

Hệ thống kiến thức cần ghi nhớ môn Toán lớp 4 -5

Số tự nhiên

1. Để viết các số tự nhiên, người ta dùng mười kí hiệu (chữ số) là : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
2. Các chữ số đều nhỏ hơn 10.
3. Số 0 là số tự nhiên nhỏ nhất (nằm ở gốc tia số).
4. Không có số tự nhiên lớn nhất.
5. Các số lẻ có chữ số hàng đơn vị là : 1, 3, 5, 7, 9.
4. Các số chẵn có chữ số hàng đơn vị là : 0, 2, 4, 6, 8.
7. Hai số tự nhiên liên tiếp (liền nhau) hơn (hoặc kém) nhau 1 đơn vị.
8. Hai số lẻ liên tiếp hơn (hoặc kém) 2 đơn vị.
9. Hai số chẵn liên tiếp hơn (hoặc kém) 2 đơn vị.
10. Có mười số có một chữ số là : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
11. Có 90 số có hai chữ số là các số từ 10 đến 99.
12. Có 900 số có ba chữ số là các số từ 100 đến 999.
13. Có 9000 số có bốn chữ số là các số từ 1000 đến 9999.

.....

14. Có 900 000 000 có chín chữ số là các số từ 100 000 000 đến 999 999 999.

15. Các số nhỏ nhất có : hai, ba, bốn, ... chín chữ số là 10, 100, 1000, 100 000 000.

16. Các số lớn nhất có : hai, ba, bốn, ... chín chữ số là : 99, 999, 9 999, 999 999 999.

17. Trong dãy số tự nhiên liên tiếp, cứ một số chẵn lại đến một số lẻ rồi lại đến một số chẵn... Vì vậy, nếu :

a. Dãy số bắt đầu từ số lẻ và kết thúc là số chẵn thì số lượng các số lẻ bằng số lượng các số chẵn.

- Dãy số bắt đầu từ số chẵn và kết thúc là số lẻ thì số lượng các số chẵn bằng số lượng các số lẻ.

b. Nếu dãy số bắt đầu từ số lẻ và kết thúc là số lẻ thì số lượng các số lẻ nhiều hơn số lượng các số chẵn 1 số.

- Nếu dãy số bắt đầu từ số chẵn và kết thúc là số chẵn thì số lượng các số chẵn nhiều hơn số lượng các số lẻ 1 số.

18. a) Trong một dãy số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ số 1 thì số lượng các số trong dãy số chính bằng giá trị số cuối cùng của dãy số ấy.

Chẳng hạn dãy số : 1, 2, 3, 4, ... 7 892 653 có 7 892 653 số tự nhiên.

b) Trong dãy số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ số lớn hơn 1 thì số lượng các số trong dãy số bằng hiệu giữa số cuối cùng với số đầu tiên của dãy số cộng với 1 (hoặc bằng hiệu giữa số cuối cùng với số liền trước số đầu tiên).

VD : Dãy số tự nhiên liên tiếp từ 15 đến 75 có số lượng số tự nhiên là :

$$75 - 15 + 1 = 61 \text{ số (hoặc } 75 - 14 = 61 \text{ số)}$$

Chú ý : Cụm từ : “Số lượng các số” đôi khi người ta nói ngắn gọn là : “Số các số”.

19. Có thể dùng các chữ cái để viết các số tự nhiên.

VD : Để biểu thị cho một số có ba chữ số nào đó người ta viết số đó là abc và đọc là a trăm, b chục, c đơn vị, trong đó b, c thay cho các chữ số từ 0 đến 9, riêng a từ 1 đến 9. Số này phân tích như sau :

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c \text{ hoặc } \overline{abc} = a00 + b0 + c$$

Các phép tính với số tự nhiên

Phép cộng:

1. Nếu ta thêm hay bớt bao nhiêu đơn vị ở một số hạng thì tổng cũng tăng thêm hay bớt đi bấy nhiêu đơn vị.

$$(a - n) + (b - n) = a + b - n \times 2$$

$$(a + n) + (b + n) = (a + b) + n \times 2$$

2. Trong một tổng gồm hai số hạng, nếu ta thêm vào số hạng này bao nhiêu đơn vị và bớt ở số hạng kia bấy nhiêu đơn vị thì tổng không thay đổi.

$$(a + n) + (b - n) = a + b$$

3. Tổng không đổi nếu ta đổi chỗ các số hạng. ($a + b = b + a$)

4. Khi cộng một tổng hai số với số thứ ba ta có thể lấy số thứ nhất cộng với tổng của số thứ hai và số thứ ba. $(a+b) + c = a + (b + c)$

5. Muốn cộng một số với một hiệu, ta cộng số đó với số bị trừ rồi trừ đi số trừ.

Vận dụng để tính nhẩm :

$$127 + 68 = 127 + (70 - 2) = 127 + 70 - 2 = 197 - 2 = 195$$

6. Tổng của hai số có một chữ số nếu bằng một số có hai chữ số thì chữ số hàng chục của tổng là 1. VD : $a + b = cd$ thì $c = 1$ Vì $a < 10, b < 10$ nên $a + b < 10 + 10 \rightarrow a + b < 20$

7. Tổng của hai số có hai chữ số mà là số có 3 chữ số thì chữ số hàng trăm của tổng là 1.

$$\square * + * * = \overline{abc} \text{ thì } a = 1$$

8. Tổng của hai số chẵn là số chẵn VD : $4 + 6 = 10$ $12 + 16 = 28$

9. Tổng các số chẵn là số chẵn. VD : $4 + 6 + 8 = 18$

10. Tổng của hai số lẻ là số chẵn. VD : $7 + 5 = 12$

11. Tổng của một số chẵn các số lẻ là số chẵn

VD : $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$. Trong đó :
- Các số hạng đều là số lẻ;
- Số lượng số hạng là số chẵn (6 số);
- Tổng số là số chẵn (36)

