**

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp trong đường tròn tâm O, kẻ đường cao AH. Gọi M, N là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC. Kẻ NE vuông góc với AH.

Đường vuông góc với AC tại C cắt đường tròn tại I và cắt tia AH tại D. Tia AH cắt đường tròn tại F.

- Chứng minh  $\angle ABC = \angle ACB = \angle BIC$  và tứ giác DENC nội tiếp được trong một đường tròn.
- Chứng minh hệ thức  $AM \cdot AB = AN \cdot AC$  và tứ giác BFIC là hình thang cân
- Chứng minh: tứ giác BMED nội tiếp được trong một đường tròn.

—————**HẾT**—————



## ĐÁP ÁN

### Bài 1

a. Giải phương trình:  $\sqrt{x-2}(x^2-4x+3)=0$

Đkxd:  $x \geq 2$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases}$$

Phương trình  $x^2 - 4x + 3 = 0$  có nghiệm  $x = 1$  và  $x = 3$  vì  $a+b+c=0$ .

Kết hợp điều kiện xác định, phương trình có tập nghiệm là  $S = \{2, 3\}$ .

b. Giải phương trình:  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

Đặt  $t = x^2 (t \geq 0)$  ta có phương trình trở thành:

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

Ta có  $a - b + c = 1 - (-2) - 3 = 0$  nên phương trình có nghiệm  $\begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 3 \end{cases}$

Nghiệm  $t_1 = -1 < 0$  nên không thỏa mãn điều kiện.

Với  $t_2 = 3$  ta có:  $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = \pm\sqrt{3}$

### Bài 2:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm  $x = 1, y = 3$  nên ta có:

$$\begin{cases} 2.1 + b.3 = a \\ b.1 + a.3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = 2 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 9b = 6 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10b = -1 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-1}{10} \\ a = \frac{17}{10} \end{cases}$$

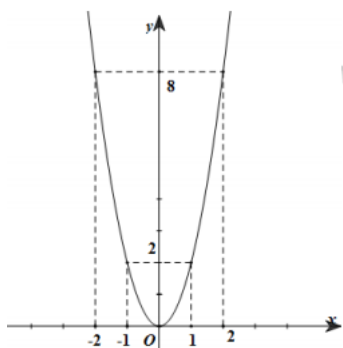
$$\text{Vậy } \begin{cases} b = \frac{-1}{10} \\ a = \frac{17}{10} \end{cases}$$

b) (P):  $y = 2x^2$

Bảng giá trị

X	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Vẽ đồ thị:



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$2x^2 = -x + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 > 0$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:  $x_1 = \frac{-1-5}{4} = \frac{-3}{2}$ ;  $x_2 = \frac{-1+5}{4} = 1$

Hoặc học sinh có thể làm theo cách: ta có  $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$

Với  $x = 1$  ta có:  $y = 2$

Với  $x = \frac{-3}{2}$  ta có:  $y = \frac{9}{2}$

Vậy tọa độ giao điểm là  $(1;2)$  và  $(\frac{-3}{2}; \frac{9}{2})$

### Bài 3

Gọi trọng tải của mỗi xe nhỏ là  $x$  (tấn) ( $x > 0$ )

Trọng tải của mỗi xe lớn là  $x + 1$  (tấn)

Số xe (lớn) dự định phải dùng là  $\frac{20}{x+1}$  (xe); số xe (nhỏ) thực tế phải dùng là  $\frac{20}{x}$  (xe)

Vì số xe nhỏ thực tế phải dùng nhiều hơn dự định 1 xe nên:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1$$

$$\frac{20}{x(x+1)} = 1 \Leftrightarrow x(x+1) = 20 \Leftrightarrow (x+5)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(TM) \\ x = -5(L) \end{cases}$$

Vậy trọng tải của mỗi xe nhỏ là 4 tấn.

### Bài 4

$$x^2 - (5m-1)x + 6m^2 - 2x = 0$$

a) Ta có

$$\Delta = [-(5m-1)]^2 - 4(6m^2 - 2m)$$

$$= 25m^2 - 10m + 1 - 24m^2 + 8m$$

$$= m^2 - 2m + 1$$

$$= (m-1)^2 \geq 0 \forall m$$

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của  $m$ .

b) Áp dụng định lý Viet cho phương trình (1) ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 6m^2 - 2m \end{cases}$

Ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (5m - 1)^2 - 2(6m^2 - 2m) = 1$$

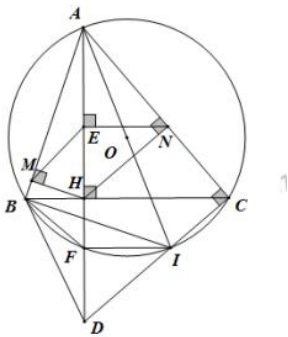
$$\Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(13m - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{6}{13} \end{cases}$$

Vậy  $m = 0$  hoặc  $m = \frac{6}{13}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Bài 5



a) Vì ABIC là tứ giác nội tiếp nên  $\angle ABC = \angle AIC$ ;  $\angle ACB = \angle AIB \Rightarrow \angle ABC + \angle ACB = \angle AIB + \angle AIC = \angle BIC$

Vì  $NE \perp AD$ ,  $NC \perp CD$  nên  $\angle NED = \angle NCD = 90^\circ \Rightarrow \angle NED + \angle NCD = 180^\circ$

Suy ra tứ giác DENC là tứ giác nội tiếp

b) + Áp dụng hệ thức lượng trong hai tam giác vuông AHB và AHC có

$$AM \cdot AB = AH^2; AN \cdot AC = AH^2 \Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$$

$$+ \text{Có } \angle IAC = 90^\circ - \angle AIC; \angle BAF = 90^\circ - \angle ABH; \angle AIC = \angle ABH \Rightarrow \angle IAC = \angle BAF$$

Suy ra số đo hai cung IC và BF bằng nhau  $\Rightarrow IC = BF$ .

Mặt khác vì ABFI và ABIC nội tiếp nên  $\angle BAF = \angle BIF$ ;  $\angle IAC = \angle IBC$ ;  $\angle BIF = \angle IBC$

Suy ra  $IF \parallel BC \Rightarrow BCIF$  là hình thang có hai cạnh bên bằng nhau

Mà  $IF < BC$  nên BCIF là hình thang cân

c) Có  $\triangle AEN$  đồng dạng  $\triangle ACD$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AE \cdot AD = AN \cdot AC = AM \cdot AB$$

$$\Leftrightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AM}{AD}$$

Xét  $\triangle AME$  và  $\triangle ADB$  có

$$\begin{cases} \frac{AE}{AB} = \frac{AM}{AD} \\ \text{Chung } \angle MAE \end{cases} \Rightarrow \text{tam giác } AME \text{ đồng dạng với tam giác } ADB \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle AME = \angle ADB \Rightarrow \angle BME + \angle ADB = 180^\circ$$

Suy ra BMED nội tiếp đường tròn.

**Đề số 83. Sở GD và ĐT Cần Thơ. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1 (3,0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

2) Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a)  $3x^2 - x - 10 = 0$

b)  $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$

c) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

**Câu 2 (1,5 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol (P):  $y = -\frac{1}{4}x^2$

1) Vẽ đồ thị của (P)

2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng d:  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

**Câu 3 (1,5 điểm).** Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

**Câu 4 (1,0 điểm).**

Cho phương trình  $x^2 - (m+1)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0$  (m là tham số thực). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho hai nghiệm này lần lượt là giá trị độ dài của hai cạnh liên tiếp của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng  $\sqrt{10}$

**Câu 5 (3,0 điểm)**

Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn.  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi H là chân đường cao từ đỉnh A của  $\Delta ABC$  và M là trung điểm BC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O;R) cắt đường thẳng BC tại N.

1) Chứng minh tứ giác ANMO nội tiếp

2) Gọi K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AO với đường tròn (O;R). Chứng minh  $AB.AC = AK.AH$

3) Dựng đường phân giác AD của  $\Delta ABC$  (D thuộc cạnh BC). Chứng minh  $\Delta NAD$  cân

4) Giả sử  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle OAH = 30^\circ$ . Gọi F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AH với đường tròn (O;R). Tính theo R diện tích của tứ giác BFKC.

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT  
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ CẦN THƠ  
NĂM HỌC 2016 – 2017**

**Câu 1:**

$$\begin{aligned}
 1) A &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{1} + 2 - \sqrt{3} = 4
 \end{aligned}$$

$$2) 3x^2 - x - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 + 120 = 121$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{121}}{6} = \frac{-5}{3} \\ x = \frac{1 + \sqrt{121}}{6} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = 2$ ;  $x = \frac{-5}{3}$

$$b) 9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$$

Đặt  $x^2 = t$  ( $t \geq 0$ )

Phương trình trở thành

$$9t^2 - 16t - 25 = 0$$

$$\text{Có } a - b + c = 9 + 16 - 25 = 0$$

nghiệm phân biệt  $t = -1$  (loại) hoặc  $t = \frac{25}{9}$  (thỏa mãn)

$$\text{Với } t = \frac{25}{9} \text{ ta có } x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{5}{3}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = \frac{5}{3}$ ;  $x = -\frac{5}{3}$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất  $(2; -1)$

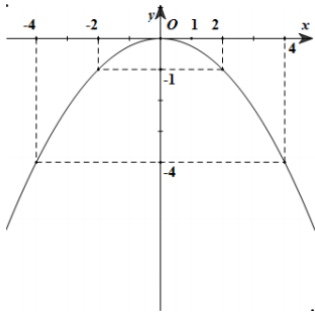
**Câu 2:**

$$(P): y = -\frac{1}{4}x^2$$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3.4 = 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{cases}$$

Với  $x = \frac{2}{3}$  ta có  $y = \frac{-1}{9} \Rightarrow A(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9})$

Với  $x = 2$  ta có  $y = -1 \Rightarrow B(2; -1)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là  $A(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9})$  và  $B(2; -1)$

**Câu 3.** Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là x (ngàn đồng) ( $0 < x < 850$ )

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là y (ngàn đồng) ( $0 < y < 850$ )

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x+y=850(1)$$

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là:  $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là:  $\frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 850 - 125$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 \\ y = 400 \end{cases}$$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là:  $\frac{9}{10}.450 = 405$ (ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là:  $\frac{8}{10} \cdot 400 = 320$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là:  $450 - 405 = 45$  (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là:  $400 - 320 = 80$  (ngàn đồng)

ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

#### Câu 4

$$x^2 - (m+3)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(-2m^2 + 3m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 6m + 9) + (8m^2 - 12m - 8) > 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 6m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$$

Với điều kiện đó, ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1 x_2 = -2m^2 + 3m + 2 \end{cases}$  (Viet)

Để hai nghiệm  $x_1, x_2$  là độ dài của hai cạnh liên tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng  $\sqrt{10}$ , điều kiện cần là:

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - 2(-2m^2 + 3m + 2) = 10$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 5 = 0$$

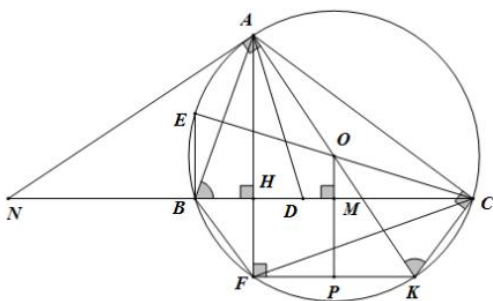
$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Với  $m = 1$  có  $x_1 = 3, x_2 = 1$  (thỏa mãn)

Với  $m = -1$  có  $x_1 = 3, x_2 = -1$  (loại vì  $x_2 < 0$  không phải là độ dài của một đoạn thẳng)

Vậy  $m = 1$

#### Câu 5



1) Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên  $\angle OAN = 90^\circ$

Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên  $OM \perp BC \Rightarrow \angle OMN = 90^\circ \Rightarrow \angle OAN + \angle OMN = 180^\circ$

Suy ra ANMO là tứ giác nội tiếp

2) Vì AK là đường kính của (O),  $C \in (O)$  nên  $\angle ACK = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle ACK = \angle OHB = 90^\circ$

Mặt khác vì ABKC là tứ giác nội tiếp nên

$\angle ACK = \angle ABH \Rightarrow$  tam giác AKC đồng dạng với tam giác ABH (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow AK \cdot AH = AB \cdot AC$$

3) Ta có  $\widehat{NAB} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{NAB} + \widehat{BAD} = \widehat{ACB} + \widehat{BAD}$

Theo công thức góc ngoài ta có  $\widehat{NDA} = \widehat{DAC} + \widehat{ACB}$

Vì AD là phân giác của góc A nên  $\widehat{BAD} = \widehat{DAC} \Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{NDA}$

Suy ra  $\Delta AND$  cân tại N

4) Có  $AF \perp FK$  mà  $AF \perp BC \Rightarrow BC \parallel FK \Rightarrow BCKF$  là hình thang

Gọi P là trung điểm FK  $\Rightarrow OP \perp FK \Rightarrow OP \perp BC \Rightarrow O, M, P$  thẳng hàng

Gọi E là điểm đối xứng với C qua O  $\Rightarrow \Delta EBC$  vuông tại B và  $\widehat{BEC} = \widehat{BAC} = 60^\circ$

$$\Rightarrow EB = EC \cdot \cos 60 = R$$

$$BC = EC \cdot \sin 60 = R \sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{EB}{2} = \frac{R}{2}$$

Có  $\Delta AFK$  vuông tại F và

$$\widehat{FAK} = 30 \Rightarrow FK = AK \cdot \sin 30 = R$$

$$AF = AK \cdot \cos 30 = R \sqrt{3} \Rightarrow OP = \frac{AF}{2} = \frac{R \sqrt{3}}{2}$$

$$MP = OP - OM = \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

Diện tích hình thang BCKF là

$$S_{BCKF} = \frac{1}{2} MP \cdot (BC + KF) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2} (R\sqrt{3} + R) = R^2 \cdot \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{4} = \frac{R^2}{2} (dvd)$$



**Đề số 84. Sở GD và ĐT Đà Nẵng. Năm học: 2016-2017**

**Bài 1.** (1,5 điểm)

- a) Với giá trị nào của  $x$  thì  $\sqrt{x-2}$  xác định.
- b) Rút gọn biểu thức  $M = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$  với  $ab \neq 0$

**Bài 2.** (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

- b) Cho phương trình  $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$  có hai nghiệm là  $x_1$  và  $x_2$ .

Tính giá trị của biểu thức  $x_1^3 + x_2^3$

**Bài 3.** (2,0 điểm)

Cho hai hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đồ thị hàm số (P) và  $y = x + 4$  có đồ thị (d)

- a) Vẽ đồ thị (P).
- b) Gọi A, B là các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d). Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm M trên tia Ox sao cho diện tích tam giác MAB bằng  $30 \text{ cm}^2$ .

**Bài 4.** (2,0 điểm)

Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều rộng bằng  $\frac{3}{5}$  chiều dài. Nếu chiều rộng giảm đi 1cm và chiều dài giảm đi 4cm thì diện tích của nó bằng nửa diện tích ban đầu. Tính chu vi miếng bìa đó.

**Bài 5.** (3,5 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  nhọn có  $AB < AC$  và nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AD. Gọi AH là đường cao của  $\Delta ABC$ . Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AD tại E

- a) Chứng minh ABHE là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh hai đường thẳng HE và AC vuông góc với nhau
- c) Gọi F là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng AD và M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh rằng M là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta HEF$ .

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.** (1,5 điểm)

a)  $\sqrt{x-2}$  xác định  $\Leftrightarrow \geq x^2$

b)  $M = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{ab} = \frac{2a \cdot 2b}{ab} = 4$

**Bài 2.** (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 3(-1) - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất  $(-1; -2)$

b)  $x^2 + x - 2 + \sqrt{2} = 0$

Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình trên ta được:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -2 + \sqrt{2} \end{cases}$

Suy ra

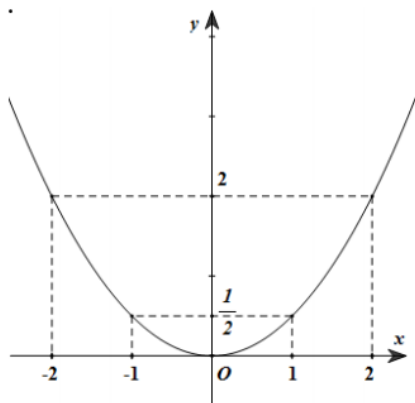
$$\begin{aligned} & x_1^3 + x_2^3 \\ &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] \\ &= (-1)[(-1)^2 - 3(-2 + \sqrt{2})] = 3\sqrt{2} - 7 \end{aligned}$$

**Bài 3** (2,0 điểm)

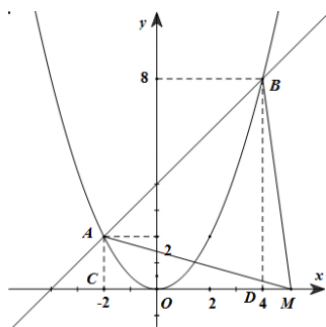
a)  $y = \frac{1}{2}x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



b)



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = (-1)^2 - (-8) = 9 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x = 4$ ;  $x = -2$

Với  $x = -2$  ta có  $y = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$

Với  $x = 4$  ta có  $y = 8 \Rightarrow B(4; 8)$

Gọi  $M(m; 0)$  thuộc tia  $Ox$  ( $m > 0$ ). Gọi  $C(-2; 0)$ ,  $D(4; 0)$ . Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1:  $M$  thuộc đoạn  $OD$ : Ta có  $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} - S_{BDM}$

$$\text{Có } ABDC \text{ là hình thang, } AC = 2\text{cm, } BD = 8\text{cm, } CD = 6\text{cm} \Rightarrow S_{ABDC} = \frac{(2+8) \cdot 6}{2} = 30(\text{cm}^2)$$

Suy ra  $S_{AMB} < 30\text{cm}^2$  (loại)

Trường hợp 2:  $M$  thuộc tia  $Ox$  ( $M \neq D$ )  $\Rightarrow m > 4$

Ta có:  $S_{AMB} = S_{ABDC} - S_{ACM} + S_{BDM}$

Có  $S_{ABDC} = 30\text{cm}^2$ ,  $MC = m + 2$  (cm),  $MD = m - 4$  (cm)

Suy ra

$$S_{ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (m + 2) = m + 2(\text{cm}^2)$$

$$S_{BDM} = \frac{1}{2} BD \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (m - 4) = 4(m - 4)(\text{cm}^2)$$

$$\Rightarrow S_{AMB} = 30\text{cm}^2 \Leftrightarrow S_{ACM} = S_{BDM} \Leftrightarrow m + 2 = 4(m - 4) \Leftrightarrow m = 6 \quad \text{(thỏa mãn)} \quad \text{Vậy } M(6; 0) \text{ là điểm cần tìm.}$$

#### **Bài 4** (1,0 điểm)

Gọi chiều dài của hình chữ nhật đó là  $x$  (cm) ( $x > 4$ )

Vì chiều rộng bằng  $\frac{3}{5}$  chiều dài nên chiều rộng của hình chữ nhật là  $\frac{3}{5}x$  (cm)

Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là  $\frac{3}{5}x^2$  (cm<sup>2</sup>)

Khi giảm chiều rộng 1cm và giảm chiều dài 4cm thì diện tích của hình chữ nhật mới là  $(\frac{3}{5}x - 1)(x - 4)$  (cm<sup>2</sup>)

Diện tích hình chữ nhật mới bằng một nửa diện tích ban đầu nên ta có phương trình:

$$(\frac{3}{5}x - 1)(x - 4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}x^2$$

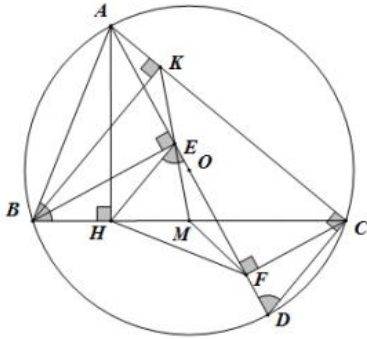
$$\Leftrightarrow \frac{3}{10}x^2 - \frac{17}{5}x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 (TM) \\ x = \frac{4}{3} (L) \end{cases}$$

Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu lần lượt là 10cm và  $\frac{3}{5} \cdot 10 = 6$ cm

Chu vi miếng bìa là  $2 \cdot (10 + 6) = 32$  (cm)

**Bài 5 (3,5 điểm)**



a) Vì  $AH \perp BC$ ,  $BE \perp AD$  nên góc  $AHB =$  góc  $AEB = 90^\circ$

Suy ra tứ giác  $ABHE$  là tứ giác nội tiếp

b) Vì góc  $ACD$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên góc  $ACD = 90^\circ \Rightarrow AC \perp CD$  (1)

Vì  $ABHE$  là tứ giác nội tiếp nên góc  $ABH =$  góc  $HED$  (góc trong và góc ngoài đỉnh đối diện)

Vì  $ABDC$  là tứ giác nội tiếp đường tròn ( $O$ ) nên góc  $ABC =$  góc  $ADC$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $AC$ ), hay góc  $ABH =$  góc  $EDC$

Suy ra góc  $HED =$  góc  $EDC \Rightarrow EH \parallel DC$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow HE \perp AC$

c) Vẽ  $BK \perp AC$  tại  $K$

Ta có góc  $AKB =$  góc  $AEB = 90^\circ$  nên  $AKEB$  là tứ giác nội tiếp

Suy ra góc  $BKE =$  góc  $BAE$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BE$ ) = góc  $BAD$  (3)

Vì  $ABDC$  là tứ giác nội tiếp nên góc  $BAD =$  góc  $BCD$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BD$ ) (4)

Vì  $AK \parallel CD$  (cùng  $\perp AC$ ) nên góc  $BCD =$  góc  $KBM$  (đồng vị) (5)

Vì  $M$  là trung điểm cạnh huyền  $BC$  của tam giác vuông  $BKC$  nên  $MK = MB = MC \Rightarrow \Delta MKB$  cân tại  $M \Rightarrow$  góc  $KBM =$  góc  $BKM$  (6)

Từ (3), (4), (5), (6) có góc  $BKE =$  góc  $BKM \Rightarrow K, E, M$  thẳng hàng

Mà  $HE \parallel BK$  (cùng  $\perp AC$ ) nên  $\frac{ME}{MH} = \frac{MK}{MB} = 1 \Rightarrow ME = MH$

Chứng minh tương tự ta có  $MF = MH$

Suy ra  $ME = MF = MH \Rightarrow M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta HEF$  (đpcm).

**Đề số 85. Sở GD và ĐT Hải Dương. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1 (2 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(x+3)^2 = 16$

b) 
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

b) Tìm m để phương trình  $x^2 - 5x + m - 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$$

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Tìm a và b biết đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua điểm  $A(-1;5)$  và song song với đường thẳng  $y = 3x + 1$

b) Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Dụng đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C, cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M. Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F, tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A).

a) Chứng minh AD. AE = AC.AB

b) Chứng minh: Ba điểm B, F, D thẳng hàng và F là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle CDN$

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle AEF$ . Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB

**Câu 5 (1,0 điểm)** Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} + \frac{bc}{b^5 + c^5 + bc} + \frac{ca}{c^5 + a^5 + ca}$$

—————Hết—————

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a)  $(x + 3)^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x + 3)^2 = 4^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=4 \\ x+3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-7 \end{cases}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm  $x = 1; x = -7$ 

b) 
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x = 4y - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 12 \\ 3x - 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 0 \\ 3x = 4y - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(0;3)$ **Câu 2 (2,0 điểm)**

a)  $A = \left( \frac{2\sqrt{x} + x}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} + 1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

$$= \left( \frac{2\sqrt{x} + x}{(\sqrt{x})^3 - 1} - \frac{\sqrt{x} + x + 1}{(\sqrt{x})^3 - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + x + 1 - (\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + x + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + x - \sqrt{x} - x - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + x + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} + x + 1}{\sqrt{x} + x + 1 - \sqrt{x} - 2}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} + x - \sqrt{x} - x - 1}{(\sqrt{x} - 1)(x - 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(x - 1)}$$

$$= \frac{1}{x - 1}$$

b)  $x^2 - 5x + m - 3 = 0$  (1)

Phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1; x_2$ 

$\Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow (-5)^2 - 4(m - 3) > 0$

$\Leftrightarrow 25 - 4m + 12 > 0$

$\Leftrightarrow 37 - 4m > 0$

$\Leftrightarrow m < \frac{37}{4}$

Với  $m < \frac{37}{4}$ . Áp dụng định lý vi-et cho phương trình (1) ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

Ta có:  $x_1^2 - 2x_1 x_2 + 3x_2 = 1$  (\*)Thay  $x_1 = 5 - x_2$  vào (\*) ta được:

$$(5-x_2)^2 - 2(5-x_2) \cdot x_2 + 3x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x_2^2 - 17x_2 + 24 = 0$$

$$\Delta = 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} x_1 = \frac{17+1}{6} = 3 \\ x_2 = \frac{17-1}{6} = \frac{8}{3} \end{array} \right.$$

$$+ \text{Với } x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$\text{Thay } x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow 2 \cdot 3 = m - 3 \Rightarrow m = 9 \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$+ \text{Với } x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{7}{3}$$

$$\text{Thay } x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{3} = m - 3 \Rightarrow m = \frac{83}{9} \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } m = 3 \text{ hoặc } m = \frac{83}{9}$$

### Câu 3 (2,0 điểm)

a) Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = 3x + 1$  nên ta có  $a = 3$  và  $b \neq 1$   
Do điểm  $A(-1;5)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = ax + b$  nên ta có:

$$5 = a \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow 5 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow b = 8 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $a = 3$ ,  $b = 8$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Gọi số xe của đội lúc đầu là  $x$  (xe), ( $x > 0$ )

Sau khi bổ sung thêm 3 xe thì số xe của đội là:  $x + 3$  (xe)

Theo dự định thì mỗi xe phải chở số tấn hàng là:  $\frac{36}{x}$  (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là:  $\frac{36}{x+3}$  (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$

$$\Leftrightarrow 36(x+3) - 36x = x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x - x^2 - 3x = 0$$

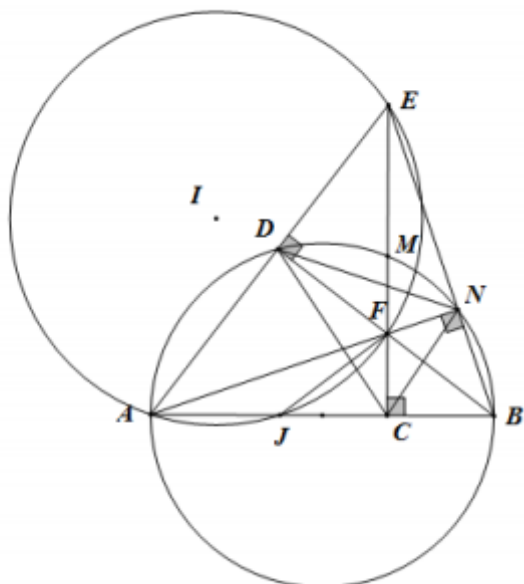
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-108) = 441 > 0$$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = \frac{-3 - \sqrt{441}}{2} = -12 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{441}}{2} = 9 \text{ (TM)} \end{array} \right.$$

Vậy số xe lúc đầu của đội là 9 xe.

### Câu 5



a) Có  $\angle ADB = \angle ANB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  
 $\Rightarrow$  Tam giác  $ADB$  đồng dạng với tam giác  $ACE$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AD \cdot AE = AC \cdot AB$$

b) + Có  $AN \perp EB$ ,  $EC \perp AB$ ,  $EC$  giao  $AN$  tại  $F$  nên  $F$  là trực tâm của tam giác  $AEB$   
 $\Rightarrow BF \perp EA$

Mà  $BD \perp EA \Rightarrow B, D, F$  thẳng hàng

+ Tứ giác  $ADFC$  có hai góc đối bằng  $90^\circ$  nên là tứ giác nội tiếp, suy ra  $\angle DCF = \angle DAF$

Tương tự ta có:  $\angle NCF = \angle NBF$

Mà  $\angle DAF = \angle NBF$  (cùng phụ với góc  $AEB$ )  $\Rightarrow \angle DCF = \angle NCF$

Suy ra  $CF$  là phân giác của góc  $DCN$

Tương tự ta cũng có  $DF$  là phân giác của góc  $NDC$

Vậy  $F$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $DCN$

c) Gọi  $J$  là giao của  $(I)$  với đoạn  $AB$ .

Có  $\angle FAC = \angle CEB (=90^\circ - \angle ABE) \Rightarrow$  tam giác  $FAC$  đồng dạng với tam giác  $BEC$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow CF \cdot CE = BC \cdot AC$$

Vì  $AEFJ$  là tứ giác nội tiếp nên  $\angle FJC = \angle FEA (=180^\circ - \angle AJF)$

$$\Rightarrow \text{Tam giác } CFJ \text{ đồng dạng với tam giác } CAE \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{CF}{CA} = \frac{CJ}{CE} \Rightarrow CF \cdot CE = CA \cdot CJ$$

Suy ra  $BC \cdot AC = CA \cdot CJ \Rightarrow BC = CJ \Rightarrow C$  là trung điểm  $BJ$  (vì  $J \neq B$ )

Suy ra  $J$  là điểm cố định

Có  $IA = IJ$  nên  $I$  luôn thuộc đường trung trực của  $AJ$ , là đường cố định.