10. Tổng của một số lẻ với một số chẵn là số lẻ. VD : $6 + 9 = 15$

11. Tổng của một số lẻ các số lẻ là số lẻ.

VD : $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$. Trong đó :
- Các số hạng đều là số lẻ;
- Số lượng số hạng là số lẻ (7 số);
- Tổng số là số lẻ (49)

12. Nếu một số hạng được gấp lên n lần, đồng thời các số hạng còn lại được giữ nguyên thì tổng đó được tăng lên một số đúng bằng $(n - 1)$ lần số hạng được gấp lên đó.

13. Nếu một số hạng bị giảm đi n lần, đồng thời các số hạng còn lại được giữ nguyên thì tổng đó bị giảm đi một số đúng bằng $(1 - \frac{1}{n})$ số hạng bị giảm đi đó.

Phép trừ

1. $a - (b + c) = (a - c) - b = (a - c) - b$

2. Khi cùng thêm (hoặc cùng bớt) ở cả số bị trừ và số trừ một số đơn vị như nhau thì hiệu không thay đổi. $(a + n) - (b + n) = a - b$ $(a - n) - (b - n) = a - b$

3. Hiệu của một số có hai chữ số với số có một chữ số mà là số có một chữ số thì hàng chục của số bị trừ phải bằng 1.

$$\overline{ab} - c = d \text{ thì } a = 1$$

Hiệu của một số có 3 chữ số với số có 2 chữ số mà là số có một chữ số thì hàng trăm của số bị trừ phải là , chữ số hàng chục của số trừ phải là 9.

$$\overline{abc} - \overline{de} = g \text{ thì } a = 1; d = 9.$$

4. Muốn trừ một số với một hiệu, ta cộng số đó với số trừ rồi trừ đi số bị trừ.

$$\text{VD : } 65 - (93 - 45) = 65 + 45 - 93$$

Vận dụng để tính nhẩm :

$$72 - 47 = 72 - (50 - 3) = 72 + 3 - 50 = 75 - 50 = 25$$

5. Hiệu của hai số chẵn là số chẵn. chẵn - chẵn = chẵn

6. Hiệu của hai số lẻ là số chẵn. lẻ - lẻ = chẵn

7. Hiệu của một số lẻ và số chẵn là số lẻ. lẻ - chẵn = lẻ chẵn - lẻ = lẻ

8. Nếu số bị trừ giữ nguyên, số trừ được gấp lên n lần thì hiệu bị giảm đi $(n - 1)$ lần số trừ. ($n > 1$).

9. Nếu số bị trừ được tăng thêm n đơn vị, số trừ giữ nguyên thì hiệu tăng lên n đơn vị.

10. Nếu số bị trừ tăng lên n đơn vị, số bị trừ giữ nguyên thì hiệu giảm đi n đơn vị.

Phép nhân

1. Khi đổi chỗ các thừa số trong một tích thì tích không thay đổi. $a \times b = b \times a$

2. Khi nhân một số với tích của số thứ hai và số thứ ba ta có thể lấy tích của số thứ nhất và số hai nhân với số thứ ba. $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

3. Khi nhân một số với một tổng, ta có thể nhân số đó với từng số hạng của tổng, rồi cộng kết quả với nhau. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

4. Khi nhân một số với một hiệu, ta có thể lần lượt nhân số với số bị trừ và số trừ, rồi trừ hai kết quả cho nhau. $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

5. Tích số gấp thừa số thứ nhất một số lần bằng thừa số thứ hai.

6. Tích số gấp thừa số thứ hai một số lần bằng thừa số thứ nhất.

$$\text{VD : } 2 \times 3 = 6 \text{ (6 gấp 2 ba lần, 6 gấp 3 hai lần).}$$

7. Lấy tích số chia cho thừa số thứ nhất thì kết quả bằng thừa số thứ hai. Lấy tích số chia cho thừa số thứ hai thì kết quả bằng thừa số thứ nhất.

8. Tích các số lẻ là số lẻ .

9. Tích một số lẻ với số chẵn là số chẵn.

10. Trong một tích, nếu có ít nhất một thừa số chẵn thì tích đó chẵn.

11. Tích một số có hàng đơn vị là 5 với số chẵn thì có hàng đơn vị là 0.

12. Tích một số có hàng đơn vị là 5 với số lẻ thì có hàng đơn vị là 5.

13. Trong một tích, nếu có ít nhất một thừa số tròn chục hoặc ít nhất một thừa số có tận cùng là 5 và có ít nhất một thừa số chẵn thì tích có tận cùng là 0.

14. Trong một tích các thừa số đều lẻ và có ít nhất một thừa số có tận cùng là 5 thì tích có tận cùng là 5.

15. Trong một tích nếu một thừa số được gấp lên n lần đồng thời có một thừa số khác bị giảm đi n lần thì tích không thay đổi.