### Câu 5

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 5 số dương, ta có:

$$a^5 + a^5 + a^5 + b^5 + b^5 \geq 5\sqrt[5]{a^5 \cdot a^5 \cdot a^5 \cdot b^5 \cdot b^5} = 5a^3b^2$$

$$\Rightarrow 3a^5 + 2b^5 \geq 5a^3b^2$$

Tương tự ta có:



$$2a^5 + 3b^5 \geq 5a^2b^3$$

$$\Rightarrow 5a^5 + 5b^5 \geq 5(a^3b^2 + a^2b^3) \Rightarrow a^5 + b^5 \geq a^2b^2(a+b)$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} \leq \frac{ab}{a^2b^2(a+b) + ab} = \frac{1}{ab(a+b) + 1} = \frac{c}{abc(a+b) + c} = \frac{c}{a+b+c}$$

Ta có 2 bất đẳng thức tương tự, cộng lại ta có:

$$P = \frac{c}{a+b+c} + \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} = 1$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c = 1$

Vậy GTLN của P là 1

**I. Phần 1. Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

Hãy chọn chỉ một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

**Câu 1:** Biểu thức  $\sqrt{\frac{x}{2016}}$  xác định khi và chỉ khi

- A.  $x \geq 0$                       B.  $x < 0$                       C.  $x > 0$                       D.  $x = 0$

**Câu 2:** Đồ thị hàm số  $y = 2x - 5$  không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. (1;-3)                      B. (-1;-3)                      C. (2;-1)                      D. (-2;-9)

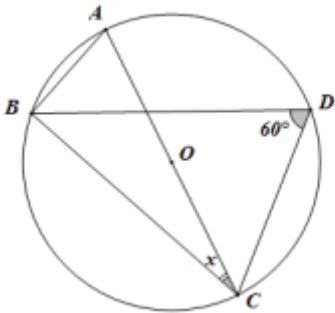
**Câu 3:** Hệ phương trình  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-ay=3 \end{cases}$  vô nghiệm khi a bằng bao nhiêu?

- A. a=4                      B. a= -6                      C. a=6                      D. a= -4

**Câu 4:** Giả sử  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2x^2 + 3x - 10 = 0$  khi đó tích  $x_1 \cdot x_2$  bằng:

- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $-\frac{3}{2}$                       C. -5                      D. 5

**Câu 5:** Trong hình vẽ bên:



Biết AC là đường kính của đường tròn tâm O, góc BDC bằng  $60^\circ$  và góc ACB bằng x. Khi đó x bằng:

- A.  $40^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $35^\circ$                       D.  $30^\circ$

**Câu 6:** Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O;R) cắt nhau tại M, nếu  $MA = R\sqrt{3}$  thì số đo góc ở tâm AOB bằng:

- A.  $120^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $45^\circ$

**Câu 7:** Cho hai đường tròn (O;R) và (O';r) có bán kính lần lượt là  $R = 5$  cm,  $r = 3$ cm và khoảng cách giữa hai tâm là 7cm. Khi đó:

- A. (O) và (O') tiếp xúc ngoài  
 B. (O) và (O') tiếp xúc trong  
 C. (O) và (O') không giao nhau  
 D. (O) và (O') cắt nhau

**Câu 8:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4cm, chiều cao bằng 5cm. Thể tích hình trụ bằng

- A.  $100\pi(\text{cm}^3)$                       B.  $80\pi(\text{cm}^3)$                       C.  $60\pi(\text{cm}^3)$                       D.  $80(\text{cm}^3)$

**II. Phần 2. Tự luận (8,0 điểm)**

**Bài 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = (2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3}$

$$b) B = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{6}} - \sqrt{28} + \sqrt{54}$$

$$2. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

3. Xác định hệ số a và b của đường thẳng (d):  $y = ax + b$ , biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'):  $y = x + 2017$  và đi qua điểm  $A(-1; 2015)$

**Bài 2.** (2,0 điểm)

1. Cho phương trình:  $x^2 - mx - 4 = 0$  (1) ( với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 3$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1(x_2^2 + 1) + x_2(x_1^2 + 1) > 6$

2. Cho tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 4cm. Tính độ dài mỗi cạnh góc vuông của tam giác vuông đó

**Bài 3.** (3,0 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Kẻ  $AH \perp BC$  tại H. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác AHCK nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh góc  $AHK = \text{góc } ABC$  và  $AH^2 = AI \cdot AK$

c) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AI và AK. Chứng minh rằng: Nếu  $AH = AM + AN$  thì ba điểm A, O, H thẳng hàng.

**Bài 4** (1,0 điểm)

a) Cho  $a > 0, b > 0, c > 0$ . Chứng minh rằng:  $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

b) Cho 3 số thực dương a, b, c thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{9}{2(ab + bc + ca)} + \frac{2}{a^2 + b^2 + c^2}$$

## ĐÁP ÁN

### I. Phần 1. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

1.A	2.B	3.D	4.C	5.D	6.A	7.D	8.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

### II. Phần 2. Tự luận (8,0 điểm)

#### Bài 1. (2,0 điểm)

##### 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a)

$$A = (2\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3}$$

$$= (2\sqrt{3} - 5 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3}) : \sqrt{3}$$

$$= -5\sqrt{3} : \sqrt{3} = -5$$

b)

$$B = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{6}} - \sqrt{28} + \sqrt{54}$$

$$= \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})} - \sqrt{7 \cdot 4} + \sqrt{9 \cdot 6}$$

$$= \frac{2\sqrt{7} + 2\sqrt{6}}{7 - 6} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{7} + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{6}$$

$$= 5\sqrt{6}$$

##### 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (2;1)

3. Đường thẳng (d):  $y = ax + b$  song song với đường thẳng (d'):  $y = x + 2017$  nên ta có  $a = 1$  và  $b \neq 2017$ .

Khi đó (d) trở thành:  $y = x + b$  ( $b \neq 2017$ )

Do đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1;2015) nên ta có:

$$2015 = -1 + b$$

$$\Rightarrow b = 2016 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d) cần tìm là:  $y = x + 2016$ .

#### Bài 2. (2,0 điểm)

##### 1.

a) Khi  $m = 3$  thì phương trình (1) trở thành:  $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\text{Ta có: } a - b + c = 1 - (-3) + (-4) = 0$$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x = -1$ ;  $x = 4$

Vậy khi  $m = 3$  thì phương trình có tập nghiệm là  $S = \{-1; 4\}$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1$ ;  $x_2$  khi và chỉ khi

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4(-4) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 16 \geq 0$$

$$\Rightarrow \forall m \text{ thì phương trình (1) luôn có 2 nghiệm } x_1; x_2.$$

Áp dụng định lý Viet cho phương trình (1) ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$x_1(x_2^2 + 1) + x_2(x_1^2 + 1) > 6$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2^2 + x_1 + x_2x_1^2 + x_2 > 6$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2) > 6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1x_2 + 1) > 6$$

$$\Leftrightarrow m(-4 + 1) > 6$$

$$\Leftrightarrow -3m > 6$$

$$\Leftrightarrow m < -2$$

Vậy  $m < -2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2. Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ hơn của tam giác vuông đó là  $x$  (cm) ( $x > 0$ )

Cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông đó dài là  $x + 4$  (cm)

Theo Pitago, cạnh huyền của tam giác vuông đó dài là  $\sqrt{x^2 + (x + 4)^2}$  (cm)

Vì cạnh huyền bằng 20cm nên  $\sqrt{x^2 + (x + 4)^2} = 20$

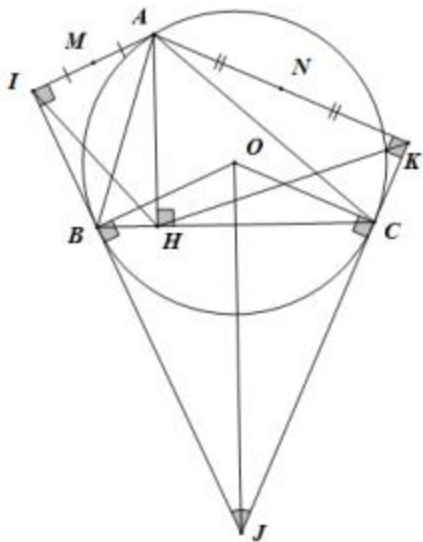
$$\Leftrightarrow x^2 + (x + 4)^2 = 400$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 384 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (tm) hoặc } x = -16 \text{ (loại)}$$

Vậy độ dài 2 cạnh góc vuông của tam giác vuông đó lần lượt là 12cm và  $12 + 4 = 16$ cm.

### Bài 3



a) Vì  $AH \perp HC$ ,  $AK \perp KC$  nên góc  $AHC =$  góc  $AKC = 90^\circ \Rightarrow$  góc  $AHC +$  góc  $AKC = 180^\circ$

Suy ra AHCK là tứ giác nội tiếp

b) Vì AHCK là tứ giác nội tiếp nên góc  $AHK =$  góc  $ACK$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AK)

Mặt khác góc  $ABC =$  góc  $ACK$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AC của (O))

Suy ra góc  $AHK =$  góc  $ABC$ . (1)

Vì góc  $AHB =$  góc  $AIB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên AHBI là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow$  góc  $ABH =$  góc  $AIH$  hay góc  $ABC =$  góc  $AIH$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  góc AHK = góc AIH (3)

Chứng minh tương tự, ta có góc AHI = góc AKH (4)

Từ (3) và (4) có tam giác AIH đồng dạng với tam giác AHK (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow AH^2 = AI \cdot AK \text{ (đpcm)}$$

c) Vì M, N là trung điểm của AI, AK nên

$$AH = AM + AN = \frac{AI}{2} + \frac{AK}{2} = \frac{AI + AK}{2} \Rightarrow AH^2 = \frac{(AI + AK)^2}{4}$$

Kết hợp với ý b, ta có

$$\frac{(AI + AK)^2}{4} = AI \cdot AK \Leftrightarrow (AI + AK)^2 = 4 \cdot AI \cdot AK$$

$$\Leftrightarrow (AI - AK)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow AI = AK$$

Gọi J là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại B, C của (O). Có  $\Delta OBJ = \Delta OCJ$  (cạnh huyền–cạnh góc vuông)  $\Rightarrow JO$

là phân giác của góc BJC và  $JB = JC$

Suy ra OJ là đường trung trực của BC  $\Rightarrow OJ \perp BC$

Vì  $AI = AK$ ,  $AI \perp IJ$ ,  $AK \perp KJ$  nên A thuộc đường phân giác của góc IJK  $\Rightarrow A \in OJ$

Suy ra  $AO \perp BC$ , mà  $AH \perp BC$  nên A, O, H thẳng hàng.

#### Bài 4

a) Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho ba số dương, ta có:

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}}$$

Nhân từng vế của hai bất đẳng thức cùng chiều dương, ta được:

$$(a + b + c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} = 9 \text{ (đpcm)}$$

b) Với mọi  $a, b, c > 0$  ta có

$$\frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{2}(b-c)^2 + \frac{1}{2}(c-a)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6(ab+bc+ca)} \geq \frac{1}{6(a^2+b^2+c^2)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{13}{3(ab+bc+ca)} + \frac{1}{6(ab+bc+ca)} + \frac{2}{a^2+b^2+c^2}$$

$$\geq \frac{13}{3(ab+bc+ca)} + \frac{1}{6(a^2+b^2+c^2)} + \frac{2}{a^2+b^2+c^2}$$

$$= \frac{13}{3(ab+bc+ca)} + \frac{13}{6(a^2+b^2+c^2)} = \frac{13}{6} \left( \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{a^2+b^2+c^2} \right)$$

Áp dụng ý a, ta có

$$(2ab+2bc+2ca+a^2+b^2+c^2) \left( \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{a^2+b^2+c^2} \right) \geq 9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{ab+bc+ca} + \frac{1}{a^2+b^2+c^2} \geq \frac{9}{(a+b+c)^2} = 9$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{39}{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = \frac{1}{3}$

Vậy GTNN của P là  $\frac{39}{2}$

**Đề số 87. Sở GD và ĐT Hà Nội. Năm học: 2016-2017**

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x+8}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 25$
- 2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3}}$
- 3) Tìm x để biểu thức  $P = A.B$  có giá trị là số nguyên

**Bài II (2,0 điểm)**

*Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $720 \text{ m}^2$ . Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 3x + m - 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ 
  - a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m
  - b) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để  $(x_1+1)(x_2+1)=1$

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) Chứng minh  $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$
- 3) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh  $HK \parallel DC$
- 4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

**Bài V (0,5 điểm)**

Với các số thực x, y thỏa mãn  $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$  tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y$



**Bài I.(2,0 điểm)**

1)  $x = 25$  nên ta có:  $\sqrt{x} = 5$

Khi đó ta có:  $A = \frac{7}{5+8} = \frac{7}{13}$

2)

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+8(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

3)  $P = A.B$  nên ta có:

$$P = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \cdot \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

+) Ta có  $x \geq 0$  nên  $P > 0$

$$+) x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{7}{3}$$

Nên:  $0 < P \leq \frac{7}{3}$

Đề  $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1; 2\}$

+)  $P = 1 \Leftrightarrow x = 16$  (thỏa mãn điều kiện)

+)  $P = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy  $x \in \{ \frac{1}{4}; 16 \}$

**Bài II (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình**

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là  $x$  ( $x > 0$ ); đơn vị: m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật là  $720 \text{ m}^2$  nên chiều dài là:  $\frac{720}{x}$  (m)

Sau khi thay đổi kích thước:

Chiều rộng của của mảnh vườn hình chữ nhật là:  $x - 6$  (m)

Chiều dài của của mảnh vườn hình chữ nhật là:  $\frac{720}{x} + 10$  (m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-6) \cdot \left( \frac{720}{x} + 10 \right) = 720$$

$$\Rightarrow (x-6)(72+x) = 72x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 432 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 24$  (thỏa mãn điều kiện);  $x_2 = -18$  (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật đó là  $24 \text{ m}$ ; chiều dài mảnh đất hình chữ nhật đó là:  $720:24 = 30 \text{ (m)}$

**Bài III (2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases} \quad \text{ĐK } x \neq 1; y \neq -2$$

Đặt  $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = a \\ \frac{1}{y+2} = b \end{cases}$  ( $b \neq 0$ ) Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 4a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 14 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Khi đó ta có:  $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = 2 \\ \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (TM)}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất (2;-1)

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 3x + m^2 - 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ .

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = 3x + m^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0 (*)$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m^2 + 1) = 4m^2 + 5 > 0 \forall m$$

$\Leftrightarrow$  Phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$\Leftrightarrow$  (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi  $x_1; x_2$  là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để  $(x_1+1)(x_2+1) = 1$

Ta có:

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) = 0$$

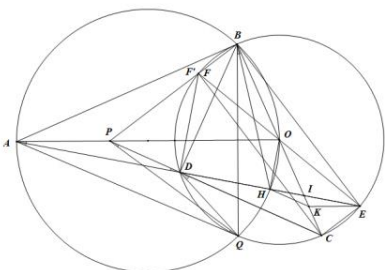
Áp dụng hệ thức Vi-et cho (\*):  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$

$$(**) \Leftrightarrow -m^2 + 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy  $m = \pm 2$

**Bài IV (3,5 điểm)**



1) Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên  $AB \perp BO \Rightarrow \text{góc } ABO = 90^\circ$

Vì H là trung điểm của dây DE của (O) nên  $OH \perp DE \Rightarrow$  góc AHO =  $90^\circ$

Suy ra góc ABO + góc AHO =  $180^\circ \Rightarrow$  AHOB là tứ giác nội tiếp

Suy ra bốn điểm A, H, O, B nằm trên cùng một đường tròn.

2) Có góc ABD = góc AEB (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)  
Xét  $\Delta ABD$  và  $\Delta AEB$  có chung góc BAE, góc ABD = góc AEB nên

Tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEB (g-g)  $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{EB}$

3) Vì ABOH là tứ giác nội tiếp nên góc OAH = góc OBH

Vì EK // AO nên góc OAH = góc HEK

Suy ra góc OBH = góc HEK  $\Rightarrow$  BHKE là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow$  góc KHE = góc KBE

Vì BDCE là tứ giác nội tiếp nên góc KBE = góc CDE

Suy ra góc KHE = góc CDE  $\Rightarrow$  KH // CD

4) Gọi F' là giao điểm của BP và đường tròn (O).

Gọi AQ là tiếp tuyến thứ 2 của (O)

Vì BDQC là tứ giác nội tiếp nên góc QDC = góc QBC (1)

Vì ABOQ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO nên góc QBC = góc QAO (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow$  góc QDC = góc OAQ  $\Rightarrow$  APDQ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$  góc PDA = góc PQA (3)

Có góc PDA = góc EDC = góc EBC (4)

Ta có  $\Delta ABP = \Delta AQP$  (c.g.c)  $\Rightarrow$  góc PQA = góc PBA (5)

Từ (3), (4), (5)  $\Rightarrow$  góc PBA = góc EBC

Suy ra góc PBE = góc ABC =  $90^\circ \Rightarrow$  góc F'BE =  $90^\circ \Rightarrow$  F'E là đường kính của (O)

$\Rightarrow F' \in OE \Rightarrow F' \equiv F$

Vì FBEC là tứ giác nội tiếp nên góc FCE =  $180^\circ -$  góc FBE =  $90^\circ$

Tứ giác FBEC có góc FCE = góc FBE = góc BEC =  $90^\circ$  nên là hình chữ nhật.

### Bài V (0,5 điểm)

Điều kiện:  $x \geq -6, y \geq -6$

Từ điều kiện đề bài ta có  $x + y \geq 0$  và

$$x + y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \Leftrightarrow (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)} (*)$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có

$$2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq (x+6) + (y+6) = x+y+12$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq 2(x+y)+24$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 2(x+y) - 24 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x+y \leq 6$$

Khi  $x = y = 3$  thì  $x + y = 6$

Ta có  $2\sqrt{(x+6)(y+6)} \geq 0$  nên từ (\*) suy ra

$$(x+y)^2 \geq x+y+12$$

$$\Leftrightarrow (x+y-4)(x+y+3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x+y \geq 4 \text{ (Do } x+y+3 > 0)$$

Khi  $x = 10, y = -6$  hoặc  $x = -6, y = 10$  thì  $x + y = 4$

Vậy GTLN của P là 6 khi  $x = y = 3$  và GTNN của P là 4 khi  $x = 10, y = -6$  hoặc  $x = -6, y = 10$

**Đề số 88. Sở GD và ĐT Hà Tĩnh. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1 (2 điểm):** Rút gọn các biểu thức

$$a) P = (\sqrt{3} - 1) \frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$b) Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \text{ khác } 4$$

**Câu 2 (2 điểm):** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + m + 3 = 0$

a) (1 điểm) Giải phương trình với  $m = 1$

b) (1 điểm) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm, thỏa mãn:  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 5$

**Câu 3 (2 điểm):** Trong mp tọa độ Oxy cho hai đường thẳng: (d):  $y = ax + a + 1$  và (d'):  $y = (a^2 - 3a + 3)x + 3 - a$ .

a) Tìm  $a$  để (d) đi qua  $A(1;3)$

b) Tìm  $a$  để (d) song song với (d').

**Câu 4 (3 điểm):** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn có bờ là đường thẳng AB, kẻ tia Ax vuông góc với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến MP với nửa đường tròn (P là tiếp điểm khác A). Đoạn AP cắt OM tại K, MB cắt nửa đường tròn tại Q (Q khác B).

a) Chứng minh AMPO, AMQK là các tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh hai tam giác MQO và MKB đồng dạng.

c) Gọi H là hình chiếu của P trên AB, I là giao điểm của MB và PH. Chứng minh: KI vuông góc với AM.

**Câu 5 (1 điểm):** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (2a + 2b - 3)(a^3 + b^3) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

---HẾT---

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN HÀ TĨNH  
NĂM HỌC 2016 – 2017

**Câu 1 (2 điểm):**

$$a) P = (\sqrt{3}-1) \frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = (\sqrt{3}-1) \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$$

$$b) Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) = \left( \frac{\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \left( \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \right)$$
$$= \left( \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \left( \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \right) = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

**Câu 2 (2 điểm):**

a) Với  $m = 1$  thì pt đã cho trở thành:  $x^2 - 6x + 5 = 0$  có  $a+b+c=0$  nên phương trình này có hai nghiệm  $x_1=1; x_2=5$

b) Để pt đã cho có nghiệm thì  $\Delta' \geq 0$

$$\Leftrightarrow [-(m+2)]^2 - 1(m^2 + m + 3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 - m - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3m + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{3} (*)$$

Khi đó, theo hệ thức Vi ét thì: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{1} = 2(m+2) \\ x_1 x_2 = \frac{m^2 + m + 3}{1} = m^2 + m + 3 \end{cases}$$

Ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 \neq 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 5x_1 x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 \neq 0 \\ (x_1 + x_2)^2 = 7x_1 x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 + m + 3 \neq 0 \\ [2(m+2)]^2 = 7(m^2 + m + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m + 3 \neq 0 \forall m \\ 3m^2 - 9m + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6} (TM (*))$$

**Câu 3 (2 điểm):**

a) \* Nếu  $a = 0$  thì đường thẳng  $y = 1$  không đi qua điểm  $A(1;3)$

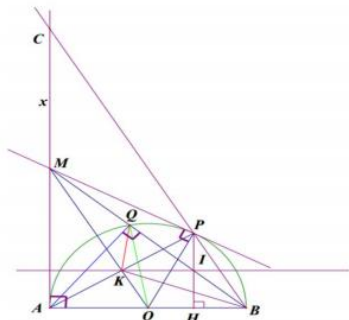
\* Nếu  $a \neq 0$  thì (d) đi qua  $A(1;3) \Leftrightarrow 3 = a.1 + a + 1 \Leftrightarrow a = 1$

$$b) (d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 3a + 3 = 0 \text{ (Loại)} \\ a + 1 \neq 3 - a \end{cases} \Rightarrow a = 3$$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a^2 - 3a + 3 \neq 0 \\ a^2 - 3a + 3 = a \\ a + 1 \neq 3 - a \end{cases}$$

Vậy  $a = 3$  thì  $(d) \parallel (d')$

**Câu 4 (3 điểm):**



- a) Ta có Ax và MP là hai tiếp tuyến của nửa đường tròn nên  $MAO = MPO = 90^\circ$  do đó tứ giác AMPO nội tiếp.

Ta có:

$$\begin{cases} MA = MP \text{ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OA = OP \text{ (bán kính)} \\ O \neq M \end{cases}$$

$\Rightarrow OM$  là trung trực của đoạn AP

$$\Rightarrow \angle AKM = 90^\circ \text{ (1)}$$

Lại có:  $\angle APB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle MQA = 90^\circ$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\angle AKM = \angle MQA = 90^\circ$  cùng nhìn AM nên tứ giác AMQK nội tiếp.

- b) Ta có:  $\angle ABQ = \angle MAQ$  (cùng chắn cung AQ của nửa đường tròn)

Mà  $\angle MAQ = \angle MKQ$  (do tứ giác MQKA nội tiếp – câu a))

$\Rightarrow \angle ABQ = \angle MKQ \Rightarrow$  tứ giác QKOB nội tiếp  $\Rightarrow \angle KOQ = \angle QBK$  (cùng chắn cung KQ)

Xét hai tam giác MQO và MKB có  $\angle BMK$  chung;  $\angle KOQ = \angle QBK$  (CM trên) nên hai tam giác MQO và MKB đồng dạng.

**c) Cách 1:**

BP cắt tia Ax tại C, ta có MO song song BC (vì cùng vuông góc với AP) mà  $AO = OB$  nên  $AM = MC$

Lại có PH song song với AC nên theo định lý Ta lét ta có:  $\frac{IP}{MC} = \frac{IB}{BM} = \frac{IH}{AM} \Rightarrow IP = IH$

Từ đó dễ thấy KI là đường trung bình của tam giác APH, do đó KI song song với AB  $\Rightarrow KI \perp AM$

**Cách 2:**

Ta có  $\angle IQK$  phụ với  $\angle KQA$ ;  $\angle IPK$  phụ với  $\angle PAH$ ; mà  $\angle PAH = \angle AMK$  (cùng phụ với  $\angle MAK$ )

Nhưng  $AMK = AOK$  (do tứ giác MQKA nội tiếp-câu b). Do đó  $KOI = IPK$

$\Rightarrow$  tứ giác KQPI nội tiếp  $\Rightarrow QPK = QIK$  (cùng chắn cung KQ) mà  $QPK = QBA \Rightarrow QBA = QIK$

$\Rightarrow$  KI song song với AB (có cặp góc đồng vị bằng nhau)  $\Rightarrow KI \perp AM$ .

**Câu 5 (1 điểm):**

**Cách 1.** Ta có:

$$P = (2a + 2b - 3)(a^3 + b^3) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

$$\Leftrightarrow [2(a+b) - 3](a+b)(a^2 - ab + b^2) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

Do a, b là các số dương, nên áp dụng BĐT Cô si ta có:  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

$$P \geq [2(a+b) - 3](a+b)(2 - ab) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

$$= [2(a+b) - 3](a+b)(2 - 1) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

$$= [2(a+b) - 3](a+b) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

$$= 2(a+b)^2 - 3(a+b) + \frac{7}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{7}{16}(a+b)^2 + \frac{7}{(a+b)^2} + \left[\frac{5}{4}(a+b) - \frac{5}{2}\right]^2 + \frac{13}{4}(a+b) - \frac{25}{4}$$

Ta có:

$$\frac{7}{16}(a+b)^2 + \frac{7}{(a+b)^2} \geq 2\sqrt{\frac{7}{16}(a+b)^2 \cdot \frac{7}{(a+b)^2}} = \frac{7}{2}$$

$$\left[\frac{5}{4}(a+b) - \frac{5}{2}\right]^2 \geq \left[\frac{5}{4} \cdot 2\sqrt{ab} - \frac{5}{2}\right]^2 \geq 0$$

$$\frac{13}{4}(a+b) \geq \frac{13}{2}$$

$$\text{Nên ta có: } P \geq \frac{7}{2} + 0 + \frac{13}{2} - \frac{25}{4} = \frac{15}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P = 15/4$ . Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} a=b \\ ab=1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1$

**Cách 2.** Áp dụng bất đẳng thức AM – GM:

$$a^3 + b^3 \geq 2\sqrt{a^3b^3} = 2 \text{ (do } ab=1)$$

$$a+b \geq 2$$

$$(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \text{ (Bunhiacopski)}$$

$$\Rightarrow P \geq 2(2(a+b) - 3) + \frac{7}{2(a^2 + b^2)} \geq 2(2 \cdot 2 - 3) + \frac{7}{2 \cdot 2} = \frac{15}{4}$$

Suy ra Min  $P=15/4 \Leftrightarrow a=b=1$

**Đề số 89. Sở GD và ĐT Hưng Yên. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3})$

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2 (1,5 điểm)**

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x^2$ , biết hoành độ của điểm A bằng 2.

b) Tìm m để hàm số bậc nhất  $y = (m-2)x - 1$  ( $m \neq 2$ ) đồng biến trên R.

**Câu 3 (1,5 điểm).**

Cho phương trình  $x^2 - x - m + 2 = 0$  ( $m$  là tham số).

a) Giải phương trình với  $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  ( $x_1 > x_2$ ) thỏa mãn  $2x_1 + x_2 = 5$ .

**Câu 4 (1,5 điểm)**

a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy  $r = 2\text{cm}$  và chiều cao  $h = 5\text{cm}$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

**Câu 5 (2,5 điểm).**

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C sao cho C khác A. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa N và C) với đường tròn. Gọi H là giao điểm của CO và AD.

a) Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $CH.CO = CM.CN$

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CD thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt CA, CD thứ tự tại P, Q. Chứng minh  $PE + QF \geq PQ$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)



## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1. (2,0 điểm)

$$a) A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4.3 = 21$$

$$b) \begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm  $(x;y) = (2;-1)$

### Câu 2 (1,5 điểm)

a) Vì A có hoành độ bằng 2 và thuộc đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  nên  $y = 2.2^2 = 8$ .

Vậy  $A(2;8)$

b) Để hàm số  $y = (m - 2)x - 1$  đồng biến thì  $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$ .

Vậy  $m > 2$ .

### Câu 3 (1,5 điểm).

a) Thay  $m = 3$  vào phương trình ta có:  $x^2 - x - 3 + 2 = 0$  hay  $x^2 - x - 1 = 0$

$$\text{Có } \Delta = (-1)^2 - 4.1(-1) = 5 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) Phương trình  $x^2 - x - m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1(-m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 7 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$$

Theo Viet ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1(1) \\ x_1 x_2 = -m + 2(2) \end{cases}$

$$\text{Mà } 2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1 \quad (3)$$

Thay (3) vào (1) ta có:  $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$  thay vào (3) có  $x_2 = -3$ .