16. Trong một tích có một thừa số được gấp lên n lần, các thừa số còn lại giữ nguyên thì tích được gấp lên n lần và ngược lại nếu trong một tích có một thừa số bị giảm đi n lần, các thừa số còn lại giữ nguyên thì tích cũng bị giảm đi n lần. ($n > 0$)

17. Trong một tích, nếu một thừa số được gấp lên n lần, đồng thời một thừa số được gấp lên m lần thì tích được gấp lên $(m \times n)$ lần. Ngược lại nếu trong một tích một thừa số bị giảm đi m lần, một thừa số bị giảm đi n lần thì tích bị giảm đi $(m \times n)$ lần. (m và n khác 0)

18. Trong một tích, nếu một thừa số được tăng thêm n đơn vị, thừa số còn lại giữ nguyên thì tích được tăng thêm n lần thừa số còn lại. Ngược lại nếu một thừa số được giảm đi n đơn vị, thừa số còn lại giữ nguyên thì tích được giảm đi n lần thừa số còn lại

$$a \times b = c$$

$$(a + n) \times b = c + n \times b$$

$$(a - n) \times b = c - n \times b$$

Phép chia

1. Thương của hai số lẻ là số lẻ.
2. Thương của một số chẵn với một số lẻ là số chẵn.
3. Số lẻ không chia hết cho số chẵn.
4. Khi chia một số cho một tích hai thừa số, ta có thể chia số đó cho một thừa số, rồi lấy kết quả tìm được chia tiếp cho thừa số kia.
VD : $24 : (3 \times 2) = 24 : 3 : 2 = 24 : 2 : 3$
5. Khi chia một tích hai thừa số cho một số, ta có thể lấy một thừa số chia cho số đó (nếu chia hết), rồi nhân kết quả với thừa số kia.
VD : $(9 \times 15) : 3 = 9 \times (15 : 3) = (9 : 3) \times 15$
6. Một tổng chia hết cho một số khi mọi số hạng của tổng đều chia hết cho số đó.
7. Một hiệu chia hết cho một số nếu số bị trừ và số trừ đều chia hết cho số đó.
8. Một tích chia hết cho một số nếu trong tích đó có ít nhất một thừa số chia hết cho số đó.
9. Số dư bao giờ cũng nhỏ hơn số chia.
10. Số dư lớn nhất kém số chia 1 đơn vị.
11. Số bị chia bằng thương nhân với số chia rồi cộng với dư. Nói cách khác số bị chia trừ đi số dư thì chia hết cho số chia và cũng chia hết cho thương.

Suy ra :

- Trong một phép chia có số dư là số dư lớn nhất thì nếu thêm một đơn vị vào thì số dư sẽ bằng số chia nên chia cho số chia được thêm một lần nữa. Khi đó phép chia là phép chia không dư, số thương tăng thêm 1 đơn vị nữa và số bị chia cũng tăng thêm 1 đơn vị.

- Trong phép chia, nếu ta cùng tăng (hoặc cùng giảm) số bị chia và số chia lên cùng một số lần thì thương số không thay đổi.

$$\text{VD : } 36 : 4 = 9 \quad (36 : 2) : (4 : 2) = 9$$

$$(36 \times 2) : (4 \times 2) = 9$$

- Trong phép chia, nếu ta cùng tăng (hoặc cùng giảm) số bị chia và số chia cùng một số lần thì thương số không thay đổi còn số dư cũng tăng lên (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.

$$\text{VD : } 38 : 5 = 7 \text{ dư } 3$$

$$(38 \times 2) : (5 \times 2) = 7 \text{ dư } 6 \text{ mà } 6 = 3 \times 2$$

- Trong phép chia không dư, nếu ta gấp (hoặc giảm) số bị chia bao nhiêu lần và giữ nguyên số chia thì số thương cũng gấp lên (hoặc giảm) đi bấy nhiêu lần.

$$\text{VD : } 18 : 6 = 3$$

$$(18 \times 3) : 6 = 9 \text{ mà } 9 : 3 = 3$$

- Trong phép chia không dư, nếu ta giữ nguyên số bị chia và gấp (hoặc giảm) số chia bao nhiêu lần mà số bị chia vẫn chia hết cho số chia mới thì thương sẽ giảm đi (hoặc tăng lên) bấy nhiêu lần.

$$\text{VD : } 24 : 4 = 6$$

$$24 : (6 \times 3) = 2 \text{ mà } 4 : 2 = 2$$

$$24 : (6 : 3) = 12 \quad \text{mà } 12 : 4 = 3$$

Dãy số

1. Một số quy luật của dãy số thường gặp:

- a) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 2) bằng số hạng đứng liền trước nó cộng hoặc trừ một số tự nhiên d .
- b) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 2) bằng số hạng đứng liền trước nó nhân hoặc chia một số tự nhiên q ($q > 1$).
- c) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 3) bằng tổng hai số hạng đứng liền trước nó.
- d) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 4) bằng tổng các số hạng đứng liền trước nó cộng với số tự nhiên d rồi cộng với số thứ tự của số hạng ấy.
- e) Mỗi số hạng đứng sau bằng số hạng đứng liền trước nó nhân với số thứ tự của số hạng ấy.
- f) Mỗi số hạng bằng số thứ tự của nó nhân với số thứ tự của số hạng đứng liền sau nó.

.....

2. Dãy số cách đều:

- a) Tính số lượng số hạng của dãy số cách đều:

$$\text{Số số hạng} = (\text{Số hạng cuối} - \text{Số hạng đầu}) : d + 1$$

(d là khoảng cách giữa 2 số hạng liên tiếp)

Ví dụ: Tính số lượng số hạng của dãy số sau:

$$1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 94, 97, 100.$$

Ta thấy:

$$4 - 1 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$10 - 7 = 3$$

...

$$97 - 94 = 3$$

$$100 - 97 = 3$$

Vậy dãy số đã cho là dãy số cách đều, có khoảng cách giữa 2 số hạng liên tiếp là 3 đơn vị. Nên số lượng số hạng của dãy số đã cho là:

$$(100 - 1) : 3 + 1 = 34 \text{ (số hạng)}$$

- b) Tính tổng của dãy số cách đều:

$$\text{Tổng} = \frac{(\text{Số đầu} + \text{Số cuối}) \times \text{Số lượng số hạng}}{2}$$

Ví dụ: Tổng của dãy số 1, 4, 7, 10, 13, ..., 94, 97, 100 là: $\frac{(1+100) \times 34}{2} = 1717$

Dấu hiệu chia hết

1. Dấu hiệu chia hết cho 2:

Các số có tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì chia hết cho 2.