Thay  $x_1 = 4$  và  $x_2 = -3$  vào (2) ta có:  $-m + 2 = 4$ .  $(-3)$  nên  $m = 14$  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy  $m = 14$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Câu 4 (1,5 điểm)

$$a) S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Gọi số xe ban đầu là  $x$  (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là  $\frac{24}{x}$  (tấn)

Số xe thực tế là  $x + 2$  (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là  $\frac{24}{x+2}$  (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2)$$

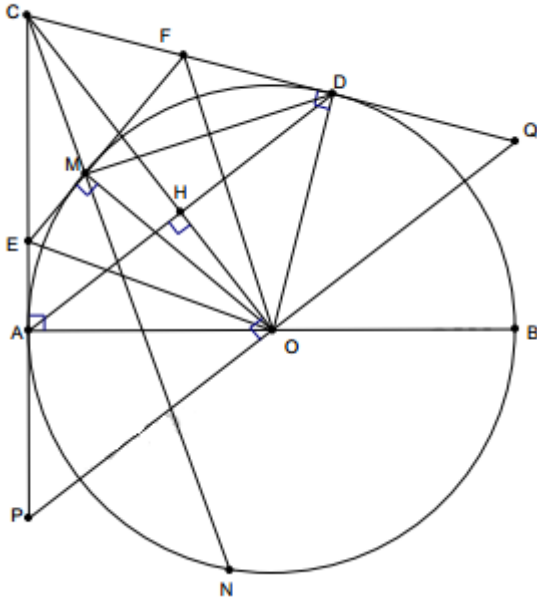
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1.(-24) = 25$$

Từ đó ta tìm được  $x_1 = 4$  (thỏa mãn điều kiện) và  $x_2 = -6$  (loại).

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

**Câu 5 (2,5 điểm)**



a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt)  
 Nên góc CAO = CDO = 90<sup>0</sup> ( theo tính chất tiếp tuyến)  
 Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn. (điều phải chứng minh).  
 Cách 2: có góc CAO = CDO = 90<sup>0</sup> nên góc CAO + CDO = 180<sup>0</sup>  
 Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại O có đường cao DH nên  
 CH.CO = CD<sup>2</sup> (1)

Ta chứng minh được Δ CMD đồng dạng với Δ CDN

Nên có CM.CN = CD<sup>2</sup> (2)

(1) và (2) ta có đpcm.

c)

Ta có OFQ = MDO (cùng phụ với góc FDM)

$$MDA = AOE = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AM} \quad (1)$$

Tứ giác AODC nội tiếp => ADO = ACO (Cùng chắn cung AO)

Mà ACO = AOP (cùng phụ với góc P) => ADO = APO (2)

Từ (1) và (2) suy ra POE = MDO = OFQ (3)

Tam giác CPQ cân tại C => P = Q (4)

Từ (3) và (4) ta có tam giác POE đồng dạng với tam giác QFO

$$\Leftrightarrow \frac{PO}{QF} = \frac{PE}{QO} \Leftrightarrow QF \cdot PE = OP \cdot OQ = OP^2$$

Theo Cô-si có  $QF + PE \geq 2\sqrt{QF \cdot PE} = 2\sqrt{OP^2} = 2 \cdot OP = PQ$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi QF = PE (Tức là M là giao điểm của OC và (O)).

**Câu 6 (1,0 điểm)**

Với a, b, c là các số dương và  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$

**Cách giải 1**

- Ta có

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2}$$

Dấu “=” xảy ra khi  $a=b$

$$\text{Hay } \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Tương tự :  $\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$ . Dấu “=” xảy ra khi  $c=b$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a). \text{ Dấu “=” xảy ra khi } a=c$$

Suy ra  $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \sqrt{5}(a+b+c)$

- Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki ta có :

$$(1^2 + 1^2 + 1^2)[(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2] \geq (1 \cdot \sqrt{a} + 1 \cdot \sqrt{b} + 1 \cdot \sqrt{c})^2 = 1$$

- Do đó  $a+b+c \geq \frac{1}{3} \Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} a > 0; b > 0; c > 0 \\ a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{9}$$

Vậy  $\text{Min}P = \frac{\sqrt{5}}{3}$  khi và chỉ khi  $a = b = c = \frac{1}{9}$

## Cách giải 2

Ta chứng minh bất đẳng thức:  $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$  (\*) dấu bằng xảy ra khi  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Thật vậy:

$$(*) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a+c)^2 + (b+d)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$$

$$\Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(a + \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức \* ta có:

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

$$\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2}$$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq (1+1+1)(a+b+c) \Leftrightarrow a+b+c \geq \frac{1}{3}$$

dấu = khi  $a = b = c$

Do đó

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Dấu = khi  $a = b = c = 1/9$

### Cách giải 3

Ta có:  $2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab$

$$\text{Mà } ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$$

Nên

$$2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a+b)^2 - 3ab \geq 2(a+b)^2 - \frac{3}{4}(a+b)^2 = \frac{5}{4}(a+b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$$

$$TT: \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$$

Do đó  $P \geq \sqrt{5}(a+b+c)$

Mặt khác ta có

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x+y+z)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x+y+z)^2$$

Áp dụng bất đẳng thức ta có:

$$a+b+c \geq \frac{1}{3}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Min}P = \frac{\sqrt{5}}{3}. \text{ Dấu "=" khi } a = b = c = \frac{1}{9}$$

**Đề số 90. Sở GD và ĐT Nam Định. Năm học: 2016-2017**

**Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

Hãy viết chữ cái đứng trước phương án đúng vào bài làm.

**Câu 1.** Điều kiện để biểu thức  $\sqrt{(x^2+1)x}$  có nghĩa là:

- A.  $x \leq 0$                       B.  $x \geq 0$                       C.  $x < 0$                       D.  $x \neq 0$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số  $y = 2x - 1$  đi qua điểm

- A. M(0;1)                      B. N(1;0)                      C. P(3;5)                      D. Q(2;-1)

**Câu 3.** Tổng hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x - \sqrt{2} = 0$  là:

- A. 1                      B. -2                      C.  $-\sqrt{2}$                       D. 2

**Câu 4.** Trong các phương trình sau, phương trình nào có hai nghiệm dương?

- A.  $x^2 - 5x + 3 = 0$                       B.  $x^2 - 3x + 5 = 0$                       C.  $x^2 + 4x + 4 = 0$                       D.  $x^2 - 25 = 0$

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = x - 1$                       B.  $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x + 1$                       C.  $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + 1$                       D.  $y = |\sqrt{3} - \sqrt{2}|x + 1$

**Câu 6.** Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc ngoài là

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 7.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A và  $BC = 10$  (cm). Diện tích tam giác ABC bằng

- A.  $25(\text{cm}^2)$                       B.  $5\sqrt{2}(\text{cm}^2)$                       C.  $25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$                       D.  $50(\text{cm}^2)$

**Câu 8.** Cho hình nón có chiều cao bằng 8 (cm) và thể tích bằng  $96\pi$  ( $\text{cm}^3$ ). Đường sinh của hình nón đã cho có độ dài bằng

- A. 12cm                      B. 4cm                      C. 10cm                      D. 6cm

**Phần II – Tự luận (8,0 điểm)**

**Câu 1.** (1,5 điểm) Cho biểu thức  $P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-4}\right) \cdot \left(\sqrt{x}-1 + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}\right)$  (với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ ).

- 1) Chứng minh rằng  $P = \sqrt{x} + 3$
- 2) Tìm các giá trị của x sao cho  $P = x + 3$

**Câu 2.** (1,5 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 - 2m + 3 = 0$  (m là tham số)

- 1) Giải phương trình với  $m = 2$
- 2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$(x_2 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + 2(x_1 + x_2 - x_1x_2) = 18$$

**Câu 3.** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{5}{x-2} - \frac{2y-4}{y-3} = 2 \\ \frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 4 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi H là trực tâm và D, E, F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ A, B, C của tam giác ABC. Kẻ DK vuông góc đường thẳng BE tại K.

- 1) Chứng minh tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp và  $\Delta DKH$  đồng dạng với  $\Delta BEC$
- 2) Chứng minh góc  $BED =$  góc  $BEF$
- 3) Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta DKE$ . Chứng minh  $IA \perp KG$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm) Giải phương trình  $2(x+1)\sqrt{x} + \sqrt{3(2x^3 + 5x^2 + 4x + 1)} = 5x^3 - 3x^2 + 8$

## ĐÁP ÁN

### Phần I – Trắc nghiệm

Câu 1. B

Câu 2. C

Câu 3. D

Câu 4. A

Câu 5. B

Câu 6. D

Câu 7. A

Câu 8. C

### Phần II – Tự luận

#### Câu 1.

1.

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-4} \right) \cdot \left( \sqrt{x}-1 + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \left( \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{x-4} - \frac{2}{x-4} \right) \cdot \left( \frac{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}}{x-4} \cdot \frac{x-4}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}} \\ &= \sqrt{x}+3 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \sqrt{x}+3$$

2. Với  $x > 0$  và  $x \neq 4$  Ta có:

$$P = x+3 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 = x+3$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \end{cases}$$

Đổi chiếu với điều kiện ta được  $x=1$  thỏa mãn

Vậy  $x=1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

#### Câu 2.

1. Với  $m=2$  ta có:

$$x^2 - 10x + 15 = 0$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = 25 - 15 = 10$$

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:  $x = 5 - \sqrt{10}; x = 5 + \sqrt{10}$

2. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  khi và chỉ khi  $\Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 4m^2 + 2m - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 2m - 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow 6m > 2$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$$

Áp dụng định lý Viet cho phương trình đã cho ta được: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(2m+1) & (1) \\ x_1 x_2 = 4m^2 - 2m + 3 & (2) \end{cases}$$

Theo đề ra ta có:

$$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + 2(x_1 + x_2 - x_1 x_2) = 18$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1 + 1 + x_2^2 - 2x_2 + 1 + 2x_1 + 2x_2 - 2x_1 x_2 = 18$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 4(2m+1)^2 - 4(4m^2 - 2m + 3) = 16$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 2m - 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow 6m = 6$$

$$\Leftrightarrow m = 1(TM)$$

Vậy với  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

### Câu 3

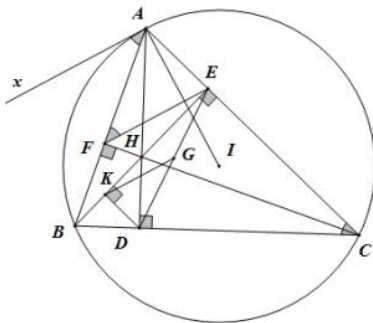
Điều kiện:  $x \neq 2, y \neq 3$ . Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} \frac{5}{x-2} - (2 + \frac{2}{y-3}) = 2 \\ (1 + \frac{4}{x-2}) - \frac{2}{y-3} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 4 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-2} = 1 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ \frac{4}{1} - \frac{2}{y-3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y-3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} (TM)$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất (3;5).

### Câu 4



a) Vì  $BE \perp AC, CF \perp AB$  nên góc  $BEC =$  góc  $BFC = 90^\circ \Rightarrow BCEF$  là tứ giác nội tiếp

Vì  $\Delta HDB$  vuông tại  $D$  nên góc  $HBD +$  góc  $BHD = 90^\circ$  (1)

Vì  $\Delta HKD$  vuông tại  $K$  nên góc  $HDK +$  góc  $BHD = 90^\circ$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  góc  $HBD =$  góc  $HDK$  hay góc  $CBE =$  góc  $HDK$

Xét  $\Delta DKH$  và  $\Delta BEC$  có  $\begin{cases} DKH = BEC = 90^\circ \\ HDK = CBE(cmt) \end{cases} \Rightarrow$  tam giác  $DKH$  đồng dạng với tam giác  $BEC(g-g)$

b) Vì  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp nên góc  $BEF =$  góc  $BCF$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BF$ )  
 Tứ giác  $DHEC$  có góc  $HEC +$  góc  $HDC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên là tứ giác nội tiếp  
 $\Rightarrow$  góc  $HCD =$  góc  $HED$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $HD$ )  
 hay góc  $BCF =$  góc  $BED$   
 Suy ra góc  $BEF =$  góc  $BED$

c) Vì  $G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $DKE$  vuông ở  $K$  nên  $G$  là trung điểm  $DE$   
 $GK = GE \Rightarrow \Delta GKE$  cân ở  $G \Rightarrow$  góc  $GKE =$  góc  $GEK =$  góc  $BED =$  góc  $BEF \Rightarrow GK // EF$  (3)  
 Từ  $A$  kẻ tia tiếp tuyến  $Ax$  với đường tròn  $(I)$  ( $Ax$  nằm trong nửa mặt phẳng bờ  $AB$  không chứa điểm  $E$ )  
 Vì  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp nên góc  $AFE =$  góc  $ACB$  (góc trong và góc ngoài 2 đỉnh đối diện)  
 Vì  $Ax$  là tiếp tuyến của  $(I)$  nên góc  $ACB =$  góc  $BAx$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $AB$ )  
 Suy ra góc  $AFE =$  góc  $BAx \Rightarrow EF // Ax$ . Mà  $Ax \perp AI$  nên  $AI \perp EF$  (4)  
 Từ (3) và (4)  $\Rightarrow IA \perp GK$ .

### Câu 5

$$2(x+1)\sqrt{x} + \sqrt{3(2x^3 + 5x^2 + 4x + 1)} = 5x^3 - 3x^2 + 8 \quad (1)$$

Điều kiện:  $x \geq 0$ . Với  $x \geq 0$ , ta có

$$(1) \Leftrightarrow 2(x+1)\sqrt{x} + \sqrt{3(x+1)^2(2x+1)} = (x+1)(5x^2 - 8x + 8)$$

$$\Leftrightarrow 2(x+1)\sqrt{x} + (x+1)\sqrt{3(2x+1)} - (x+1)(5x^2 - 8x + 8) = 0 \quad (Do \ x+1 \geq 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0(2) \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{3(2x+1)} - (5x^2 - 8x + 8) = 0(3) \end{cases}$$

Ta có (2)  $\Leftrightarrow x = -1$  (loại)

Giải phương trình (3): Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có:

$$2\sqrt{x} \leq x+1$$

$$\sqrt{3(2x+1)} \leq \frac{3+2x+1}{2} = x+2$$

$$\Rightarrow VT(3) \leq x+1 + x+2 - (5x^2 - 8x + 8) = -5x^2 + 10x - 5 = -5(x-1)^2 \leq 0$$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow x = 1$ . Vậy (3)  $\Leftrightarrow x = 1$  (thỏa mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $\{1\}$



**Đề số 91. Sở GD và ĐT Nghệ An. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1.** (2,5 điểm)

Cho biểu thức  $P = \left(\frac{\sqrt{x+1}}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x+3}}\right)(\sqrt{x}-3)$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn P
- Tìm các giá trị của x để  $P \leq 1$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An, tại một phòng có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều làm bài trên tờ giấy thi của mình. Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi và bài làm của thí sinh chỉ gồm 1 tờ hoặc 2 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng thi đó có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm một tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh bài làm gồm hai tờ giấy thi? (Tất cả các thí sinh đều nộp bài thi).

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - 9 = 0(1)$  (m là tham số)

- Giải phương trình (1) khi  $m = -2$
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2(x_1 + x_2) = 12$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho  $\Delta ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn (O), vẽ đường kính AD. Đường thẳng đi qua B vuông góc với AD tại E và cắt AC tại F. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC và M là trung điểm của BC.

- Chứng minh CDEF là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh  $\angle MHC + \angle BAD = 90^\circ$
- Chứng minh  $\frac{HC}{HF} + 1 = \frac{BC}{HE}$

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số thực a,b,c thỏa mãn  $0 \leq a,b,c \leq 1$  và  $a + b + c \geq 2$ . Chứng minh rằng:

$$ab(a+1) + bc(b+1) + ca(c+1) \geq 2.$$

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT TỈNH NGHỆ AN**  
**NĂM HỌC 2016 – 2017**  
**Môn thi: TOÁN**

**Câu 1: (2,5 điểm)**

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) (\sqrt{x}-3)$$

a) Điều kiện  $x \geq 0, x \neq 9$

$$P = \left[ \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right] (\sqrt{x}-3)$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1 - (\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot (\sqrt{x}-3)$$

$$= \frac{4}{\sqrt{x}+3}$$

b) Để  $P \leq 1$  thì

$$\frac{4}{\sqrt{x}+3} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+3} - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 - (\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \leq 0$$

$$\text{Do } \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có  $x \geq 1, x \neq 9$

**Câu 2 (1,5 điểm)**

Gọi số thí sinh làm bài chỉ gồm 1 tờ giấy thi là  $x$  (thí sinh) ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 24$ )

Số học sinh làm bài gồm 2 tờ giấy thi là  $y$  (thí sinh) ( $y \in \mathbb{N}^*, y < 24$ )

1 phòng có 24 thí sinh dự thi do đó ta có:  $x + y = 24$  (1)

Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi nên ta có phương trình:  $x + 2y = 33$  (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ } \begin{cases} x + y = 24 \\ x + 2y = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy số học sinh làm 1 tờ và 2 tờ giấy thi lần lượt là 15 và 9 học sinh.

**Câu 3 (2,0 điểm)**

$$x^2 - 2mx + m^2 - 9 = 0 \text{ (1)}$$

a) Khi  $m = -2$  ta có (1) trở thành:  $x^2 + 4x - 5 = 0$

Ta có  $a + b + c = 1 + 4 - 5 = 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có 2 nghiệm phân biệt là  $x = 1$  và  $x = -5$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$\Leftrightarrow (-m)^2 - (m^2 - 9) > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m^2 + 9 > 0$

$\Leftrightarrow 9 > 0$  (luôn đúng)

$\Rightarrow \forall m$  thì pt (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình (1) ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 9 \end{cases}$$

Theo đề ra ta có:

$$x_1^2 + x_2(x_1 + x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = 12 (*)$$

Thay hệ thức Viet vào (\*) ta được:

$$(2m)^2 - (m^2 - 9) = 12$$

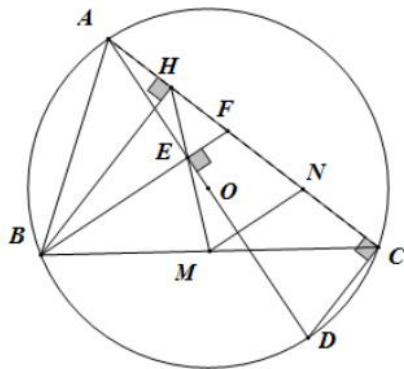
$$\Leftrightarrow 3m^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy  $m = 1$  hoặc  $m = -1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

#### Câu 4



a) Có  $\angle ACD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vì  $BE \perp AD$  nên  $\angle FED = 90^\circ \Rightarrow \angle FED + \angle FCD = 180^\circ$

Suy ra tứ giác CDEF là tứ giác nội tiếp

b) Vì M là trung điểm cạnh huyền BC của tam giác vuông BHC nên  $MH = MC = MB \Rightarrow \triangle MHC$  cân tại M  $\Rightarrow \angle MHC = \angle MCH$

Vì ABDC là tứ giác nội tiếp nên  $\angle BAD = \angle BCD \Rightarrow \angle BAD + \angle MHC = \angle BCD + \angle MCH = \angle DCH = 90^\circ$

c) Vì  $BE \perp AE$ ,  $BH \perp AH$  nên  $\angle BEA = \angle BHA = 90^\circ \Rightarrow$  ABEH là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow \angle BAE = \angle BHE$ . Mà theo ý b ta có  $\angle BAE = 90^\circ - \angle MHC = \angle BHM \Rightarrow \angle BHE = \angle BHM$

Suy ra H, E, M thẳng hàng

Gọi N là trung điểm FC. Vì  $MN \parallel BF$  nên

$$\frac{BC}{HE} = \frac{2HM}{HE} = \frac{2HN}{HF} = \frac{2(HF + FN)}{HF} = \frac{2HF + FC}{HF} = \frac{HF + HC}{HF} = 1 + \frac{HC}{HF} \text{ (đpcm)}$$

#### Câu 5

Vì

$$0 \leq a, b, c \leq 1$$

$$\Rightarrow (1-a)(1-b) \geq 0$$

$$\Rightarrow 1-a-b+ab \geq 0$$

$$\Rightarrow ab \geq a+b-1 = (a+b+c) - (c+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow ab(a+1) = a \cdot ab + ab \geq a(a+b-1) + ab = a^2 + 2ab - a$$

Tương tự ta có

$$bc(b+1) \geq b^2 + 2bc - b$$

$$ca(c+1) \geq c^2 + 2ca - c$$

Cộng lại ta được:

$$ab(a+1) + bc(b+1) + ca(c+1) \geq a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) - (a+b+c)$$

$$= (a+b+c)^2 - (a+b+c) = (a+b+c-1)(a+b+c) \geq 1 \cdot 2 = 2$$

$\Rightarrow$  đpcm

**Đề số 92. Sở GD và ĐT Quảng Ninh. Năm học: 2016-2017**

**Câu I. (2,5 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức:

a)  $A = \sqrt{12} - \sqrt{3}$

b)  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

2. Giải phương trình:  $x^2 - x - 2 = 0$ .

**Câu II. (1,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

2. Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d_1): mx + y = 1$  và  $(d_2): x - my = m + 6$  cắt nhau tại một điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $(d): x + 2y = 8$ .

**Câu III. (2,0 điểm)**

*Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch, một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải làm bao nhiêu sản phẩm ?

**Câu IV. (3,5 điểm)**

Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ , trên nửa đường tròn lấy điểm  $C$  ( $C$  không trùng với  $A, B$ ). Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên đường thẳng  $AB$ . Trên cung  $CB$  lấy điểm  $D$  ( $D$  khác  $C, B$ ), Hai đường thẳng  $AD$  và  $CH$  cắt nhau tại  $E$ .

a) Chứng minh tứ giác  $BDEH$  nội tiếp

b) Chứng minh  $AC^2 = AE \cdot AD$

c) Gọi  $(O')$  là đường tròn đi qua  $D$  và tiếp xúc với  $AB$  tại  $B$ . Đường tròn  $(O')$  cắt  $CB$  tại  $F$  khác  $B$ . Chứng minh  $EF \parallel AB$ .

**Câu V. (0,5 điểm)**

Với  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $x + y + xy = 15$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = x^2 + y^2$ .

**ĐÁP ÁN KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10  
PHỔ THÔNG NĂM 2016 MÔN TOÁN TỈNH QUẢNG NINH**

**Câu I. (2,5 điểm)**

**1. Rút gọn biểu thức:**

$$a) A = \sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$b) B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - 2\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$B = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

**2. Giải phương trình:  $x^2 - x - 2 = 0$ .**

Ta có  $a-b+c = 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

**Câu II. (1,5 điểm)**

$$1. \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x + 2y = -3 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = -6 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(1; -2)$

**2. Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d_1): mx + y = 1$  và  $(d_2): x - my = m + 6$  cắt nhau tại một điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $(d): x + 2y = 8$ .**

Để hai đường thẳng  $(d_1), (d_2)$  cắt nhau thì  $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{-m} \Rightarrow m^2 \neq -1$  luôn T/M với mọi  $m$ .

$$(d): x + 2y = 8 \Rightarrow x = 8 - 2y \quad (1)$$

$$(d_1): mx + y = 1 \Rightarrow m = \frac{1-y}{x}$$

$$(d_2): x - my = m + 6 \Rightarrow m = \frac{x-6}{1+y} \quad (2)$$

$$\text{Do đó } \frac{1-y}{x} = \frac{x-6}{1+y} \Rightarrow 1-y^2 = x^2 - 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + y^2 - 1 = 0 \quad (3)$$

Thay (1) vào (3) ta được tung độ giao điểm M là nghiệm PT:

$$(8 - 2y)^2 - 6(8-2y) + y^2 = 1 \Leftrightarrow 5y^2 - 20y + 15 = 0$$

$$\Rightarrow y_1 = 1 \text{ hoặc } y_2 = 6$$

Với  $y_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 6$  thay (6; 1) vào (2) ta được  $m = 0$  (TMĐK)

Với  $y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$  thay (2; 3) vào (2) ta được  $m = -1$  (TMĐK)

Vậy với  $m = 0$  hoặc  $m = -1$  thì hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng  $(d)$

### Câu III. (2,0 điểm)

**Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:**

Theo kế hoạch, một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm phải làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy, người đó hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân phải làm bao nhiêu sản phẩm ?

Gọi  $x$  là số sản phẩm mỗi giờ mà người công nhân phải hoàn thành theo kế hoạch (sp/h,  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 84$ )

Theo bài ra ta có:

Số sản phẩm mỗi giờ mà người công nhân phải hoàn thành theo thực tế:  $x+2$  (sp/h)

Thời gian mà công nhân hoàn thành theo kế hoạch:  $\frac{84}{x}$  (h)

Thời gian mà công nhân hoàn thành theo thực tế:  $\frac{84}{x+2}$  (h)

Người công nhân đó hoàn thành công việc sớm hơn định 1h nên ta có phương trình:

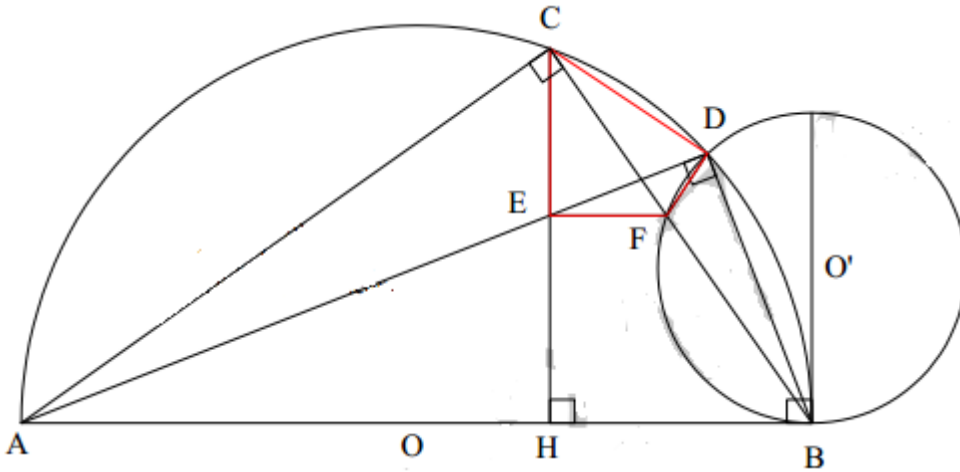
$$\frac{84}{x} - \frac{84}{x+2} = 1$$

Giải phương trình ta được:  $x_1 = 12$  (TMĐK) ;  $x_2 = -14$  (KTMDK)

Vậy theo kế hoạch mỗi giờ người công nhân phải làm 12 sản phẩm.

### Câu IV. (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, trên nửa đường tròn lấy điểm C (C không trùng với A, B). Gọi H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB. Trên cung CB lấy điểm D (D khác C, B), Hai đường thẳng AD và CH cắt nhau tại E.



a) Chứng minh tứ giác BDEH nội tiếp

Xét (O) ta có:  $\angle ABD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay  $\angle EDB = 90^\circ$

GT  $\Rightarrow \angle CHB = 90^\circ$  hay  $\angle EHB = 90^\circ$

Xét tứ giác BDEH có  $\angle EDB + \angle EHB = 180^\circ$

mà  $\angle EDB, \angle EHB$  hai góc đối

$\Rightarrow$  tứ giác BDEH nội tiếp (đpcm).

b) Chứng minh  $AC^2 = AE \cdot AD$

Xét  $\triangle AEH$  và  $\triangle ABD$  có:

A chung

$$\angle AHE = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ABD (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow AE \cdot AD = AH \cdot AB \quad (1)$$

$\angle ACB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét  $\triangle$  vuông AEH có CH là đường cao

$$\text{Ta có : } AC^2 = AH \cdot AB \text{ (hệ thức lượng trong } \triangle \text{ vuông)} \quad (2)$$



$$(1), (2) \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AD \text{ (đpcm)}$$

c) Gọi  $(O')$  là đường tròn đi qua D và tiếp xúc với AB tại B. Đường tròn  $(O')$  cắt CB tại F khác B. Chứng minh  $EF \parallel AB$ .

Ta có:  $\angle ABC = \angle BDF$  (hệ quả góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

$$\angle BDF + \angle FDA = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC + \angle FDA = 90^\circ$$

Mặt khác  $\angle ABC = \angle ACH$  (vì cùng phụ với góc HCB)

$$\Rightarrow \angle ACH + \angle FDA = 90^\circ$$

Lại có  $\angle ACH + \angle HCB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle HCB = \angle FDA \text{ hay } \angle ECF = \angle FDE$$

Xét tứ giác ECDF có  $\angle ECF = \angle FDE$

mà C, D là hai đỉnh liên tiếp

$\Rightarrow$  tứ giác ECDF nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$$\angle DEF = \angle DCF \text{ hay } \angle DEF = \angle DCB \text{ (góc nội tiếp do cùng chắn cung FD)}$$

mà  $\angle DCB = \angle DAB$  (góc nội tiếp cùng chắn cung DB)

$$\Rightarrow \angle DEF = \angle DAB$$

Hai góc ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow EF \parallel AB$  (đpcm)

**Câu V. (0,5 điểm)**

Với  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $x + y + xy = 15$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2.$$

Vì  $x, y$  là những số thực dương nên theo BĐT Côsi ta có

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} \text{ dấu "=" xảy ra khi } x = y \text{ hay } x + x + x^2 = 15 \Rightarrow x = y = 3$$

$$\text{GT: } x + y + xy = 15 \Rightarrow xy = 15 - (x + y)$$

Do đó:

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ &= (x + y)^2 - 30 + 2(x + y) \\ &\geq (2\sqrt{xy})^2 - 30 + 2 \cdot 2\sqrt{xy} \end{aligned}$$

dấu “=” xảy ra khi  $x = y = 3$

$$P_{\min} = 4 \cdot 3^2 - 30 + 4 \cdot 3 = 18 \text{ tại } x = y = 3$$

Đáp án chỉ nêu sơ lược cánh giải

Các bạn phải trình bày chi tiết mới được điểm tối đa

**Đề số 93. Sở GD và ĐT Thanh Hóa. Năm học: 2016-2017**

**Câu I (2,0 điểm)**

1) Giải các phương trình sau:

a)  $x - 5 = 0$

b)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

**Câu II (2,0 điểm)**

Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$  (với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ )

1) Rút gọn biểu thức A

2) Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên.