Hoặc : Các số chẵn thì chia hết cho 2.

2. Dấu hiệu chia hết cho 5:

Các số có tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5

- Các số có tận cùng là 0 vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 5 đồng thời chia hết cho 10.

3. Dấu hiệu chia hết cho 9 :

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.

- Các số có tổng các chữ số không chia hết cho 9 thì không chia hết cho 9, đồng thời tổng này chia cho 9 dư bao nhiêu thì số đó chia cho 9 cũng dư bấy nhiêu.

VD : Số 54 643 có tổng các chữ số bằng 22 mà $22 : 9 = 2$ dư 4 nên số $54643 : 9 = 6071$ dư 4

4. Dấu hiệu chia hết cho 3 :

- Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.
- Các số có tổng các chữ số không chia hết cho 3 thì không chia hết cho 3, đồng thời tổng này chia cho 3 dư bao nhiêu thì số đó chia cho 3 cũng dư bấy nhiêu.
- Một số chia hết cho 9 thì chia hết cho 3.

5. Dấu hiệu chia hết cho 4 :

Những số có hai chữ số cuối tạo thành một số chia hết cho 4 thì chia hết cho 4.

VD : Các số 2928 và 5784 có hai chữ số cuối là 28 và 84 chia hết cho 4 nên chia hết cho 4.

6. Dấu hiệu chia hết cho 6.

Những số chẵn chia hết cho 3 thì chia hết cho 6 và chỉ có những số đó mới chia hết cho 6.

VD : Các số 3456 và 8250 là số chẵn chia hết cho 3 nên chia hết cho 6.

7. Dấu hiệu chia hết cho 8 :

Những số có ba chữ số cuối tạo thành một số chia hết cho 8 thì chia hết cho 8 .

VD : Số 999336 có ba chữ số cuối 336 chia hết cho 8 nên nó chia hết cho 8.

8. - Một số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 3 thì chia hết cho 6.

- Một số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 5 thì chia hết cho 15.

- Một số vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 9 thì chia hết cho 18.

9. a chia hết cho m, b cũng chia hết cho m ($m > 0$) thì tổng $a + b$ và hiệu $a - b$ ($a > b$) cũng chia hết cho m.

10. Cho một tổng có một số hạng chia cho m dư r ($m > 0$), các số hạng còn lại chia hết cho m thì tổng chia cho m cũng dư r.

11. a chia cho m dư r, b chia cho m dư r thì $(a - b)$ chia hết cho m ($m > 0$).

12. Trong một tích có một thừa số chia hết cho m thì tích đó chia hết cho m ($m > 0$).

13. Nếu a chia hết cho m đồng thời a cũng chia hết cho n ($m, n > 0$). Đồng thời m và n chỉ cùng chia hết cho 1 thì a chia hết cho tích $m \times n$.

Ví dụ: 18 chia hết cho 2 và 18 chia hết cho 9 (2 và 9 chỉ cùng chia hết cho 1) nên 18 chia hết cho tích 2×9 .

14. Nếu a chia cho m dư $m - 1$ ($m > 1$) thì $a + 1$ chia hết cho m.

15. Nếu a chia cho m dư 1 thì $a - 1$ chia hết cho m ($m > 1$).

Phân số

I. Tính cơ bản của phân số

1. Khi ta cùng nhân hoặc cùng chia cả tử và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên lớn hơn 1, ta được một phân số mới bằng phân số ban đầu.

2. Vận dụng tính chất cơ bản của phân số:

a. Rút gọn phân số

$$\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m} = \frac{c}{d} \quad (m > 1; a \text{ và } b \text{ phải cùng chia hết cho } m).$$

$\frac{c}{d}$ được gọi là phân số tối giản khi c và d chỉ cùng chia hết cho 1 (hay c và d không cùng chia hết cho một số tự nhiên nào khác 1)

- Khi rút gọn phân số cần rút gọn đến phân số tối giản.

Ví dụ: Rút gọn phân số $\frac{54}{72}$.

Cách làm: $\frac{54}{72} = \frac{54:18}{72:18} = \frac{3}{4}$.

- Rút gọn 1 phân số có thể được một phân số hay một số tự nhiên:

Ví dụ: Rút gọn phân số $\frac{72}{12}$

Cách làm: $\frac{72}{12} = \frac{72:12}{12:12} = \frac{6}{1} = 6$.

- Đối với phân số lớn hơn 1 có thể viết dưới dạng hỗn số

Ví dụ: $\frac{41}{14} = 2\frac{3}{4}$.

b. Quy đồng mẫu số - Quy đồng tử số:

* Quy đồng mẫu số 2 phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($b, d \neq 0$)

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{axd}{bxd}$ $\frac{c}{d} = \frac{cxb}{dxb}$

Ví dụ: Quy đồng mẫu số 2 phân số $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{8}$.

Ta có: $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}$; $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$

Trường hợp mẫu số lớn hơn chia hết cho mẫu số bé hơn thì mẫu số chung chính là mẫu số lớn hơn.