**Câu III (2,0 điểm)**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = mx + 1$  và parabol (P):  $y = 2x^2$ .

1) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;3)

2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A(x<sub>1</sub>; y<sub>1</sub>), B(x<sub>2</sub>; y<sub>2</sub>). Hãy tính giá trị của biểu thức  $T = x_1x_2 + x_2y_2$

**Câu IV (3,0 điểm)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho  $EF \perp AD$ . Đường thẳng CF cắt đường tròn đường kính AD tại điểm thứ hai là M. Gọi N là giao điểm của BD và CF. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác CEFD nội tiếp đường tròn.

2) FA là đường phân giác của góc BFM.

3)  $BD \cdot NE = BE \cdot ND$

**Câu V (1,0 điểm)**

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn:  $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$ . Chứng minh rằng:  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}$

—————Hết—————

## ĐÁP ÁN

### Câu I

1) a)  $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ . Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\{5\}$

b)  $x^2 - 4x + 3 = 0$ . Có  $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm  $x = 1, x = 3$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\{1;3\}$

$$2) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3.1 + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất (1;1)

### Câu II

1) Có

$$\begin{aligned} A &= \left[ \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \left( \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

$$2) A = \frac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

Vì  $x$  nguyên nên ta có  $A$  nguyên  $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1}$  nguyên  $\Leftrightarrow \sqrt{x}-1$  là ước của 2

Mặt khác  $x > 0, x \neq 1$  nên  $\sqrt{x}-1 > -1$ . Do đó:

$$\begin{cases} \sqrt{x}-1=1 \\ \sqrt{x}-1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=2 \\ \sqrt{x}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=9 \end{cases} (TM)$$

Vậy  $x = 4$  hoặc  $x = 9$  thỏa mãn đề bài.

### Câu III

1) Đường thẳng (d) đi qua điểm  $A(1;3) \Leftrightarrow 3 = m.1 + 1 \Leftrightarrow m = 2$ .

Vậy  $m = 2$

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$2x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - mx - 1 = 0(1)$$

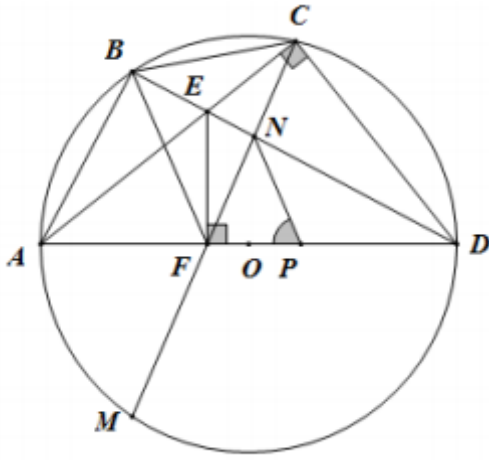
$$\Delta = m^2 - 4.2.(-1) = m^2 + 8$$

$$\text{Vì } m^2 \geq 0 \forall m \Leftrightarrow m^2 + 8 > 0 \forall m$$

Suy ra phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $\forall m \Rightarrow$  (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \forall m$  trong đó  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của (1) và  $y_1 = 2x_1^2; y_2 = 2x_2^2$

Theo định lý Viét ta có:  $x_1 x_2 = \frac{-1}{2} \Rightarrow T = x_1 x_2 + 2x_1^2 x_2^2 = \frac{1}{2}$

### Câu IV



a) Có góc  $ACD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), hay góc  $ECD = 90^\circ$

Mặt khác  $EF \perp AD$  nên góc  $EFD = 90^\circ$

Suy ra góc  $ECD +$  góc  $EFD = 180^\circ \Rightarrow CEFD$  là tứ giác nội tiếp

b) Vì  $CEFD$  là tứ giác nội tiếp (cmt) nên góc  $CFD =$  góc  $CED$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $CD$ ) (1)

Chứng minh tương tự có tứ giác  $ABEF$  nội tiếp  $\Rightarrow$  góc  $BFA =$  góc  $BEA$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BA$ ) (2)

Có góc  $BEA =$  góc  $CED$ ; góc  $AFM =$  góc  $CFD$  (đối đỉnh) (3)

Từ (1), (2), (3)  $\Rightarrow$  góc  $BFA =$  góc  $AFM \Rightarrow FA$  là phân giác góc  $BFM$ .

c) Vẽ  $NP \parallel BF$  ( $P \in AD$ )

Ta có góc  $NPF =$  góc  $BFA$  (đồng vị); góc  $BFA =$  góc  $NFP \Rightarrow$  góc  $NPF =$  góc  $NFP \Rightarrow \Delta NFP$  cân ở  $N. \Rightarrow NP = NF$

$$\text{Vì } NP \parallel BF \text{ nên } \frac{NP}{BF} = \frac{DN}{DB} \Rightarrow \frac{NF}{BF} = \frac{DN}{BD} \quad (4)$$

Vì góc  $BFA =$  góc  $NFP$  nên góc  $EFB =$  góc  $EFN$  (cùng phụ với 2 góc bằng nhau)

Suy ra  $FE$  là phân giác góc  $BFN$  của  $\Delta BFN$ . Theo định lý đường phân giác ta có  $\frac{NF}{BF} = \frac{NE}{BE}$  (5)

$$\text{Từ (4) và (5) } \Rightarrow \frac{DN}{DB} = \frac{NE}{BE} \Rightarrow BD \cdot NE = BE \cdot DN \text{ (đpcm)}$$

### Câu V

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số, ta có

$$(a+2b)^2 = (1 \cdot a + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}b)^2 \leq (1+2)(a^2 + 2b^2) \leq 3 \cdot 3c^2 = 9c^2 \Rightarrow a+2b \leq 3c$$

Với mọi  $x, y, z > 0$ , áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$(x+y+z) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 3 \cdot \sqrt[3]{xyz} \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$$

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} \geq \frac{9}{a+b+b} = \frac{9}{a+2b} \geq \frac{9}{3c} = \frac{3}{c} \text{ (đpcm)}$$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$ .

**Đề số 94. Sở GD và ĐT HCM. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1. (2 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a)  $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

b)  $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

d)  $x(x + 3) = 15 - (3x - 1)$

**Câu 2. (1,5 điểm)**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (D):  $y = \frac{x}{2} - 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

**Câu 3. (1,5 điểm)**

a) Thu gọn biểu thức  $A = \frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$

b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

**Câu 4. (1,5 điểm)**

Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình (1) thỏa mãn

$$(1 + x_1)(2 - x_2) + (1 + x_2)(2 - x_1) = x_1^2 + x_2^2 + 2$$

**Câu 5. (3,5 điểm)**

Cho  $\Delta ABC$  ( $AB < AC$ ) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BD và CE; F là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh  $AF \perp BC$  và góc  $AFD =$  góc  $ACE$

b) Gọi M là trung điểm của AH. Chứng minh  $MD \perp OD$  và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh  $MD^2 = MK \cdot MF$  và K là trực tâm của  $\Delta MBC$

d) Chứng minh  $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1.(2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

$$a) x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{ \sqrt{5} \}$

$$b) 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$$

Đặt  $x^2 = t$  ( $t \geq 0$ )

Khi đó phương trình trở thành:  $4t^2 - 5t - 9 = 0$  (\*)

Ta có:  $a - b + c = 4 - (-5) - 9 = 0$

Nên ta có phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt là:  $t = -1$  (loại) và  $t = \frac{9}{4}$  (thỏa mãn điều kiện)

Với  $t = \frac{9}{4}$  ta có:  $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là:  $S = \{ \frac{-3}{2}; \frac{3}{2} \}$

$$c) \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = -3 \\ 6x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19y = -19 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; -1)$ .

d)

$$x(x+3) = 15 - (3x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\Delta' = 9 + 16 = 25 > 0$$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là:  $x = -8$ ;  $x = 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{-8; 2\}$

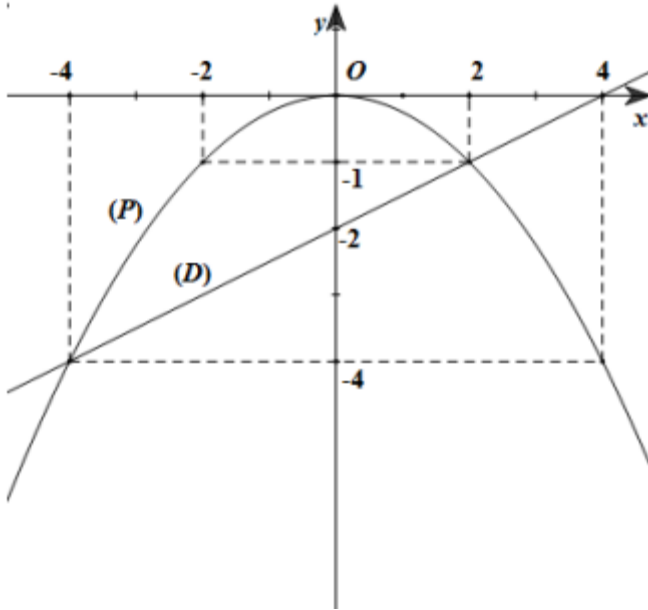
### Câu 2.(1,5 điểm).

a) Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{-x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y = \frac{x}{2} - 2$			-2		0

Đồ thị



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính  
 Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt:  $x_1=2$ ;  $x_2=-4$

Với  $x_1=2$  ta có  $y_1=-1$ , A(2;-1)

Với  $x_2=-4$  ta có  $y_2=-4$ , B(-4;-4)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2;-1) ; B(-4;-4)

### Câu 3 (1,5 điểm)

$$\begin{aligned} a) A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3+2\cdot 1\cdot\sqrt{3}+1}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3-2\cdot 1\cdot\sqrt{3}+1}} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+1} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(4-4\sqrt{3}+3)+(3+4\sqrt{3}+3)}{4-1} \\ &= \frac{14}{1} \\ &= 14 \end{aligned}$$

b) Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x (đồng,  $x > 0$ ).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là:  $0,06x$  (đồng).



Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là:  $x + 0,06x = 1,06x$  (đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là:  $1,06x \cdot 0,06 = 0,0636x$  (đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là:  $1,06x + 0,0636x = 1,1236x$  (đồng).

Mặt khác:  $1,1236x = 112360000$  nên  $x = 100000000$  (đồng) hay 100 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 100 triệu đồng.

#### Câu 4 (1,5 điểm)

a) Ta có:

$$\begin{aligned}\Delta &= (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-2) \\ &= 4m^2 - 4m + 8 \\ &= (2m-1)^2 + 7 \geq 7 > 0 \forall m\end{aligned}$$

$\Rightarrow$  (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m.

b) Theo định lý Viet ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}(1+x_1)(2-x_2) + (1-x_2)(2-x_1) &= 2 + 2x_1 - x_2 - x_1x_2 + 2 + 2x_2 - x_1 - x_1x_2 \\ &= 4 + x_1 + x_2 - 2x_1x_2 \\ &= 4 + 2m - 2(m-2) = 8\end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 + 2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2 = (2m)^2 - 2(m-2) + 2 \\ &= 4m^2 - 2m + 6\end{aligned}$$

Do vậy:

$$4m^2 - 2m + 6 = 8$$

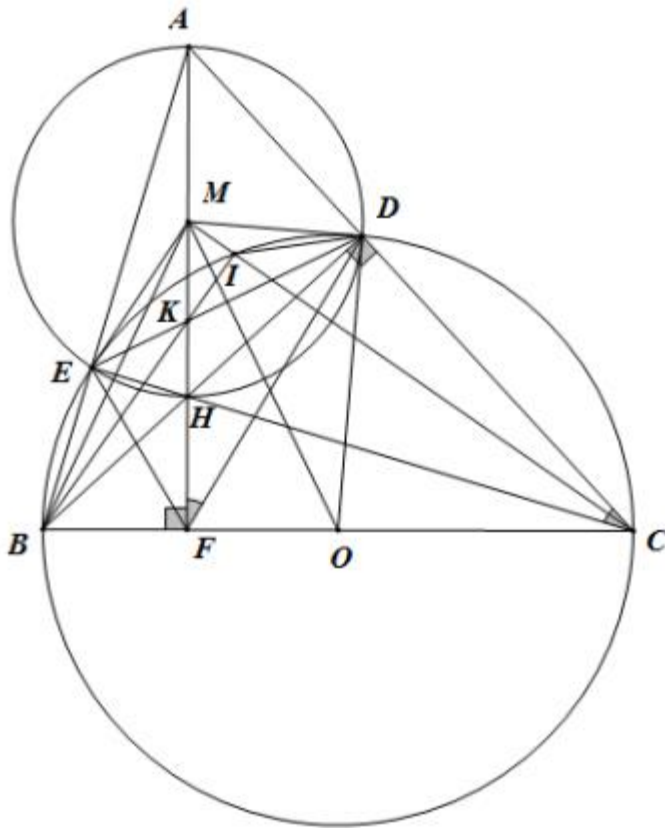
$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(2m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị của m thỏa mãn là:  $m = 1$ ;  $m = -\frac{1}{2}$

#### Câu 5 (3,5 điểm)



a) Ta có góc  $BEC =$  góc  $BDC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  
 Suy ra  $BD \perp AC$  và  $CE \perp AB$ . Mà  $BD$  cắt  $CE$  tại  $H$  nên  $H$  là trực tâm  $\Delta ABC$ .  
 Suy ra  $AH \perp BC$

Vì  $AH \perp BC$ ,  $BD \perp AC$  nên góc  $HFC =$  góc  $HDC = 90^\circ$

Suy ra góc  $HFC +$  góc  $HDC = 180^\circ$

Suy ra  $HFCD$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$  góc  $HFD =$  góc  $HCD$

b) Vì  $M$  là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông  $ADH$  nên  $MD = MA = MH$   
 Tương tự ta có  $ME = MA = MH$   
 Suy ra  $MD = ME$

Mà  $OD = OE$  nên  $\Delta OEM = \Delta ODM$  (c.c.c)  $\Rightarrow$  góc  $MOE =$  góc  $MOD = \frac{1}{2}$  góc  $EOD$  (1)

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung, ta có góc  $ECD = \frac{1}{2}$  góc  $EOD$  (2)

Theo ý a) ta có góc  $HFD =$  góc  $HCD =$  góc  $ECD$  (3)

Từ (1), (2), (3)  $\Rightarrow$  góc  $MOD =$  góc  $HFD$  hay góc  $MOD =$  góc  $MFD$

Suy ra tứ giác  $MFOD$  là tứ giác nội tiếp (4)

$\Rightarrow$  góc  $MDO = 180^\circ -$  góc  $MFO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp DO$

Chứng minh tương tự ta có  $MEFO$  là tứ giác nội tiếp (5)

Từ (4) và (5) suy ra 5 điểm  $M, E, F, O, D$  cùng thuộc 1 đường tròn.

c) Gọi  $I$  là giao điểm thứ hai của  $MC$  với đường tròn ( $O$ )  
 Ta có góc  $MDE =$  góc  $DCE$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung  $DE$ ) hay  
 góc  $MDK =$  góc  $HCD$

Mà góc  $HCD =$  góc  $HFD$  (cmt)  $\Rightarrow$  góc  $MDK =$  góc  $HFD$  hay góc  $MDK =$  góc  $MFD$

$\Rightarrow$  tam giác  $MDK$  đồng dạng với tam giác  $MFD$  (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK.MF$$

Ta có góc MDI = góc MCD (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DI)  
 $\Rightarrow$  tam giác MDI đồng dạng với tam giác MCD (g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MD} \Rightarrow MD^2 = MI.MC$$

$$\Rightarrow MI.MC = MK.MF = MD^2 \Rightarrow \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

Xét  $\Delta$  MKI và  $\Delta$  MCF có

KMI chung

$$\frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

$\Rightarrow$  tam giác MKI đồng dạng với tam giác MCF (c-g-c)

$\Rightarrow$  góc MIK = góc MFC =  $90^\circ \Rightarrow KI \perp MC$

Mà góc BIC =  $90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên  $BI \perp MC$

Suy ra B, K, I thẳng hàng  $\Rightarrow BK \perp MC$

Mà  $MK \perp BC$  nên K là trực tâm  $\Delta$  MBC.

d) Vì  $MA = MH$  nên

$$FA.FH = (FM + MA)(FM - MH) = (FM + MA)(FM - MA) = FM^2 - MA^2$$

Vì  $MD^2 = MK.MF$  (cmt) nên  $FK.FM = (FM - MK)FM = FM^2 - MK.MF = FM^2 - MD^2$

Mà  $MD = MA \Rightarrow FA.FH = FK.FM$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{2FM}{FA.FH} = \frac{(FM+MA)(FM-MH)}{FA.FH} = \frac{FA+FH}{FA.FH} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FH} \text{ (đpcm)}$$

**Đề số 95. Sở GD và ĐT Yên Bái. Năm học: 2016-2017**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính. Tính giá trị của biểu thức:  $A = 2015 + \sqrt{36} - \sqrt{25}$

b) Rút gọn biểu thức:  $P = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right)$ , với  $a \geq 0$ ;  $a \neq 1$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Cho đường thẳng (d) có phương trình  $y = x + 2$  và parabol (P) có phương trình  $y = x^2$ .

a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

b) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B.

**Câu 3.** (3,0 điểm)

a) Giải phương trình:  $5x + 6 = 3x$

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$$

c) Tìm m để phương trình:  $x^2 - 2(m + 3)x + m^2 + 4m - 7 = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường trên quãng đường dài 8km bằng xe máy điện với vận tốc không đổi. Hôm nay, vẫn trên đoạn đường đó, 2km đầu bạn An đi với vận tốc như mọi khi, sau đó vì xe non hơi nên bạn đã dừng lại 1 phút để bơm. Để đến trường đúng giờ như mọi ngày, bạn An phải tăng vận tốc lên thêm 4km/h. Tính vận tốc xe máy điện của bạn An khi tăng tốc. Với vận tốc đó bạn An có vi phạm luật giao thông hay không? Tại sao? Biết rằng đoạn đường bạn An đi là trong khu vực đông dân cư.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

**1.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là giao điểm hai đường cao BD và CE của tam giác ABC ( $D \in AC$ ,  $E \in AB$ )

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp trong một đường tròn.

b) Đường thẳng AO cắt ED và BD lần lượt tại K và M. Chứng minh  $AK \cdot AM = AD^2$

c) Chứng minh  $\angle BAH = \angle OAC$

**2.** Từ những miếng tôn phẳng hình chữ nhật có chiều dài 1,5 dm và chiều rộng 1,4 dm. Người ta tạo nên mặt xung quanh của những chiếc hộp hình trụ. Trong hai cách làm, hỏi cách nào thì được chiếc hộp có thể tích lớn hơn.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho 2 số dương a, b thỏa mãn  $(a + b)(a + b - 1) = a^2 + b^2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}$$

## ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1. (1,5 điểm)

a) Không sử dụng máy tính. Tính giá trị của biểu thức:  $A = 2015 + \sqrt{36} - \sqrt{25}$

Có  $A = 2015 + \sqrt{36} - \sqrt{25} = 2015 + 6 - 5 = 2016$

b) Rút gọn biểu thức:  $P = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right)$ , với  $a \geq 0$ ;  $a \neq 1$

Với  $a \geq 0$ ,  $a \neq 1$  ta có

$$P = \left[1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right] \left[1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{1 - \sqrt{a}}\right] = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - (\sqrt{a})^2 = 1 - a$$

### Câu 2. (1,0 điểm)

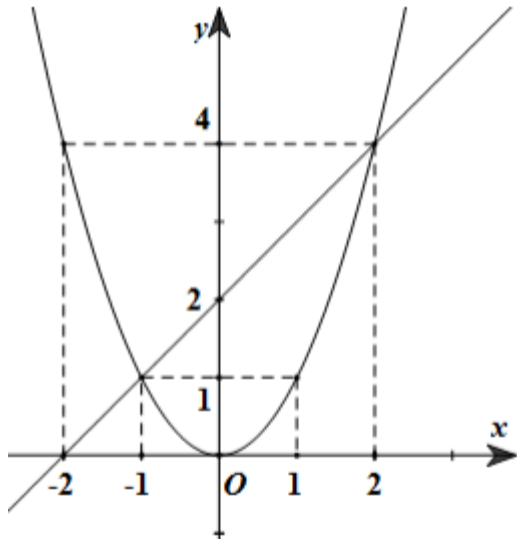
Cho đường thẳng (d) có phương trình  $y = x + 2$  và parabol (P) có phương trình  $y = x^2$ .

a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x + 2$	0		2		
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -1$$

Với  $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(2;4)$  (vì B có hoành độ dương)

Với  $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1;1)$  (vì A có hoành độ âm)

Vậy  $A(-1;1)$ ,  $B(2;4)$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

a) Giải phương trình:  $5x + 6 = 3x$

a)  $5x + 6 = 3x \Leftrightarrow 5x - 3x = -6 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$ . Vậy tập nghiệm của phương trình là  $\{-3\}$

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4x = 20 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 6 \end{cases} \text{ . Hệ có nghiệm duy nhất } (5;6)$$

c) Tìm m để phương trình:  $x^2 - 2(m + 3)x + m^2 + 4m - 7 = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = (m + 3)^2 - (m^2 + 4m - 7) > 0$

$$\Leftrightarrow 2m + 16 > 0 \Leftrightarrow m > -8$$

Vậy  $m > -8$  là điều kiện cần tìm.

d) Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà đến trường trên quãng đường dài 8km bằng xe máy điện với vận tốc không đổi. Hôm nay, vẫn trên đoạn đường đó, 2km đầu bạn An đi với vận tốc như mọi khi, sau đó vì xe non hơi nên bạn đã dừng lại 1 phút để bơm. Để đến trường đúng giờ như mọi ngày, bạn An phải tăng vận tốc lên thêm 4km/h. Tính vận tốc xe máy điện của bạn An khi tăng tốc. Với vận tốc đó bạn An có vi phạm luật giao thông hay không? Tại sao? Biết rằng đoạn đường bạn An đi là trong khu vực đông dân cư.

Gọi vận tốc xe máy điện của An bình thường là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ )

Vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là  $x + 4$  (km/h)

Thời gian An đi từ nhà đến trường bình thường là  $\frac{8}{x}$  (h)

Đổi 1 phút =  $\frac{1}{60}$  h. Thời gian An đi từ nhà đến trường ngày hôm nay là  $\frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4}$  (h)

$$\text{Ta có: } \frac{8}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{60} + \frac{6}{x+4} \Leftrightarrow \frac{6}{x} - \frac{6}{x+4} = \frac{1}{60} \Leftrightarrow \frac{24}{x(x+4)} = \frac{1}{60}$$

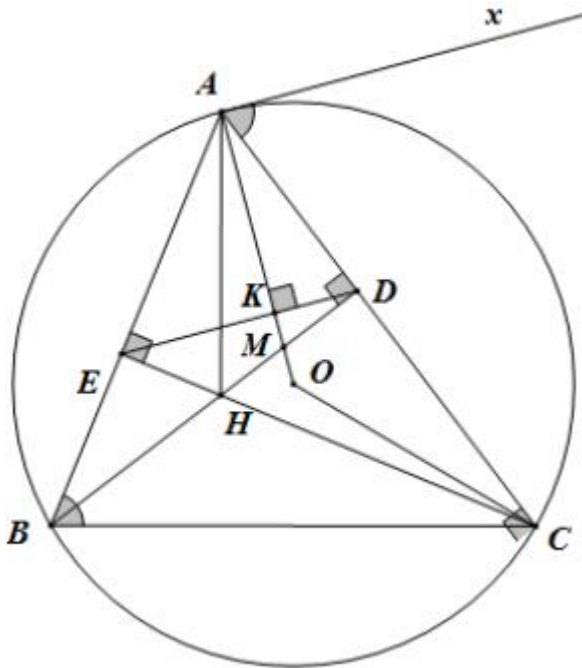
$$\Leftrightarrow x(x+4) = 1440 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow x = -40 \text{ (loại) hoặc } x = 36 \text{ (tm)}$$

Vậy vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là  $36 + 4 = 40$  (km/h)

Vận tốc này không vi phạm luật giao thông vì trong khu vực đông dân cư, vận tốc tối đa của xe máy điện là 40 km/h

#### **Câu 4. (3,5 điểm)**

**1.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là giao điểm hai đường cao BD và CE của tam giác ABC ( $D \in AC$ ,  $E \in AB$ )



a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp trong một đường tròn.

Vì  $HE \perp AB$ ,  $HD \perp AC$  nên  $\angle HEA = \angle HAD = 90^\circ \Rightarrow \angle HEA + \angle HAD = 180^\circ$   
Suy ra ADHE là tứ giác nội tiếp

b) Đường thẳng AO cắt ED và BD lần lượt tại K và M. Chứng minh  $AK \cdot AM = AD^2$

Trong nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B, vẽ tia tiếp tuyến Ax với đường tròn (O)

Có  $\angle CAx = \angle CBA$ . Vì  $\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$  nên BEDC là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow \angle CBA = \angle ADE$

$\Rightarrow \angle CAx = \angle ADE \Rightarrow Ax \parallel DE$ , mà  $Ax \perp OA$  nên  $OA \perp DE$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADM, ta có  $AK \cdot AM = AD^2$

c) Chứng minh  $\angle BAH = \angle OAC$

Có  $\angle KDM = \angle KAD (=90^\circ - \angle KDA)$ . (1)

Vì ADHE là tứ giác nội tiếp nên  $\angle KDM = \angle EAH$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle OAC = \angle BAH$

2. Từ những miếng tôn phẳng hình chữ nhật có chiều dài 1,5 dm và chiều rộng 1,4 dm. Người ta tạo nên mặt xung quanh của những chiếc hộp hình trụ. Trong hai cách làm, hỏi cách nào thì được chiếc hộp có thể tích lớn hơn.

Cách 1: Chu vi đáy hình trụ là 1,5 dm, chiều cao hình trụ là  $h_1 = 1,4$  dm.

Hình trụ này có bán kính đáy  $r_1 = \frac{1,5}{2\pi} = \frac{3}{4\pi}$  (dm), diện tích đáy



$$S_1 = \pi r_1^2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{4\pi}\right)^2 = \frac{9}{16\pi} (dm^2)$$

$$\text{thể tích } V_1 = S_1 h_1 = \frac{9}{16\pi} \cdot 1,4 = \frac{63}{80\pi} (dm^3)$$

Cách 2: Chu vi đáy hình trụ là 1,4 dm, chiều cao hình trụ là  $h_2 = 1,5$  dm.

Hình trụ này có

$$r_2 = \frac{1,4}{2\pi} = \frac{7}{10\pi} (dm); S_2 = \pi r_2^2 = \pi \cdot \left(\frac{7}{10\pi}\right)^2 = \frac{49}{100\pi} (dm^2); V_2 = S_2 h_2 = \frac{49}{100\pi} \cdot 1,5 = \frac{147}{200\pi} (dm^3)$$

Ta có  $V_1 > V_2$  nên cách 1 sẽ cho hình trụ có thể tích lớn hơn.

### Câu 5. (1,0 điểm)

Cho 2 số dương  $a, b$  thỏa mãn  $(a+b)(a+b-1) = a^2 + b^2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}$$

Từ điều kiện đề bài suy ra  $(a+b)^2 - (a+b) = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2ab - (a+b) = 0 \Leftrightarrow a+b = 2ab$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:  $a+b = 2ab \leq \frac{(a+b)^2}{2} \Rightarrow (a+b)^2 \geq 2(a+b) \Rightarrow a+b \geq 2$

$$a^4 + b^2 \geq 2\sqrt{a^4 \cdot b^2} = 2a^2b; b^4 + a^2 \geq 2b^2a$$

$$\Rightarrow Q \leq \frac{1}{2a^2b + 2ab^2} + \frac{1}{2b^2a + 2ba^2} = \frac{2}{2ab(a+b)} = \frac{1}{ab(a+b)}$$

$$\text{Vì } a+b \geq 2; ab = \frac{a+b}{2} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{ab(a+b)} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow Q \leq \frac{1}{2}$$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = 1$

Vậy GTLN của Q là  $\frac{1}{2}$