Ví dụ: Quy đồng mẫu số 2 phân số $\frac{1}{3}$ và $\frac{5}{6}$

Cách làm: Vì $6 : 3 = 2$ nên $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$.

Chú ý: Trước khi quy đồng mẫu số cần rút gọn các phân số thành phân số tối giản (nếu có thể)

* Quy đồng tử số 2 phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$)

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$; $\frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}$.

Ví dụ: Quy đồng tử số 2 phân số $\frac{2}{3}$ và $\frac{5}{7}$.

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$.

II. Bốn phép tính với phân số

1. Phép cộng phân số

a. Cách cộng

* Hai phân số cùng mẫu: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ ($b \neq 0$)

* Hai phân số khác mẫu số:

- Quy đồng mẫu số 2 phân số rồi đưa về trường hợp cộng 2 phân số có cùng mẫu số.

* Cộng một số tự nhiên với một phân số.

- Viết số tự nhiên thành phân số có mẫu số bằng mẫu số của phân số đã cho.

- Cộng hai tử số và giữ nguyên mẫu số.

Ví dụ: $2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

b. Tính chất cơ bản của phép cộng

- Tính chất giao hoán:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}.$$

- Tính chất kết hợp:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{m}{n} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{m}{n}\right)$$

- Tổng của một phân số và số 0: $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

2. Phép trừ phân số

a. Cách trừ

* Hai phân số cùng mẫu: $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

* Hai phân số khác mẫu số:

- Quy đồng mẫu số 2 phân số rồi đưa về trường hợp trừ 2 phân số cùng mẫu số

b. Quy tắc cơ bản:

- Một tổng 2 phân số trừ đi một phân số:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) - \frac{m}{n} &= \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} - \frac{m}{n}\right) \quad (\text{Với } \frac{c}{d} \geq \frac{m}{n}) \\ &= \frac{c}{d} + \left(\frac{a}{b} - \frac{m}{n}\right) \quad (\text{Với } \frac{a}{b} \geq \frac{m}{n}) \end{aligned}$$

- Một phân số trừ đi một tổng 2 phân số:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} + \frac{m}{n}\right) &= \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) - \frac{m}{n} \\ &= \left(\frac{a}{b} - \frac{m}{n}\right) - \frac{c}{d} \end{aligned}$$

- Một phân số trừ đi số 0: $\frac{a}{b} - 0 = \frac{a}{b}$

3. Phép nhân phân số

a. Cách nhân: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}$

b. Tính chất cơ bản của phép nhân:

- Tính chất giao hoán: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$

- Tính chất kết hợp: $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{m}{n}\right)$

- Một tổng 2 phân số nhân với một phân số: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \frac{m}{n} + \frac{c}{d} \times \frac{m}{n}$

- Một hiệu 2 phân số nhân với một phân số: $\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \frac{m}{n} - \frac{c}{d} \times \frac{m}{n}$

- Một phân số nhân với số 0: $\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0$

c. Chú ý:

- Thực hiện phép trừ 2 phân số:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n \times (n+1)} - \frac{n}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n \times (n+1)}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \times (n+1)}$$

- Muốn tìm giá trị phân số của một số ta lấy phân số nhân với số đó.

Ví dụ: Tìm $\frac{1}{2}$ của 6 ta lấy: $\frac{1}{2} \times 6 = 3$

Tìm $\frac{1}{2}$ của $\frac{1}{3}$ ta lấy: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

4. Phép chia phân số

a. Cách làm: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{axd}{bxc}$

b. Quy tắc cơ bản:

- Tích của 2 phân số chia cho một phân số.

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} : \frac{m}{n} \right)$$

- Một phân số chia cho một tích 2 phân số:

$$\frac{a}{b} : \left(\frac{c}{d} \times \frac{m}{n} \right) = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \right) : \frac{m}{n}$$

- Tổng 2 phân số chia cho một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} : \frac{m}{n} + \frac{c}{d} : \frac{m}{n}$$

- Hiệu 2 phân số chia cho một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} : \frac{m}{n} - \frac{c}{d} : \frac{m}{n}$$

- Số 0 chia cho một phân số: $0 : \frac{a}{b} = 0$.

- Muốn tìm 1 số khi biết giá trị 1 phân số của nó ta lấy giá trị đó chia cho phân số tương ứng.

Ví dụ: Tìm số học sinh lớp 5A biết $\frac{2}{5}$ số học sinh của lớp 5A là 10 em.

Bài giải

Số học sinh của lớp 5A là:

$$10 : \frac{2}{5} = 25 \text{ (em)}$$

* Khi biết phân số $\frac{a}{b}$ của x bằng $\frac{c}{d}$ của y (a, b, c, d ≠ 0)

- Muốn tìm tỉ số giữa x và y ta lấy $\frac{c}{d} : \frac{a}{b}$

- Muốn tìm tỉ số giữa y và x ta lấy $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

Ví dụ: Biết $\frac{2}{5}$ số nam bằng $\frac{3}{4}$ số nữ. Tìm tỉ số giữa nam và nữ.

Bài giải

Vì $\frac{2}{35} > \frac{2}{47}$ nên $1 - \frac{2}{35} < 1 - \frac{2}{47}$ Vậy: $\frac{33}{35} < \frac{45}{47}$

Cách 2: Ta thấy: $1 - \frac{33}{35} = \frac{2}{35}$; $1 - \frac{45}{47} = \frac{2}{47}$

Vì $\frac{2}{35} > \frac{2}{47}$ nên $\frac{33}{35} < \frac{45}{47}$

4. So sánh phân thừa:

Nếu hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ mà $a - b = c - d$ (hiệu giữa tử số và mẫu số của hai phân số bằng nhau) thì ta so sánh phân thừa.

Ví dụ: $\frac{79}{75}$ và $\frac{95}{91}$ Ta thấy: $\frac{79}{75} = 1 + \frac{4}{75}$ $\frac{95}{91} = 1 + \frac{4}{91}$

Vì $\frac{4}{75} > \frac{4}{91}$ nên $1 + \frac{4}{75} > 1 + \frac{4}{91}$. Vậy: $\frac{79}{75} > \frac{95}{91}$

Tỉ số phần trăm

- Tỉ số % giữa A và B bằng 80% được hiểu: B được chia thành 100 phần bằng nhau thì A là 80 phần như thế.

- Cách tìm tỉ số % giữa A và B

* **Cách 1:** Tìm thương của hai số rồi nhân thương vừa tìm được với 100, viết thêm kí hiệu phần trăm vào bên phải tích vừa tìm được.

Ví dụ: Tìm tỉ số phần trăm của 2 và 4.

Tỉ số phần trăm của 2 và 4 là:

$$2 : 4 = 0,5 = 50\%$$

* **Cách 2:**

A : B x 100%.

Ví dụ: Tìm tỉ số % giữa 2 và 4; giữa 4 và 2.

- Tỉ số % giữa 2 và 4 là:

$$2 : 4 \times 100\% = 50\%$$

- Tỉ số % giữa 4 và 2 là:

$$4 : 2 \times 100\%$$

Các bài toán điển hình

I. Bài toán Tìm số trung bình cộng

1. Muốn tìm trung bình cộng của nhiều số ta lấy tổng chia cho số các số hạng.

2. Muốn tìm tổng các số hạng ta lấy trung bình cộng nhân với số các số hạng.

3. Trong dãy số cách đều:

- Trung bình cộng của một dãy gồm số lẻ các số cách đều nhau thì bằng số ở chính giữa của dãy số đó.

VD : Cho dãy số : 1; 3; 5; 7; 9; 11, 13

TBC của dãy số gồm số các số lẻ cách đều nhau bằng số ở chính giữa của dãy số.

Vậy TBC của dãy số trên bằng 7

- Trung bình cộng của một dãy số chẵn các số cách đều nhau thì bằng trung bình cộng của một cặp số cách đều hai đầu dãy số.

VD : Cho dãy số : 1; 3; 5; 7; 9; 11

$$\text{TBC của dãy số trên} = (1 + 11) : 2 = (3 + 9) : 2 = (5 + 7) : 2 = 6$$

4. Một số bằng trung bình cộng của các số còn lại thì số đó chính bằng trung bình cộng của tất cả các số đã cho

VD : TBC của ba số 3; 8 và 13 là 8.

Ta thấy 8 bằng TBC của ba số và 8 cũng bằng TBC của hai số còn lại 3 và 13 :

$$(3 + 13) : 2 = 8$$

5. Trong các số, nếu có một số lớn hơn mức trung bình cộng của các số n đơn vị thì trung bình cộng của các số đó bằng tổng của các số còn lại cộng với n đơn vị rồi chia cho các số hạng còn lại đó.

Ví dụ: An có 20 viên bi, Bình có số bi bằng $\frac{1}{2}$ số bi của An. Chi có số bi hơn mức trung bình cộng của ba bạn là 6 viên bi. Hỏi Chi có bao nhiêu viên bi?

Bài giải

Số bi của Bình là : $20 \times \frac{1}{2} = 10$ (viên)

Nếu Chi bù 6 viên bi cho hai bạn còn lại rồi chia đều thì số bi của ba bạn sẽ bằng nhau và bằng trung bình cộng của cả ba bạn.

Vậy trung bình cộng số bi của ba bạn là:

$$(20 + 10 + 6) : 2 = 18 \text{ (viên)}$$

Số bi của Chi là:

$$18 + 6 = 24 \text{ (viên)}$$

Đáp số: 24 viên bi

6. Trong các số, nếu một số kém trung bình cộng của các số đó tn đơn vị thì trung bình cộng của các số đó bằng tổng các số còn lại trừ đi n đơn vị rồi chia cho số lượng các số hạng còn lại.

Ví dụ : Có ba tổ trồng cây, tổ một trồng được 8 cây, tổ hai trồng được 10 cây. Tổ ba trồng được ít hơn số trung bình cộng của cả ba tổ là 2 cây. Hỏi trung bình mỗi tổ đã trồng được bao nhiêu cây và số cây tổ ba đã trồng được ?

Giải

Vì tổ ba trồng ít hơn số trung bình cộng của cả ba tổ là 2 cây, suy ra tổ ba đã được bù 2 cây từ tổ 1 và tổ 2 để đạt số cây trung bình.

Số cây trung bình mỗi tổ trồng được là :

$$(8 + 10 - 2) : 2 = 8 \text{ (cây)}$$

Số cây tổ ba đã trồng được là :

$$8 - 2 = 6 \text{ (cây)}$$

Đáp số : 8 cây, 6 cây

Lưu ý: + ở dạng này cần đọc kĩ xem số hạng chưa biết lớn hơn (hay bé hơn) số trung bình cộng.

+ Nếu số hạng chưa biết lớn hơn số trung bình cộng là a đơn vị ; chúng ta số hạng đó phải bù cho các số hạng còn lại đúng a đơn vị để được số trung bình cộng.

+ Nếu số hạng chưa biết bé hơn số trung bình cộng là a đơn vị ; chúng ta số hạng đó đã được bù từ các số hạng còn lại đúng a đơn vị để được số trung bình cộng.

Cách giải :

Bước 1 : Xác định các số hạng đã cho ($a_1; a_2; a_3; \dots$)

Bước 2 : Tính số trung bình cộng bằng cách :

+ Tính tổng các số hạng đã biết : số hạng 1 + số hạng 2 + số hạng 3 ...

+ Thêm (hoặc bớt) a đơn vị vào tổng tìm được.

+ Chia tổng đó cho số số hạng đã biết.

Bước 3 : Tính số hạng còn lại bằng cách : Lấy số trung bình cộng rồi cộng (hoặc trừ) với a.

7. Bài toán có thêm một số hạng để mức trung bình cộng của tất cả tăng thêm n đơn vị, ta làm như sau:

Bước 1: Tính tổng ban đầu

Bước 2: Tính trung bình cộng của các số đã cho

Bước 3: Tính tổng mới = (trung bình cộng của các số đã cho + n) x số lượng các số hạng mới.

Bước 4: Tìm số đó = tổng mới - tổng ban đầu

Ví dụ: Một ô tô trong 3 giờ đầu, mỗi giờ đi được 40km, trong 3 giờ sau, mỗi giờ đi được 50 km. Nếu muốn tăng mức trung bình cộng mỗi giờ tăng thêm 1km nữa thì đến giờ thứ 7, ô tô đó cần đi bao nhiêu ki-lô-mét nữa?

Bài giải

Trong 6 giờ đầu, trung bình mỗi giờ ô tô đi được:

$$(40 \times 3 + 50 \times 3) : 6 = 45 \text{ (km)}$$

Quãng đường ô tô đi trong 7 giờ là :

$$(45 + 1) \times 7 = 322 \text{ (km)}$$

Giờ thứ 7 ô tô cần đi là:

$$322 - (40 \times 3 + 50 \times 3) = 52 \text{ (km)}$$

Đáp số: 52km

II. Bài toán Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó.

Cách giải

Cách 1 :

Bước 1 : Xác định tổng, xác định hiệu đã cho trong đề bài (có thể biểu thị trên sơ đồ tóm tắt với các đoạn thẳng).

Bước 2 : Tìm số bé = (Tổng – Hiệu) : 2

Bước 3 : Tìm số lớn = số bé + hiệu

Cách 2 :

Bước 1 : Xác định tổng, xác định hiệu đã cho trong đề bài (có thể biểu thị trên sơ đồ tóm tắt với các đoạn thẳng).

Bước 2 : Tìm số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2

Bước 3 : Tìm số bé = số lớn - hiệu

3. Bài toán Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó.

Cách giải :

Bước 1: Xác định tổng, xác định tỉ số và biểu diễn tổng, tỉ trên sơ đồ đoạn thẳng tóm tắt bài toán.

Bước 2 : Theo sơ đồ để tìm tổng số phần bằng nhau.

Bước 3 : Tìm giá trị một phần

Bước 4 : Tìm số lớn (hoặc số bé)

Bước 5 : Tìm số bé (hoặc số lớn) và ghi đáp số.

4. Bài toán Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó.

Cách giải :

Bước 1: Xác định hiệu và tỉ của hai số đã cho trong đề bài và biểu thị trên sơ đồ đoạn thẳng tóm tắt bài toán.

Bước 2: Theo sơ đồ tìm hiệu số phần bằng nhau.

Bước 3: Tìm giá trị của một phần.

Bước 4: Tìm số bé (hoặc số lớn).

Bước 5: Tìm số lớn (hoặc số bé) và đáp số.

Hình học

1. Các quy tắc tính toán với hình phẳng

1.1. Hình chữ nhật

$$P = (a + b) \times 2$$

$$a + b = P : 2$$

$$S = a \times b$$

$$a = P : 2 - b = S : b$$

$$b = P : 2 - a = S : a$$

Trong đó: S là diện tích; P là chu vi.; a là chiều dài; b là chiều rộng.

1.2. Hình vuông

$$P = a \times 4$$

$$a = P : 4$$

$$S = a \times a$$

Trong đó: S là diện tích; P là chu vi; a là cạnh.

1.3. Hình bình hành

$$P = (a + b) \times 2$$

$$a = P : 2 - b$$

$$S = a \times h$$

$$h = S : a$$

$$(a + b) = P : 2$$

$$b = P : 2 - a$$

$$a = S : h$$

Trong đó: S là diện tích; P là chu vi; a là cạnh bên; b là cạnh đáy; h là chiều cao.

1.4. Hình thoi

$$P = a \times 4$$

$$S = m \times n : 2$$

$$m = 2 \times S : n$$

$$a = P : 4$$

$$m \times n = 2 \times S$$

$$n = 2 \times S : m$$

1.5. Hình tam giác

$$S = a \times h : 2$$

$$h = S \times 2 : a$$

$$a = S \times 2 : h$$

Trong đó: S là diện tích; a là đáy; h là chiều cao.

1.6. Hình thang

$$S = (a + b) \times h : 2$$

$$b = S \times 2 : h - a$$

$$a + b = S \times 2 : h$$

$$a = S \times 2 : h - b$$

$$h = S \times 2 : (a + b)$$

Trong đó: S là diện tích; a là đấylớn; b là đáy bé; h là chiều cao.

1.7. Hình tròn

$$C = d \times 3,14 = r \times 2 \times 3,14$$

$$r = C : (3,14 \times 2)$$

$$S = r \times r \times 3,14$$

$$d = C : 3,14$$

$$r = d : 2$$

$$r \times r = S : 3,14$$

2. Các quy tắc tính toán với hình khối

2.1. Khối hộp chữ nhật

$$P \text{ đáy} = (a + b) \times 2$$

$$S \text{ xq} = P \text{ đáy} \times c$$

$$V = a \times b \times c$$

$$S \text{ đáy} = V : c$$

$$S \text{ đáy} = a \times b$$

$$S \text{ tp} = S \text{ xq} + S \text{ đáy} \times 2$$

$$P \text{ đáy} = S \text{ xq} : c$$

Trong đó: a là chiều dài; b là chiều rộng; c là chiều cao; P là chu vi; S là diện tích; V là thể tích.

2.2. Khối lập phương

$$P \text{ đáy} = a \times 4$$

$$S \text{ đáy} = a \times a$$

$$S \text{ xq} = a \times a \times 4$$

$$S \text{ tp} = a \times a \times 6$$

$$V = a \times a \times a$$

Trong đó: a là cạnh; P là chu vi; S là diện tích; V là thể tích.

3. Quan hệ tỉ lệ giữa các đại lượng hình học

3.1. Trong hình chữ nhật

- Nếu diện tích hình chữ nhật không thay đổi thì chiều dài tỉ lệ nghịch với chiều rộng.
- Nếu chiều dài hình chữ nhật không thay đổi thì diện tích tỉ lệ thuận với chiều rộng
- Nếu chiều rộng hình chữ nhật không thay đổi thì diện tích tỉ lệ thuận với chiều dài.

3.2. Trong hình vuông

- Chu vi hình vuông tỉ lệ với cạnh của nó
- Nếu cạnh hình vuông được gấp lên n lần thì diện tích hình vuông được gấp lên $n \times n$ lần ($n > 1$).

3.3. Trong hình tam giác

- Nếu hai hình tam giác có đáy bằng nhau thì diện tích của chúng tỉ lệ thuận với chiều cao tương ứng.
- Nếu hai hình tam giác có chiều cao bằng nhau thì diện tích tỉ lệ thuận với đáy tương ứng.
- Nếu diện tích tam giác không thay đổi thì đáy của chúng tỉ lệ nghịch với chiều cao tương ứng.

3.4. Trong hình tròn: Chu vi hình tròn tỉ lệ thuận với đường kính hoặc bán kính của nó.

4. Quy tắc cộng trừ diện tích

4.1. Khi tách một hình bình hành thành nhiều hình nhỏ thì diện tích hình ban đầu bằng tổng diện tích các hình nhỏ.

4.2. Nếu hai hình có diện tích bằng nhau mà có một phần chung thì diện tích hai phần còn lại sẽ bằng nhau.

4.3. Khi cộng hoặc trừ cùng một diện tích thứ 3 vào hai diện tích bằng nhau thì ta vẫn được hai diện tích bằng nhau.

Toán chuyển động

1. Mỗi quan hệ giữa quãng đường (s), vận tốc (v) và thời gian (t)

1.1. Vận tốc: $v = \frac{s}{t}$

1.2. Quãng đường: $s = v \times t$

1.3. Thời gian: $t = s : v$

- Với cùng một vận tốc thì quãng đường và thời gian là 2 đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

- Với cùng một thời gian thì quãng đường và vận tốc là 2 đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

- Với cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

2. Bài toán có một động tử (chỉ có một vật tham gia chuyển động, ví dụ: ô tô, xe máy, xe đạp, người đi bộ, xe lửa, ...)

2.1. Thời gian đi = thời gian đến - thời gian khởi hành - thời gian nghỉ (nếu có).

2.2. Thời gian đến = thời gian khởi hành + thời gian đi + thời gian nghỉ (nếu có).

2.3. Thời gian khởi hành = thời gian đến - thời gian đi - thời gian nghỉ (nếu có).

3. Bài toán động tử chạy ngược chiều

3.1. Thời gian gặp nhau = quãng đường : tổng vận tốc

3.2. Tổng vận tốc = quãng đường : thời gian gặp nhau

3.3. Quãng đường = thời gian gặp nhau \times tổng vận tốc

4. Bài toán động tử chạy cùng chiều

4.1. Thời gian gặp nhau = khoảng cách ban đầu : hiệu vận tốc

4.2. Hiệu vận tốc = khoảng cách ban đầu : thời gian gặp nhau

4.3. Khoảng cách ban đầu = thời gian gặp nhau \times hiệu vận tốc

5. Bài toán động tử trên dòng nước

5.1. Vận tốc xuôi dòng = vận tốc của vật + vận tốc dòng nước

5.2. Vận tốc ngược dòng = vận tốc của vật - vận tốc dòng nước

5.3. Vận tốc của vật = (vận tốc xuôi dòng + vận tốc ngược dòng) : 2

5.4. Vận tốc dòng nước = (vận tốc xuôi dòng - vận tốc ngược dòng) : 2

6. Động tử có chiều dài đáng kể

6.1. Đoàn tàu có chiều dài bằng l chạy qua một cột điện

Thời gian chạy qua cột điện = l : vận tốc đoàn tàu

6.2. Đoàn tàu có chiều dài l chạy qua một cái cầu có chiều dài d

Thời gian chạy qua cầu = $(l + d)$: vận tốc đoàn tàu

6.3. Đoàn tàu có chiều dài l chạy qua một ô tô đang chạy ngược chiều (chiều dài của ô tô là không đáng kể)

Thời gian đi qua nhau = cả quãng đường : tổng vận tốc

6.4. Đoàn tàu có chiều dài l chạy qua một ô tô chạy cùng chiều (chiều dài ô tô là không đáng kể)

Thời gian đi qua nhau = cả quãng đường : hiệu vận tốc

